LA PROBABILITA'

NEL GIOCO E NELLA VITA QUOTIDIANA

Spunti di attività per la scuola primaria
e secondaria di primo grado

GIUSEPPINA CRIVELLI

Rozzano, 21 Febbraio 2019

Dalle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione Settembre 2012

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado

- (L'alunno) **Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.**
- *Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.*
- *Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.*
- *Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.*
- **Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, …) si orienta con valutazioni di probabilità.**
- *Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.*

Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado
Dati e previsioni

- **Rappresentare insiemi di dati**, anche facendo uso di un **foglio elettronico**.
- In situazioni significative, **confrontare dati** al fine di prendere decisioni, utilizzando le **distribuzioni delle frequenze** e delle **frequenze relative**.
- **Scegliere ed utilizzare valori medi** (moda, mediana, media aritmetica) adeguati alla tipologia ed alle caratteristiche dei dati a disposizione.
- **Saper valutare la variabilità** di un insieme di dati determinandone, ad esempio, **il campo di variazione**.
- In semplici situazioni aleatorie, **individuare gli eventi elementari**, **assegnare a essi una probabilità**, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in **eventi elementari disgiunti**.
- Riconoscere coppie di **eventi complementari**, **incompatibili**, **indipendenti**.

Indicazioni curricolari: riferimenti

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria

- L'alunno ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici).
- Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.
- Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.
- Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.

Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta della scuola primaria

Relazioni, dati e previsioni

- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.
- Usare le nozioni di frequenza, di moda e di media aritmetica, se adeguata alla tipologia dei dati a disposizione.
- Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.
- In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione dei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.
- Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.

PERCHE’ INSEGNARE LA PROBABILITA’ ?

1 – L’incerto è inevitabilmente presente nella nostra vita.
2 – E’ indispensabile prendere delle decisioni in ordine a tali situazioni incerte.
3 – Le decisioni prese comportano comunque qualche fastidio, qualche rischio.
4 – Non è razionale prendere tali decisioni solo in base all’intuizione.

Dunque:
5 – **L’educazione a razionalizzare tali decisioni** è importante per lo sviluppo di personalità libere e consapevoli.
6 – Per educare a tale razionalizzazione si deve considerare **la probabilità** non tanto come un ramo della matematica ma **come un modo di interpretare il mondo reale**.
7 – **La probabilità** non **deve** diventare un gioco senza significato ma **restare saldamente ancorata alla realtà**.

(*A. Engel, IMSI, Vol.5, N.3-4,1974*)

Le **difficoltà** in questo ambito nascono dal fatto che la probabilità (e la statistica)

- spesso non vengono svolte;
- vengono trattate in modo frettoloso;
- sono relegate come ultima parte della programmazione annuale;
- vengono presentate come insieme di formule o di numeri;

Però ……

……… i ragazzi sono circondati dai dati:

- il cellulare di moda è …,
- è vero che gli italiani non leggono più;
- il film più visto della settimana è …,
- lo sport più praticato è la sedentarietà?,
- nella prossima estrazione al lotto uscirà finalmente il ______ sulla ruota di ____? (ritardo di ___settimane)

Gli studenti devono apprendere che i dati sono generati con riferimento a fenomeni o situazioni particolari e sono qualcosa di più che numeri e che

la statistica ed il calcolo delle probabilità trasformano i numeri in conoscenza.

Perciò:
La statistica e la probabilità possono

• Offrire l'opportunità di **avvicinare lo studio della matematica alla realtà quotidiana;**

• creare nello studente **curiosità verso informazioni quantitative** che egli stesso può raccogliere sul mondo che lo circonda giungendo a: definire dati, misure, costruire/leggere tabelle, manipolare i dati al fine di ottenere indici di sintesi, scegliere e costruire grafici;

• permettere di **fare congetture e prendere delle decisioni**;
In particolare la probabilità offre strategie per **affrontare correttamente l'incertezza** e rende consapevoli del rischio ad essa legato.

Dedicare tempo alla Probabilità consente:

***dagli eventi casuali di approfondire*:**

- terminologia degli insiemi, la loro rappresentazione, le loro operazioni; introduzione ai connettivi logici;
- relazioni e loro rappresentazioni: per elencazione, in tabella, mediante grafo;
- coppie ordinate; prodotto cartesiano

***dalla probabilità di un evento casuale di approfondire*:**

- frazioni, loro struttura d'ordine, loro equivalenza, loro operazioni;
- numeri decimali, loro struttura d'ordine.

Precisiamo alcuni concetti….

Quando si affronta la probabilità, l'insegnante deve assicurarsi che gli alunni abbiano chiari alcuni concetti chiave quali *esperimento casuale, evento (o esito), spazio degli eventi* (o spazio campionario) e che sappiano come assegnare la *probabilità ad un evento*.

Inoltre per alcuni la probabilità è una **qualità dei singoli eventi** (concezione classica);
per altri, invece, è una **qualità di famiglie di eventi** (concezione frequentista);
per altri ancora la probabilità è solo una **valutazione soggettiva** sensata che dipende dalle informazioni possedute (concezione soggettiva).

Ci sono, però, degli elementi comuni come:
la probabilità è sempre **un numero compreso in senso largo fra 0 e 1**;
la probabilità dell'**evento certo** è **1** e quella dell'**evento impossibile** è **0**;
la probabilità di un evento composto, in certe condizioni, è uguale alla **somma** delle probabilità dei singoli eventi componenti;
la probabilità si presenta sempre come una misura dell'incertezza.

Questi elementi sono stati riassunti ed esplicitati nella
"**concezione assiomatica della probabilità**"
elaborata dal russo Kolmogorov nel 1933 ed espressa in termini insiemistici.

Altre difficoltà riscontrabili nella didattica:
Preconcetti e misconcetti

- Diverse concezioni teoriche del calcolo della probabilità: definizione classica, frequentista, soggettiva, assiomatica;
- Individuazione dello spazio degli eventi casuali elementari e le sue caratteristiche;
- Individuazione frettolosa degli eventi casuali;
- Confusione tra cardinalità di un insieme e suoi elementi;
- Poca attenzione al modello adatto alla risoluzione del problema;
- **Forte coinvolgimento emotivo, nonostante le evidenze contrarie.**

Esempio 1: segni scaramantici

un esempio relativo ad una classe II:

Abbiamo estratto da un sacchetto, rimettendoli dentro ogni volta, i numeri da 1 a 90, chiedendoci se sarebbero usciti più numeri pari o più dispari.

I bambini seguivano le estrazioni registrando ogni uscita nell’istogramma a barre e “facendo il tifo” per l’uno o per l’altro. Al gioco è seguita una discussione, in cui concezioni profonde si sono offerte al confronto e all’elaborazione linguistica.

Ins. Mentre facevamo il sorteggio, ho visto Roberto fare una cosa strana ogni volta che stavo per pescare un numero dal sacchetto. Roberto, vuoi spiegarci cosa facevi?
Roberto Facevo così (si inginocchia, alza le braccia, poi si china più volte a toccare il pavimento con le dita); stavo facendo tipo gli Indiani quando sono contenti, sbattono le mani per terra e dicono "Auc, auc...".
Ins. Quindi facevi così perché eri contento? Ma io ho notato che lo facevi prima che io pescassi...
Roberto Perché facevo così... come una specie di preghiera che speravo che tirassi su un numero pari o dispari... quello che tenevo io... è per questo...

ESEMPIO 3 Cl V prime attività

Il caso per essere giusto deve premiare chi “se lo merita”

“In questo barattolo sono stati inseriti dei bigliettini con i nostri nomi; faremo un’estrazione e il nome scritto sul bigliettino estratto sarà quello del bambino che vincerà il premio. CHI PENSI CHE VINCERA’ E PERCHE’?”

ALESSIA D.L.= “Secondo me, **sarà una femmina perché siamo di più è più probabile che vinca una femmina che un maschio.** Per me vince la Matilde G. perché , oltre a me, mi piacerebbe che vincesse lei”

MICHELLE= “Secondo me, le femmine vinceranno perché sono di più rispetto ai maschi e quindi avranno più probabilità. Secondo me **vinco io perché quando giocavamo a Kalaha ero ad un passo per vincere, anch’io non ho mai vinto mi piacerebbe una sola volta.”**

MATILDE M.= “Secondo me **vincerà una femmina perché le femmine sono più brave e intelligenti”**

ARIANNA M. = “Secondo me, **vincerà Linda perché quando vuole può essere molto intelligente, perché mi sta molto simpatica ed è la mia amica del cuore.** Quindi per me vincerà una femmina cioè Linda.”

ARIANNA P. = “Per me sarà una femmina perché è più facile, siamo di più, è più probabile, i maschi sono in quattro. In una classe di 18 alunni le femmine sono 14, secondo me è più probabile che sia estratta una femmina. **Per me è l’Alice perché per me se lo merita È una brava bambina e spero che abbia fortuna, se lo meriterebbe.”**

EDOARDO B. = “Vincerà una femmina perché sono di più dei maschi. Non so chi ma sarà una femmina.”

Esempio 5 cl III

PROBABILITÀ come RAPPORTO tra eventi favorevoli ed eventi possibili.

"Oggi facciamo un "gioco di sorte" con un dado e una moneta che verranno lanciati per 100 volte dalla maestra.
Ognuno può liberamente scegliere se preferisce giocare con la moneta, tenendo per testa o per croce, oppure con il dado, tenendo per uno solo dei numeri sulle facce.
Scrivi che cosa scegli, spiegando il tuo motivo."

Danilo Io dico **moneta**, così esce più volte testa o croce, invece con il dado ad esempio se uno tiene per il 6 e se vengono quasi sempre gli altri numeri, uno si può annoiare.

Evandro Io scelgo il n° 1 del **dado** ogni volta che giocavo con mio papà col dado usciva spesso il n° 1.

Ada Io gioco con il **dado** ha 21 punti che sembrano occhi e il numero per cui tengo è il 4, perché è il mio numero preferito.

Chiara Io preferisco usare la **moneta** in testa o croce hai più probabilità di vincere, perché i numeri sono tanti e invece i lati della moneta sono due, quindi se per esempio tieni per il due devi aspettare che fra tanti numeri esca quello che vuoi, invece se fai testa o croce esce uno o l’altro.

Marco Q. Io vorrei usare il **dado** è più divertente, più difficile perché ha più possibilità di farci perdere e anche più numeri da scegliere.

Mattia Io scelgo il **dado**, c’è il 4 che è il mio numero preferito; un altro motivo è che sulla moneta si possono scoprire motivi scientifici meno che sul dado. E’ più probabile vincere con la moneta, perché il dado ha sei facce mentre la moneta ne ha due**.**

Ma anche nella scuola secondaria certi preconcetti sono duri a morire ….

BetOnMath

Azzardo e matematica a scuola

Lavoro di gruppo #5: Probabilità del lotto

Nel gioco del lotto si gioca con numeri compresi tra 1 e 90. Vengono estratti 5 numeri per ciascuna delle 10 ruote. Immaginate che l'ultima estrazione del Lotto sia stata la seguente:

RUOTA	1° estr.	2° estr.	3° estr.	4° estr.	5° estr.
Bari	36	78	39	21	79
Cagliari	60	83	53	56	59
Firenze	21	2	5	90	61
Genova	52	13	38	58	85
Milano	27	69	19	32	5
Napoli	89	27	42	51	84
Palermo	81	15	9	25	36
Roma	7	89	41	75	27
Torino	54	63	29	2	43
Venezia	45	87	31	18	49
Nazionale	67	75	1	82	63

Considerate le 3 sequenze proposte:

a)	1	2	3	4	5
b)	13	7	45	36	72
c)	36	78	39	21	79

1. Quale sequenza sareste più propensi a giocare per la prossima estrazione?

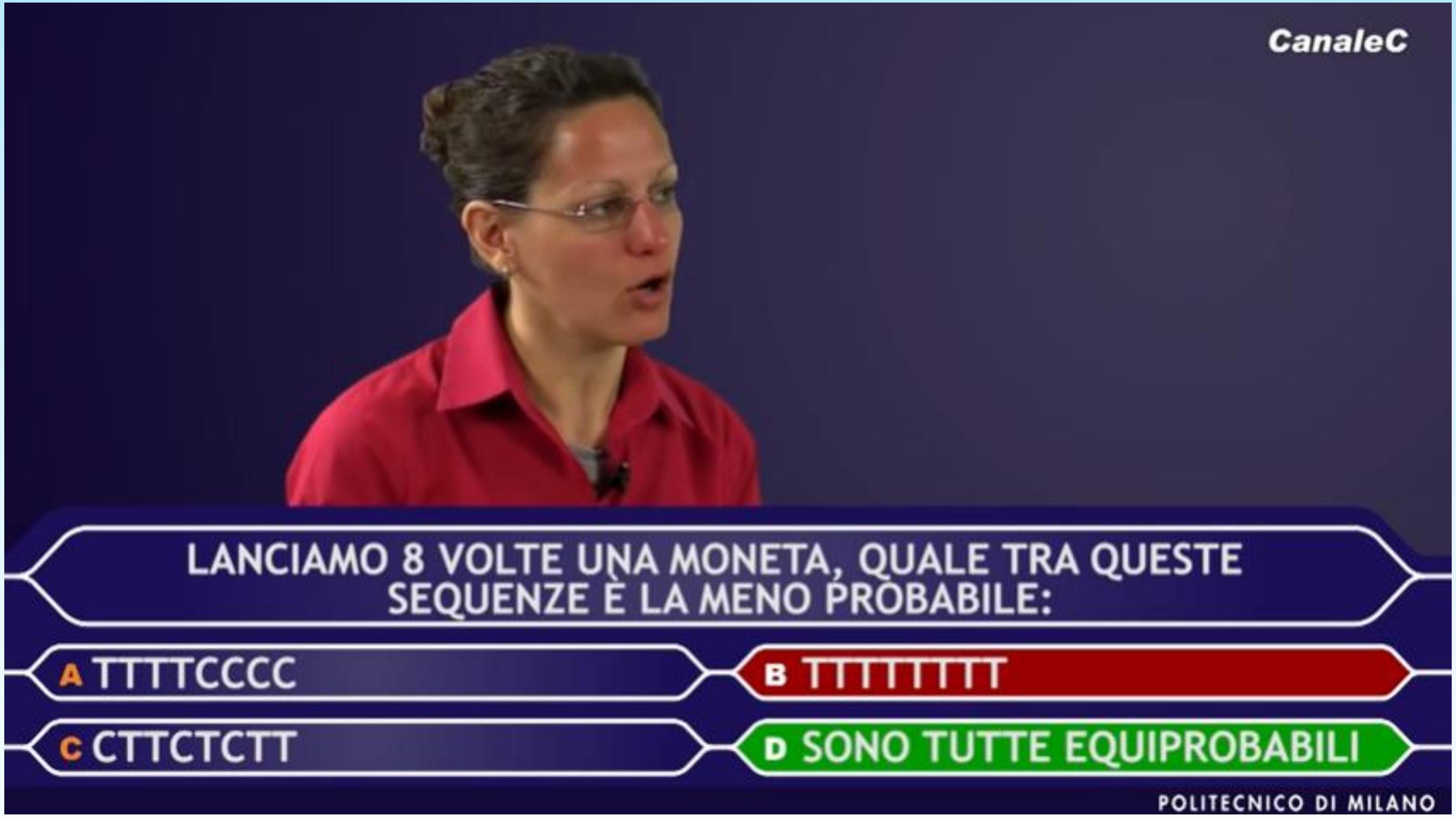
   __ __ __ __ __

2. Quale sequenza sareste meno propensi a giocare per la prossima estrazione?

   __ __ __ __ __

↪

Quale sequenza sceglieresti?



ERRATA INTERPRETAZIONE DELLA RAPPRESENTATIVITÀ: attribuiamo una probabilità maggiore alla sequenza più casuale.

https://youtu.be/pYJkmyLc92E

BetOnMath

Azzardo e matematica a scuola

La roulette non ha memoria……

ERRATA INTERPRETAZIONE DELLA LEGGE DEI GRANDI NUMERI !!!!!!!!!!

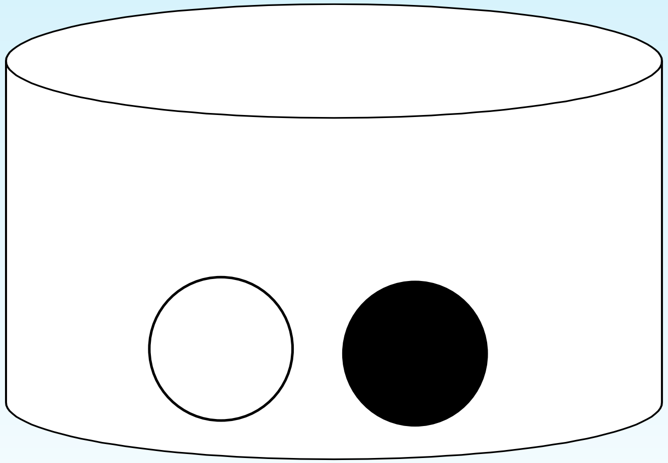
https://youtu.be/pYJkmyLc92E

URNE

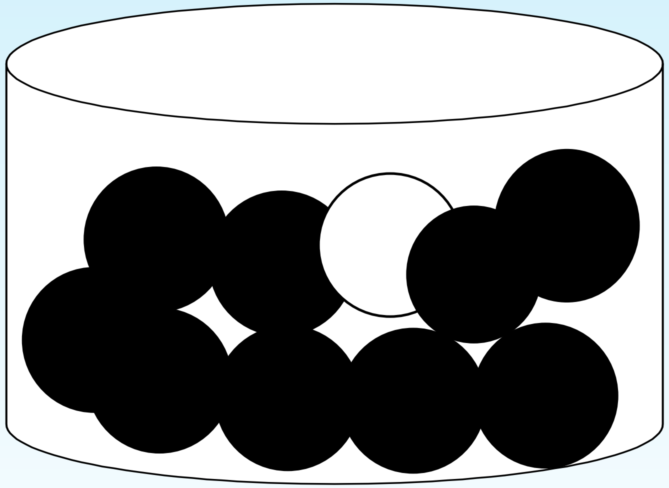
Considera il seguente gioco: ci sono due urne contenenti delle palline perfettamente uguali tra loro, ma colorate diversamente, alcune bianche, altre nere.
Nella 1°urna ci sono una pallina bianca e una nera, nella 2°urna una bianca e nove nere.

Per vincere un premio devi estrarre una pallina bianca da una delle due urne.
Osserva che nessuna pallina è avvantaggiata nell'estrazione.

- In quale urna ti conviene pescare?



Prima urna



Seconda urna

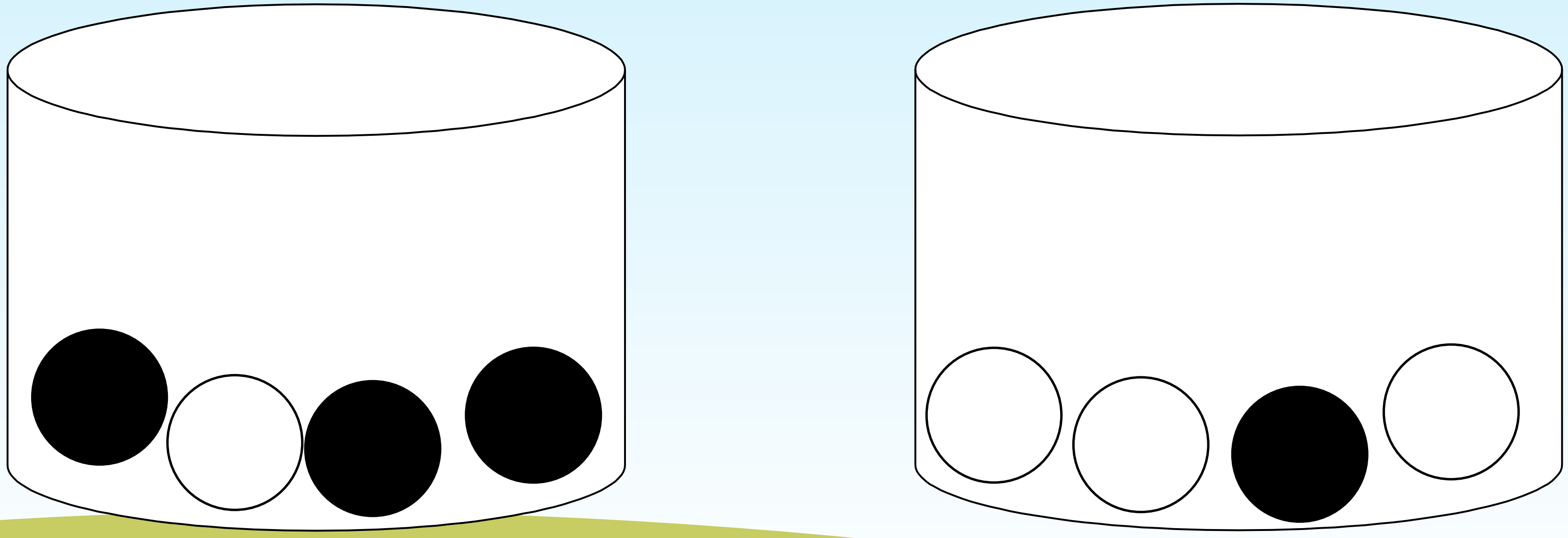
(A. Pesci-M.Reggiani, «Statistica e Probabilità», SEI)

Vinci un premio

Il gioco continua….Come prima, per vincere un premio devi estrarre una pallina bianca da una delle due urne.

Osserva che nessuna pallina è avvantaggiata nell’estrazione.

- E ora in quale urna ti conviene pescare?



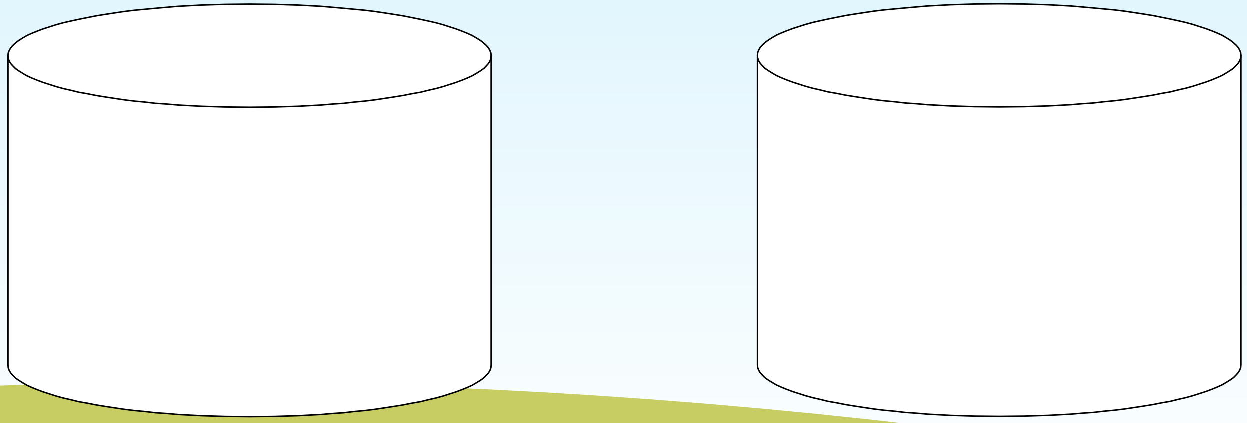
Prima urna Seconda urna

(A. Pesci-M.Reggiani, «Statistica e Probabilità», SEI)

Scheda 2

Come nella scheda precedente, vinci un premio se estrai una pallina bianca da una delle due urne;

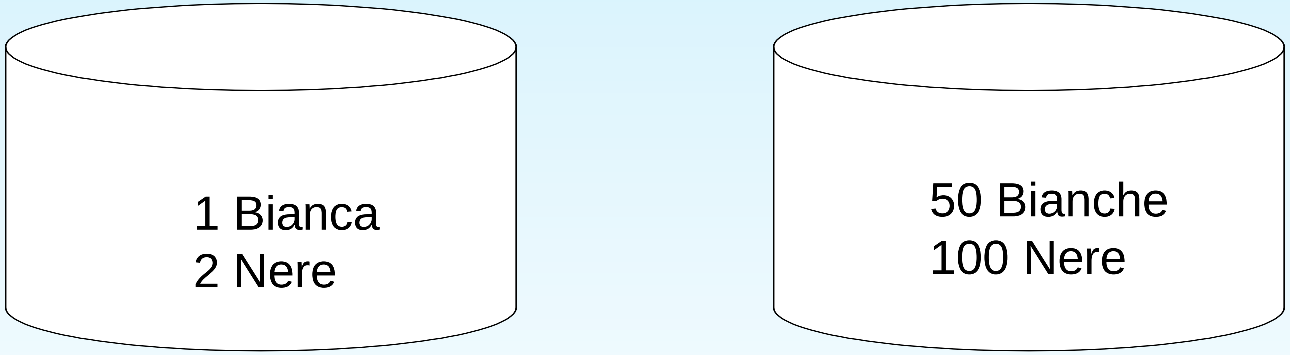
disponi alcune palline bianche e alcune nere nelle due urne disegnate, in modo che sia più conveniente pescare nella prima



Prima urna   Seconda urna

(A. Pesci-M.Reggiani, «Statistica e Probabilità», SEI)

…. e in questa situazione, in quale pescheresti?



I urna

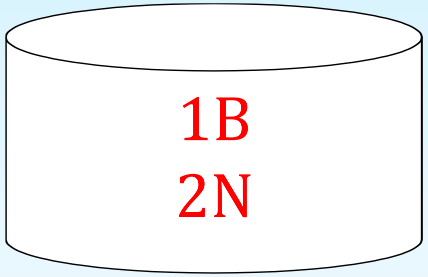
II urna

(A. Pesci-M.Reggiani, «Statistica e Probabilità», SEI)

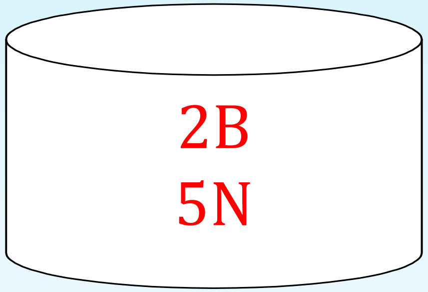
Scheda 3

Ti sarai accorto che nella seconda situazione della scheda precedente è indifferente scegliere la prima urna o la seconda: infatti, pur essendo diverso il numero delle palline nelle due urne, in entrambi i casi per ogni pallina bianca ce ne sono due nere, cioè per ogni possibilità di vincere due di perdere:

Considera, ora, la seguente situazione



1°urna



2°urna

In quale urna pescheresti?

Scegli e completa una di queste risposte:

- Pesco nella prima perché………
- Pesco nella seconda perché………

(A. Pesci-M.Reggiani, «Statistica e Probabilità», SEI)

Tabella

- COMPLETA la seguente tabella in modo che presenti la composizione di otto urne, tutte “equivalenti”

B	15	6		21				
N	25	10			45			
T			24			88		
urne	1°u	2°u	3°u	4°u	5°u	6°u	7°u	8°u

(A. Pesci-M.Reggiani, «Statistica e Probabilità», SEI)

esercizio

Scrivi a fianco di ogni urna la probabilità (espressa in **frazione ed in percentuale**) di estrarre una pallina bianca:

1 B
9 N

2B
7N

50B
100N

3B
1N

(A. Pesci-M.Reggiani, «Statistica e Probabilità», SEI)

Antologia di proposte didattiche per la scuola primaria e secondaria di primo grado

LA PROBABILITA' NELLA SCUOLA PRIMARIA.

PERCORSO DIDATTICO

N.R.D. Pavia –(*M. Trevisani*)

1 – DISCUTERE SE, IN BASE ALLE INFORMAZIONI POSSEDUTE, UNA SITUAZIONE È CERTA, POSSIBILE O IMPOSSIBILE

LE ATTIVITÀ CHE ORA PROPONIAMO DOVREBBERO, SECONDO NOI, ESSERE SVILUPPATE NEL CORSO DEI PRIMI TRE ANNI DELLA SCUOLA PRIMARIA. ESSE HANNO COME OBIETTIVO, DA UNA PARTE, QUELLO DI AIUTARE I BAMBINI A PRENDERE COSCIENZA DEL FATTO CHE MOLTE SITUAZIONI CHE SI VIVONO A SCUOLA HANNO UN CARATTERE DI INCERTEZZA, DALL'ALTRA, DI AIUTARE I BAMBINI AD USARE IN MODO RAGIONATO LE ESPRESSIONI "È CERTO", "È POSSIBILE", "È IMPOSSIBILE", "È INCERTO", UTILIZZANDO LE INFORMAZIONI CHE SI POSSIEDONO.

ESEMPI.

- “ **QUESTA MATTINA SI FARÀ L’INTERVALLO.”** [QUALCHE BAMBINO, LA MAGGIORANZA, FORSE, RISPONDERÀ CHE È **CERTO** PERCHÉ È PREVISTO DALL’ORARIO SCOLASTICO; QUALCHE ALTRO POTRÀ DIRE CHE È **IMPOSSIBILE** PERCHÉ L’INTERVALLO È GIÀ STATO FATTO; QUALCHE ALTRO ANCORA, PIÙ SOFISTICO, POTRÀ DIRE CHE È **POSSIBILE**, MA NON CERTO PERCHÉ POTREBBE ACCADERE QUALCOSA CHE LO IMPEDISCE.]

- “ **ALLE 12 E MEZZA SUONERÀ LA CAMPANA”** [NON CI DOVREBBERO ESSERE PARERI DISCORDANTI. QUALCUNO POTREBBE OBIETTARE: E SE MANCA LA CORRENTE? E SE IL BIDELLO SI DIMENTICA?]

- “ **IN MENSA OGGI MANGEREMO IL MINESTRONE**” [CI SI PUÒ ASPETTARE CHE TUTTI DICANO CHE È **POSSIBILE** PERCHÉ IL MINESTRONE È PREVISTO NEL MENÙ. QUALCUNO POTREBBE DIRE CHE È **CERTO** O **IMPOSSIBILE** PERCHÉ HA AVUTO QUALCHE INFORMAZIONE DALLA CUCINA. QUESTO PUÒ SERVIRE A SOTTOLINEARE CHE IL GIUDIZIO CHE SI DÀ DIPENDE DALLE INFORMAZIONI POSSEDUTE.]

- “ **DOMANI PIOVERÀ**” [E’ UNA TIPICA SITUAZIONE **INCERTA**. NEL GIUDIZIO DEI BAMBINI POTREBBERO, PERÒ, ENTRARE IN GIOCO LE PREVISIONI DEL TEMPO VISTE IN TELEVISIONE E LA FIDUCIA CHE SI HA IN ESSE.]

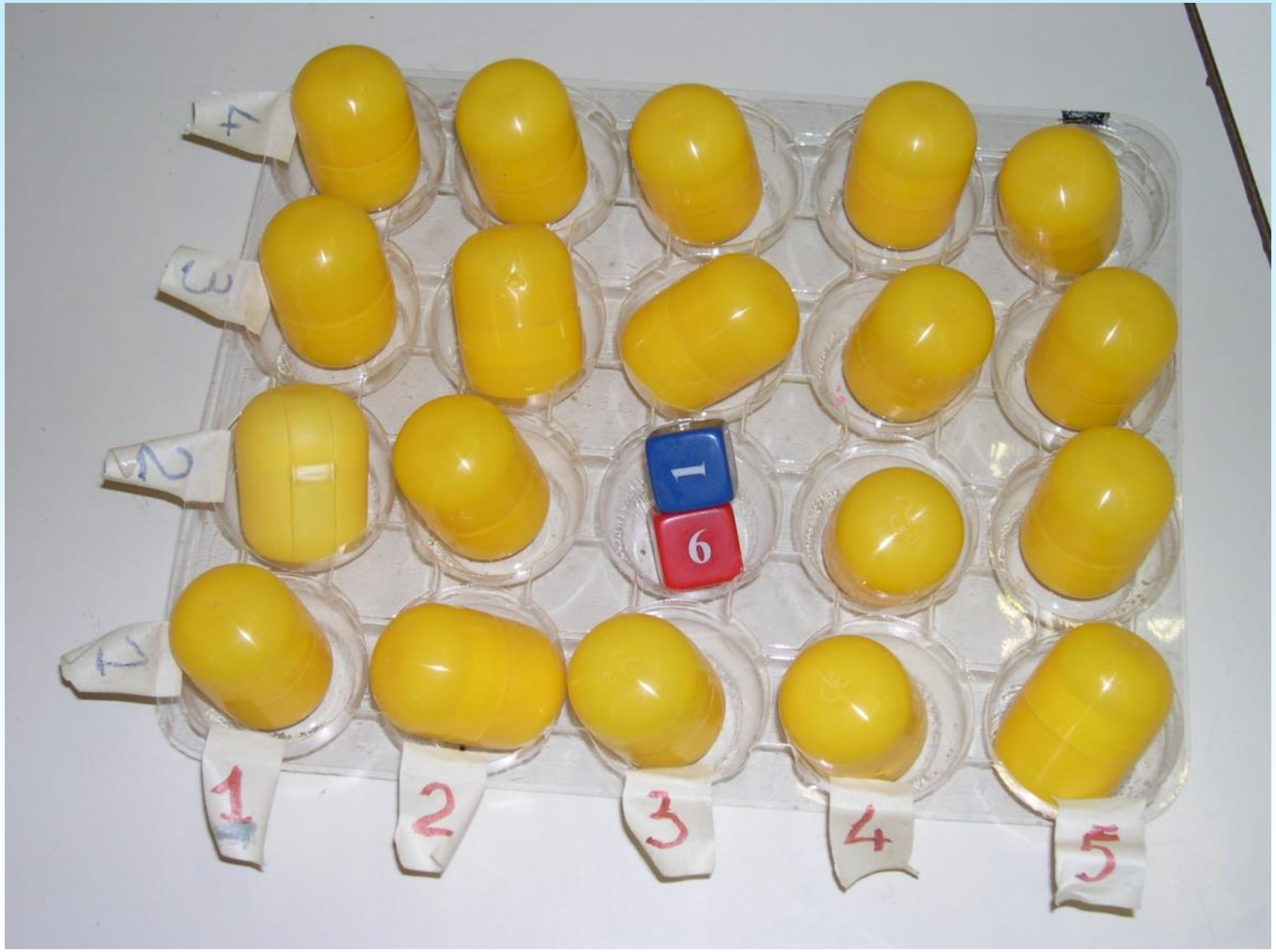
- “ **OGGI È DOMENICA**” [NESSUN DISSENSO SULLA VALUTAZIONE.]

- “ **IL MESE DI GENNAIO HA 28 GIORNI”** [LA VALUTAZIONE DIPENDE DALLE CONOSCENZE DEI BAMBINI SUL NUMERO DEI GIORNI DEL MESE DI GENNAIO. SE FOSSERO DIVERSE, SI VA A CONTROLLARE SUL CALENDARIO. L’INFORMAZIONE ACQUISITA UNIFORMA IL GIUDIZIO.]

-“ **DOMANI CI SARÀ QUALCHE ASSENTE”** [LA SITUAZIONE È TIPICAMENTE **INCERTA**, MA LA SITUAZIONE DELLA CLASSE (UN BAMBINO CHE È ALL’OSPEDALE, UN BAMBINO CHE SA CHE NON POTRÀ VENIRE A SCUOLA L’INDOMANI), PUÒ RENDERLA **CERTA.**]

-“ **IN PALESTRA SI GIOCA A PALLA”** [LA RISPOSTA DIPENDE DALLE ESPERIENZE DEI BAMBINI.]

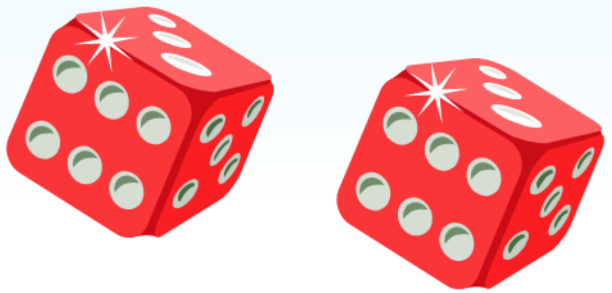
GIOCO DEI BUSSOLOTTI



I BAMBINI QUINDI VENGONO INVITATI A SFIDARE LA SORTE PER POTER CATTURARE L’OVETTO CON IL SUO “TESORO”. PER FAR QUESTO DEVONO LANCIARE I DUE DADI, UNO BLU ED UNO ROSSO, CONTEMPORANEAMENTE, TROVARE L’INCROCIO, DOVE SIA POSSIBILE, TRA LA RIGA BLU E LA COLONNA ROSSA CORRISPONDENTI, VERIFICARE SE L’INCROCIO È OCCUPATO DA UN OVETTO E SE ESSO CONTIENE LA CARAMELLINA.

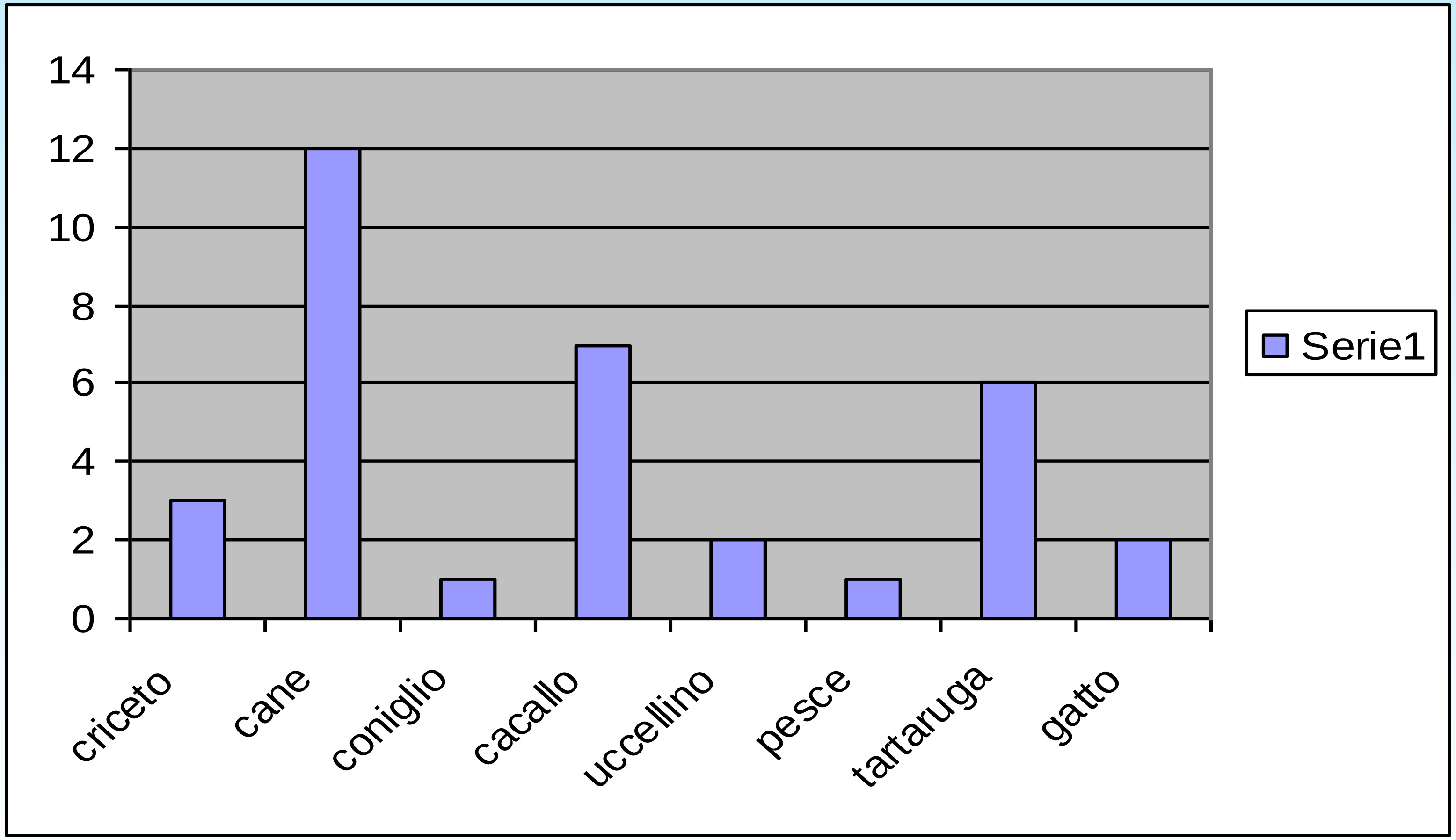
POSSIAMO, ALLORA, INCOMINCIARE IL GIOCO DELLE PREVISIONI CON DOMANDE APPROPRIATE COME

- **SE LANCI I DUE DADI, SEI SICURO DI PESCARE UN OVETTO? PERCHÉ?**
- **SE LANCI DUE DADI, TI PUÒ CAPITARE DI PESCARE UN OVETTO? PERCHÉ?**
- **SE LANCIANDO I DUE DADI PESCHI UN OVETTO, SEI SICURO DI TROVARE IL “TESORO? PERCHÉ?**



"QUAL È L'ANIMALE PIÙ DESIDERATO"

IN UNA CLASSE È STATA POSTA LA SEGUENTE DOMANDA: "QUAL È L'ANIMALE PIÙ DESIDERATO" (SI POTEVA DARE PIÙ DI UNA RISPOSTA). I DATI RACCOLTI SONO STATI REGISTRATI IN QUESTO MODO:



DOPO AVER RECUPERATO I BIGLIETTI DELL’INDAGINE, PIEGATI TUTTI ALLO STESSO MODO, E AVERLI MESSI IN UNA SCATOLA INIZIA IL GIOCO DELLE PREVISIONI.

OGNI BAMBINO DOVRÀ RISPONDERE AD OGNI DOMANDA CON **CERTO, POSSIBILE, IMPOSSIBILE**.

- 1. SE TU HAI SCRITTO CANE ED ESTRAI UN BIGLIETTO, **SEI SICURO** CHE CI SARÀ SCRITTO CANE?...........PERCHÉ?

- 2. SE SUL BIGLIETTO CRISTINA HA SCRITTO CAVALLO, QUANDO ESTRAE UN BIGLIETTO **È POSSIBILE** CHE TROVI SCRITTO TARTARUGA?.........................

- 3. **E’ POSSIBILE** PESCARE UN BIGLIETTO CON SCRITTO ELEFANTE?................... PERCHÉ?.......................

- 4. **SEI SICURO** DI PESCARE UN BIGLIETTO CON SCRITTO IL NOME DI UN ANIMALE? …………PERCHÉ?.........

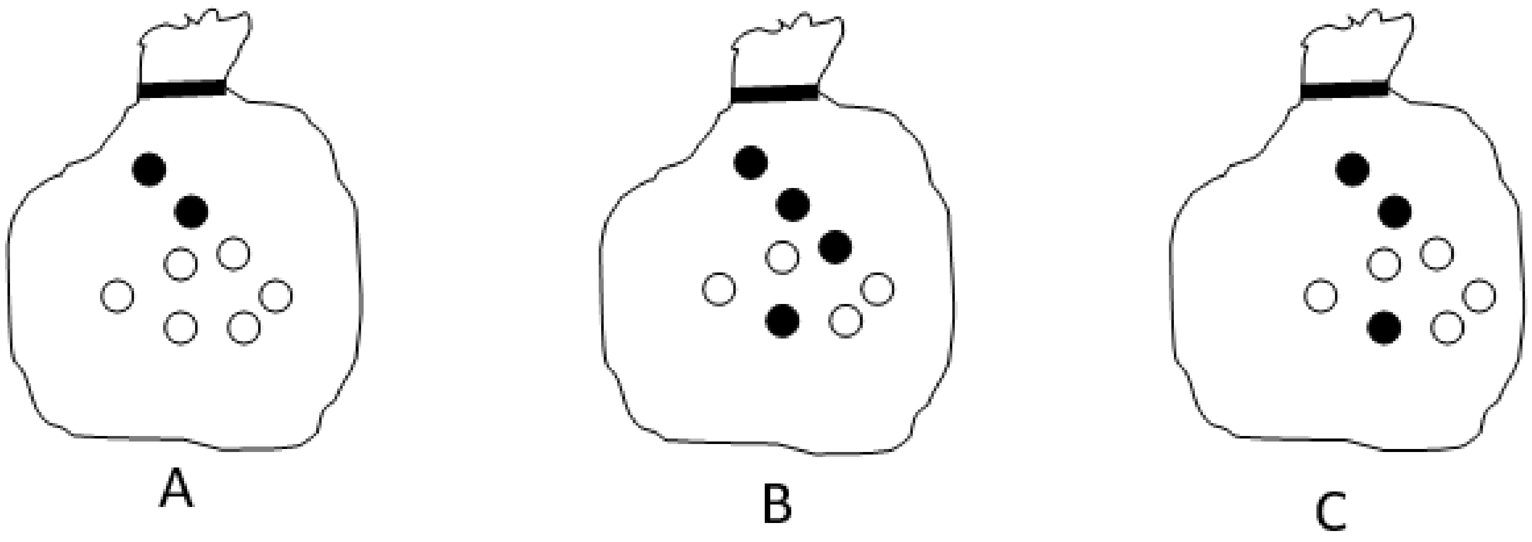
RIPRENDIAMO IL NOSTRO GIOCO E RIFLETTENDO BENE CERCHIAMO DI FARE DELLE PREVISIONI RAGIONEVOLI.

- 5. SE PESCHIAMO UN BIGLIETTO **È PIÙ FACILE** TROVARE LA SCRITTA GATTO OPPURE LA SCRITTA CRICETO?
- 6. SE PESCHIAMO UN BIGLIETTO **È PIÙ FACILE** TROVARE SCRITTO CANE OPPURE CAVALLO?
- 7. SE PESCHIAMO UN BIGLIETTO **È PIÙ FACILE** TROVARE SCRITTO CANE OPPURE UNA QUALUNQUE DELLE ALTRE SCRITTE?

2 - IN CONTESTI SEMPLICI E MOTIVANTI INTRODURRE L'IDEA DI CASI POSSIBILI E DI CASI FAVOREVOLI

UN SACCHETTO PER PESCARE

- OSSERVA CON ATTENZIONE QUESTI TRE SACCHETTI:



IN CIASCUNO DEI TRE SACCHETTI **A**, **B**, **C** CI SONO 8 PALLINE FRA NERE E BIANCHE.

SE PENSI DI ESTRARRE UNA PALLINA DA UN SACCHETTO **IL NUMERO 8 È IL NUMERO DEI CASI POSSIBILI**.

VINCI UN PREMIO SE ESTRAI UNA **PALLINA NERA**.

PROVA A RIFLETTERE:

- NEL SACCHETTO A QUANTI **CASI** SONO A TE **FAVOREVOLI** PER PESCARE UNA PALLINA NERA ?..............

- NEL SACCHETTO B QUANTI **CASI** SONO A TE **FAVOREVOLI** PER PESCARE UNA PALLINA NERA ?..............

- NEL SACCHETTO C QUANTI **CASI** SONO A TE **FAVOREVOLI** PER PESCARE UNA PALLINA NERA ?..............

ORA RISPONDI ALLA DOMANDA E GIUSTIFICA LA TUA RISPOSTA.

- DA QUALE SACCHETTO TI CONVIENE PESCARE **PER VINCERE PIÙ FACILMENTE** IL PREMIO? ………..PERCHÉ?

IL GIOCO DEL DADO

GIOCHIAMO A **LANCIARE UN DADO CON SEI FACCE** SULLE QUALI SONO SCRITTI I NUMERI DA 1 A 6.
NEL LANCIO **PUÒ USCIRE UNA QUALUNQUE DELLE SEI FACCE.**
PER RISPONDERE ALLE DOMANDE PUOI **PENSARE AI CASI CHE TI SONO FAVOREVOLI.**

1. SE TU PUNTI SULLA **USCITA DEL NUMERO 0 ,** HAI QUALCHE PROBABILITÀ DI VINCERE?........ PERCHÉ? …

2. SE TU PUNTI SULLA **USCITA DEL NUMERO 5** HAI QUALCHE PROBABILITÀ DI VINCERE?......... PERCHÉ?…

3. SAPENDO CHE I CASI POSSIBILI SONO 6, **QUANTI SONO I CASI FAVOREVOLI** ALL'USCITA DEL 5?...........

4. SE PUNTI SULLA **USCITA DEL NUMERO 5 O DEL NUMERO 3** HAI QUALCHE PROBABILITÀ DI VITTORIA? …………… PERCHÉ?................ QUANTI SONO I CASI A TE FAVOREVOLI? ……………..

5. **SE PUNTI SULLA USCITA DEL NUMERO 5, O SULLA USCITA DEL 3 O SULLA USCITA DEL NUMERO 2** HAI QUALCHE PROBABILITÀ DI VINCERE? …………PERCHÉ? ……..QUANTI SONO I CASI A TE FAVOREVOLI?.......

6. **SU QUANTI NUMERI DEVI PUNTARE PER ESSERE SICURO DI VINCERE** ? .... PERCHÉ?.......................

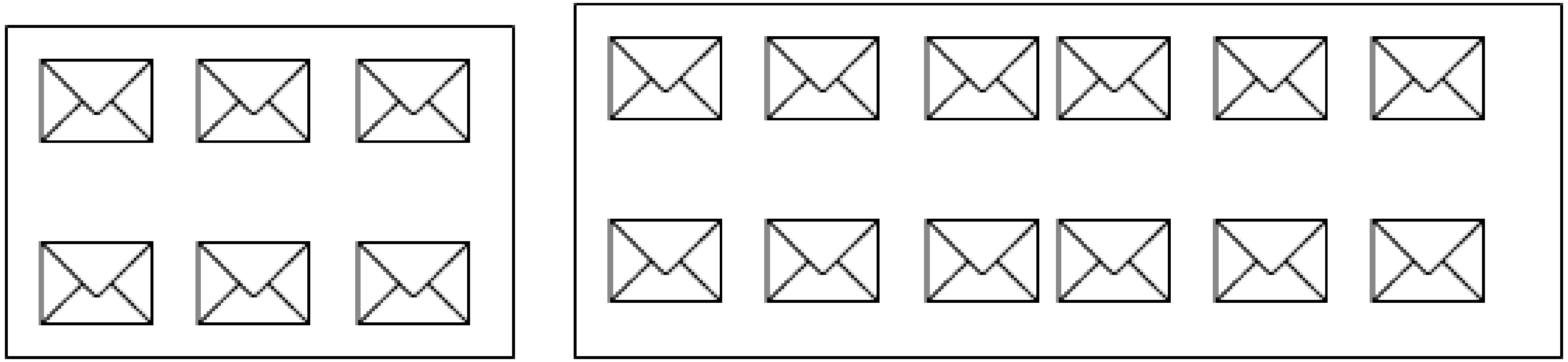
7. SE **PUNTI SU DI UN NUMERO PARI**, HAI QUALCHE PROBABILITÀ DI VINCERE ? ……………. PERCHÉ?................ QUANTI SONO I CASI A TE FAVOREVOLI? ………….

8. SE **PUNTI SU DI UN NUMERO DISPARI**, HAI QUALCHE PROBABILITÀ DI VINCERE ? .... PERCHÉ?............. QUANTI SONO I CASI A TE FAVOREVOLI? …………

9. PER AVERE PIÙ PROBABILITÀ DI VINCERE TI CONVIENE PUNTARE SU DI UN NUMERO PARI O SU DI UN NUMERO DISPARI ?.... PERCHÉ? ……………………

ANDIAMO ALLE BUSTE

- CI SONO DUE SCATOLE A E B. LA SCATOLA A CONTIENE 6 BUSTE E LA SCATOLA B CONTIENE 12 BUSTE. NELLA SCATOLA A SOLO 3 BUSTE CONTENGONO UN PREMIO, NELLA SCATOLA B CI SONO BEN 6 BUSTE CHE DANNO DIRITTO AD UN PREMIO:



A B

- QUANTI SONO I CASI POSSIBILI NELLA SCATOLA A?....... E NELLA SCATOLA B? ……

- QUANTI CASI FAVOREVOLI A PESCARE UN PREMIO CI SONO NELLA SCATOLA A? .... E NELLA SCATOLA B?......

- SE VUOI ESTRARRE UNA BUSTA CON UN PREMIO IN QUALE DELLE DUE SCATOLE TI CONVIENE PESCARE?.................................... PERCHÉ?..

3 - IN CONTESTI SEMPLICI E MOTIVANTI AVVIARE UNA PRIMA INTRODUZIONE DELLA QUANTIFICAZIONE DEL VERIFICARSI DI UN EVENTO INCERTO FORMULANDO L'IDEA DI PROBABILITÀ COME RAPPORTO TRA CASI FAVOREVOLI E CASI POSSIBILI.

GIOCHIAMO CON LE LETTERE

CIASCUNA DELLE 11 LETTERE CHE COMPONGONO LA PAROLA "*PROBABILITÀ*" È SCRITTA SU DI UNA SCHEDA. LE SCHEDE VENGONO PIEGATE ALLO STESSO MODO, E MESSE IN UN SACCHETTO. ORA ESTRAIAMO UNA SCHEDA".

P	R	O	B	A	B	I	L	I	T	À

QUANTI SONO I **CASI POSSIBILI** IN QUESTO GIOCO? ....

- A TE PIACEREBBE ESTRARRE UNA SCHEDA CON SCRITTA UNA VOCALE.

- QUANTI SONO I **CASI FAVOREVOLI** A QUESTA ESTRAZIONE?........ PERCHÉ?

- E CON SCRITTA UNA CONSONANTE? ....PERCHÉ?

- SE VOLESSI PUNTARE SULL'ESTRAZIONE DI UNA VOCALE QUALE PROBABILITÀ HAI DI PESCARLA?

NUMERO DI CASI FAVOREVOLI → ....

NUMERO DI CASI POSSIBILI → ....

- SE VOLESSI PUNTARE SULL'ESTRAZIONE DI UNA CONSONANTE QUALE PROBABILITÀ HAI DI PESCARLA?

NUMERO DI CASI FAVOREVOLI → ....

NUMERO DI CASI POSSIBILI → ....

SCOPRIAMO LE CARTE

- UN MAZZO DI CARTE DA GIOCO È FORMATO DA 40 CARTE, 10 PER OGNI SEME: 20 ROSSE (CUORI E QUADRI) E 20 NERE (FIORI E PICCHE). PER OGNI SEME CI SONO SETTE CARTE CON NUMERI (DA 1 A 7) E TRE CARTE CON FIGURE (FANTE, DONNA, RE). GIOCHIAMO A PESCARE UNA CARTA.

- IN QUESTO GIOCO QUANTI SONO I CASI **POSSIBILI**?.........................

- QUANTI SONO I CASI **FAVOREVOLI** AL PESCARE UNA CARTA ROSSA? ....PERCHÉ?.................

- PER AVERE PIÙ PROBABILITÀ DI VINCERE TI CONVIENE PUNTARE SULL'USCITA DI UNA CARTA ROSSA OPPURE DI UNA CARTA NERA?.................. PERCHÉ? ....

- VINCI SE PESCHI UNA FIGURA. QUAL È LA PROBABILITÀ DI VINCERE?

casi favorevoli → ....

casi possibili → ....

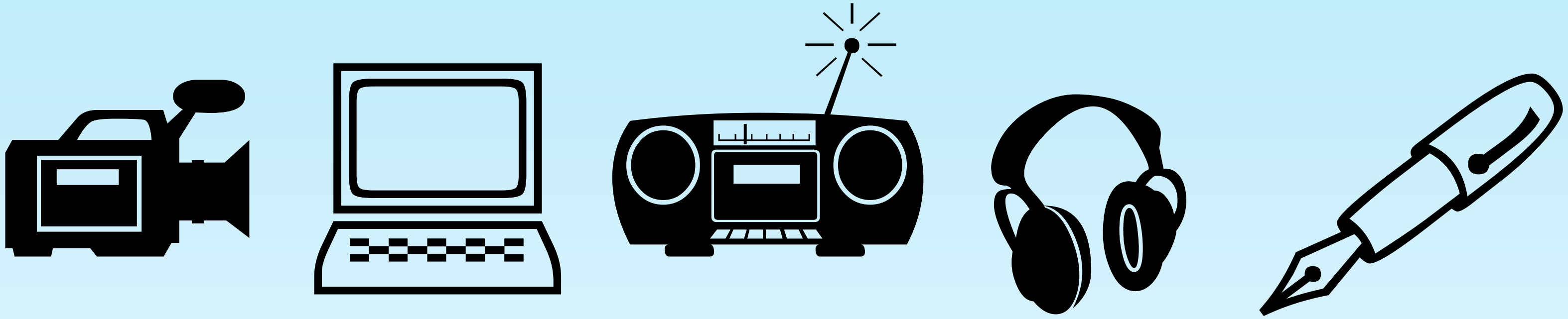
- VINCI SE PESCHI UN NUMERO. QUAL È LA PROBABILITÀ DI VINCERE?

casi favorevoli → ....

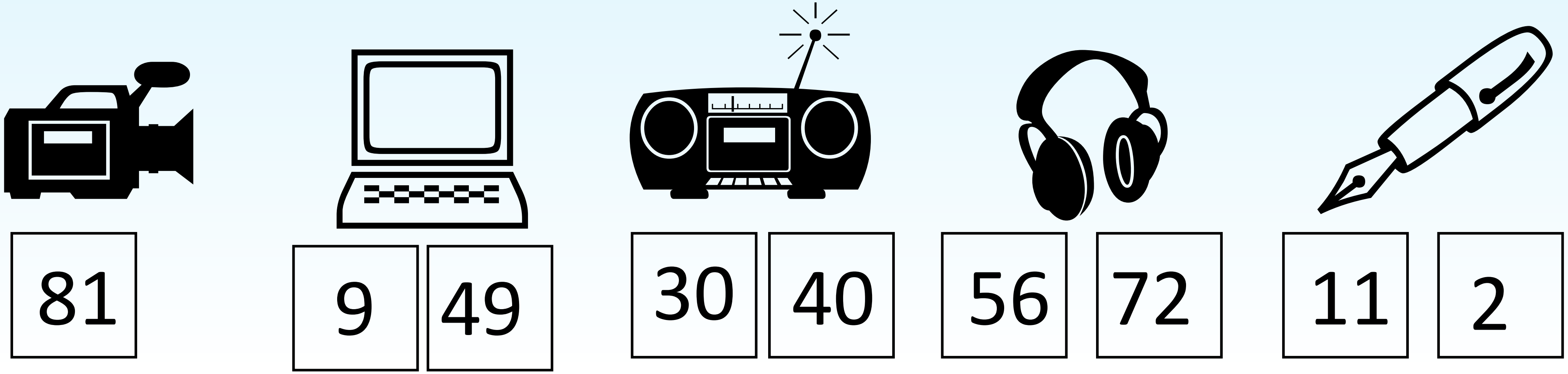
casi possibili → ....

SI VINCE CON LA LOTTERIA

- QUESTI SONO I CINQUE PREMI DI UNA LOTTERIA:



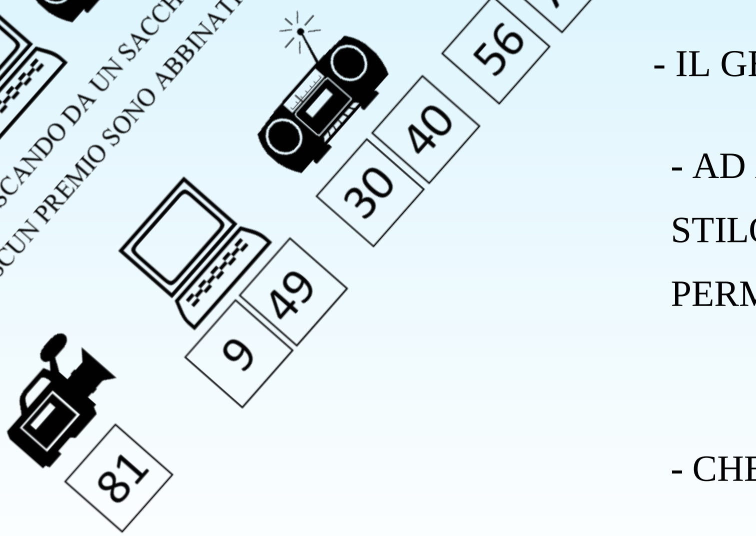
SI VINCONO PESCANDO DA UN SACCHETTO UNO DEI 100 GETTONI NUMERATI DA 1 A 100. A CIASCUN PREMIO SONO ABBINATI I GETTONI CHE VEDI NELLO SCHEMA:



SI VINCE CON LA LOTTERIA

- QUESTI SONO I CINQUE PREMI DI UNA LOTTERIA:

SI VINCONO PESCANDO DA UN SACCHETTO UNO DEI 100 GETTONI NUMERATI DA 1 A 100. A CIASCUN PREMIO SONO ABBINATI I GETTONI CHE VEDI NELLO SCHEMA:



VINCE IL PREMIO IL PRIMO CHE PESCA UNO DEI GETTONI ABBINATI AL PREMIO.

ANDREA È IL PRIMO A PESCARE. CALCOLA QUALE PROBABILITÀ HA DI PESCARE:

- UN GETTONE VINCENTE ⟶ { NUMERO CASI FAVOREVOLI → --------- / NUMERO CASI POSSIBILI → ---------

- UN GETTONE NON VINCENTE ⟶ --------- / ---------

- UN GETTONE CHE TI PERMETTE DI VINCERE LA RADIO ⟶ --------- / ---------

- IL GETTONE CHE TI PERMETTE DI VINCERE LA CINEPRESA ⟶ --------- / ---------

- AD ANDREA PIACEREBBE VINCERE IL COMPUTER **OPPURE** LE CUFFIE **O** LA PENNA STILOGRAFICA. CHE PROBABILITÀ HA DI PESCARE UN GETTONE CHE GLI PERMETTA DI VINCERE UNO DI QUESTI TRE PREMI? --------- / ---------

- CHE PROBABILITÀ HA ANDREA DI VINCERE UNA BICICLETTA? ⟶ --------- / ---------

- PROVA A SCRIVERE TU UNA DOMANDA RIGUARDANTE QUESTA STORIA:……….........................……………………………………………………………..

Attività del progetto m@t.abel

http://www.scuolavalore.indire.it/guide/dati-e-previsioni/

Non sicuro | www.scuolavalore.indire.it/superguida/matabel/

MATEMATICA E LINGUA (6 Risorse)

Il nucleo Matematica e Lingua, pensato per la Scuola Primaria, si caratterizza come nucleo “interdisciplinare”. Nell’intreccio tra comprensione del linguaggio narrativo ed esplorazione di concetti matematici, le attività di questo nucleo si propongono di aiutare l’alunno a comprendere

RELAZIONI, DATI E PREVISIONI (6 Risorse)

Partendo dall’osservazione della realtà e dalla quotidianità dello studente, il nucleo Relazioni, Dati e Previsioni propone attività per la Scuola primaria che aiutano l’insegnante a introdurre l’esplorazione di concetti legati alle relazioni, alla statistica e ai primissimi elementi dell’incertezza. Gli alunni

NUMERI (29 Risorse)

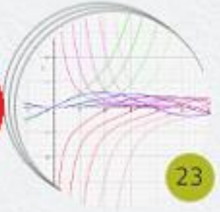
Questo nucleo propone attività sulla capacità di calcolo, alla base di gran parte della matematica. L'obiettivo è far sì che tale capacità sia acquisita in modo corretto, sedimentandosi stabilmente nelle competenze degli alunni. Oggi la sicurezza nel calcolo non si ottiene più tanto con l'addestramento

GEOMETRIA (29 Risorse)

Questo nucleo propone attività che consentiranno agli allievi di raggiungere un equilibrio tra le fasi operative dei problemi geometrici legati alla "realtà" e le graduali sistemazioni teoriche che ne conseguono. Si presenteranno strade alternative all'approccio tradizionale basato su calcoli di

DATI E PREVISIONI (23 Risorse)

Questo nucleo propone attività dedicate alla statistica e alla probabilità e offre l'opportunità di avvicinare lo studio della matematica alla realtà quotidiana, creando curiosità verso la raccolta e l'analisi di informazioni quantitative che stimolano lo studente a pervenire a dati che aiutano a



RELAZIONI E FUNZIONI (23 Risorse)

Questo nucleo propone attività per l'acquisizione di un pensiero funzionale e per imparare ad analizzare qualitativamente l'andamento di un fenomeno. L'obiettivo è quello di evitare inutili addestramenti di manipolazione sintattica di formule inefficaci per la comprensione dei concetti, introducendo attività

L'ANIMALE PREFERITO

Autori: Bartolomei Gaetana Serenella, Manzo Tiziana, Scarpulla Anna, Ventavoli Licia
Grado scolastico: Primaria

Tipologia: Percorso didattico
Anno di pubblicazione: 2015

IL PESO DELLA CULTURA

Autori: Bartolomei Gaetana Serenella, Manzo Tiziana, Scarpulla Anna, Ventavoli Licia
Grado scolastico: Primaria

Tipologia: Percorso didattico
Anno di pubblicazione: 2015

COLPIRE AL CENTRO

Autori: Bartolomei Gaetana Serenella, Manzo Tiziana, Scarpulla Anna, Ventavoli Licia
Grado scolastico: Primaria

Tipologia: Percorso didattico
Anno di pubblicazione: 2013

FAME DI NUMERI... A COLAZIONE!

Autori: Bartolomei Gaetana Serenella, Manzo Tiziana, Scarpulla Anna, Ventavoli Licia
Grado scolastico: Primaria

Tipologia: Percorso didattico
Anno di pubblicazione: 2013

INDIRE ISTITUTO NAZIONALE DOCUMENTAZIONE INNOVAZIONE RICERCA EDUCATIVA

Unione Europea FONDI STRUTTURALI EUROPEI pon 2007-2013 MIUR

COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE) - AMBIENTI PER L' APPRENDIMENTO (FESR)

HOME PROGETTO CONTENUTI CONTATTI

Colpire al centro

di Bartolomei Gaetana Serenella, Manzo Tiziana, Scarpulla Anna, Ventavoli Licia

2013 2472 0

http://forum.indire.it/repository/working/export/6337/

Argomenti: Matematica, Relazioni, dati e previsioni
Progetto: M@t.abel
Grado scolastico: Primaria

Tipologia: Percorso didattico
Condizioni d'uso: Copyright © Indire

PUOI FRUIRE LA RISORSA NEL FORMATO:

VERSIONE MULTIMEDIALE VERSIONE TESTUALE

Tematica affrontata:
Valutazione di probabilità in casi elementari, relazioni fra le aree e la misura della probabilità.

Descrizione dell'attività:
L'attività ha lo scopo di far apprezzare ai bambini situazioni di incertezza, abituarli a cercare nella casualità dei dati elementi costanti, eventi che si ripetono, a cercare, quindi, nel caos apparente una regola.

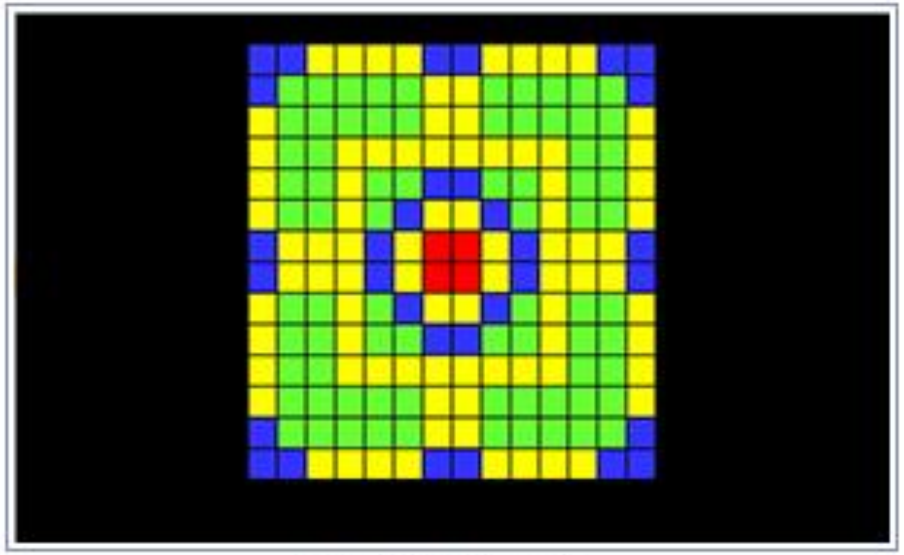
Percorsi tematici che contengono la risorsa

Relazioni, Dati e Previsioni

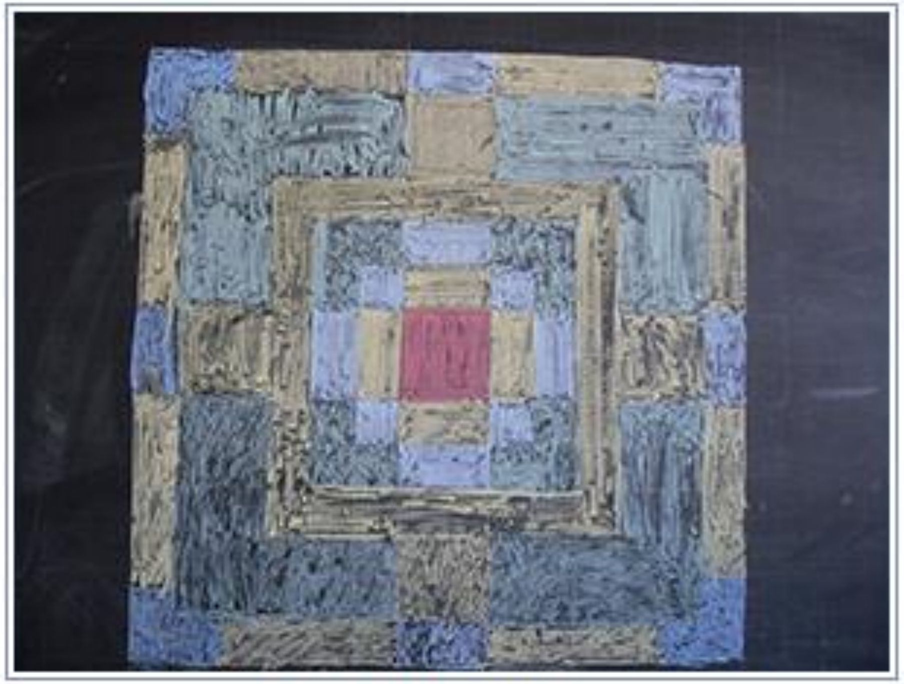
Altre Risorse

Attività 1 – Il problema: il tiro al bersaglio
Fase 1 – La discussione

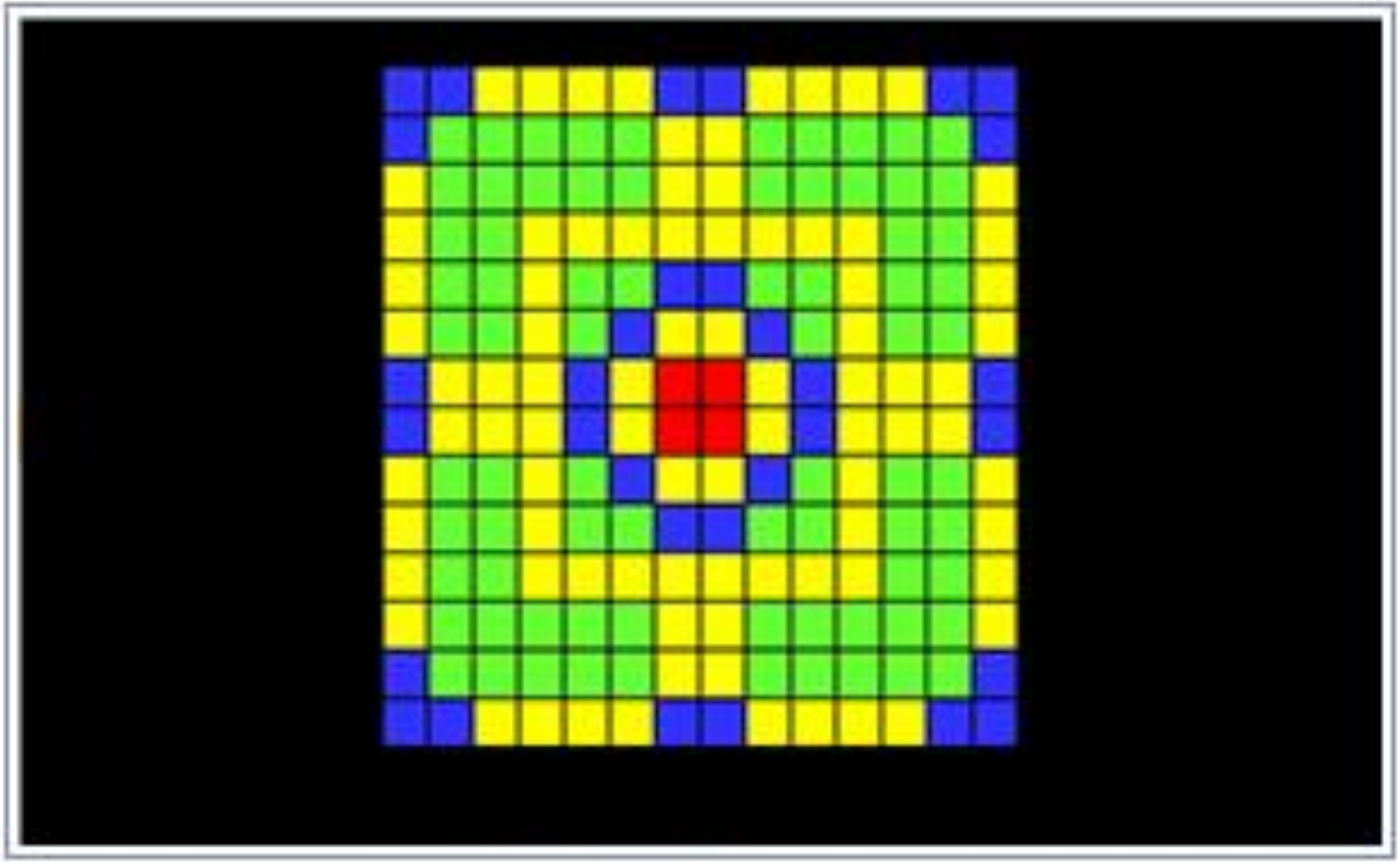
L’insegnante avvia una discussione sul gioco “Il tiro a bersaglio”, focalizzando l’attenzione sulla diversa difficoltà di colpire le differenti zone in cui il bersaglio è suddiviso. Invita i bambini a individuare le variabili che intervengono nel determinare il successo nel colpire un bersaglio e le zone in cui è diviso. Dalla discussione deve emergere l’importanza che assumono la grandezza del bersaglio e delle singole zone, la distanza da cui si tira; è anche possibile che i bambini facciano riferimento alla disposizione delle zone del bersaglio e alla destrezza del lanciatore.



Il bersaglio proposto

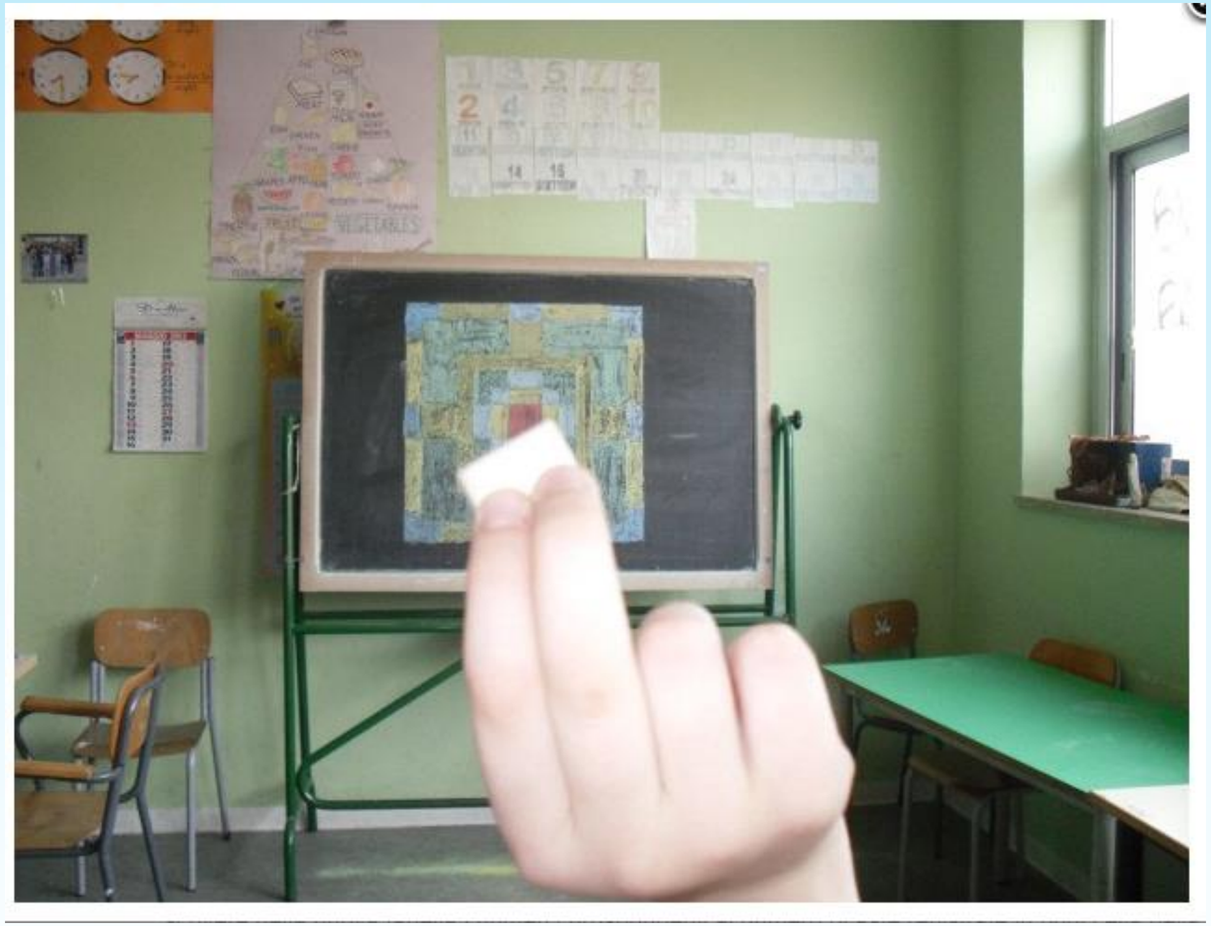


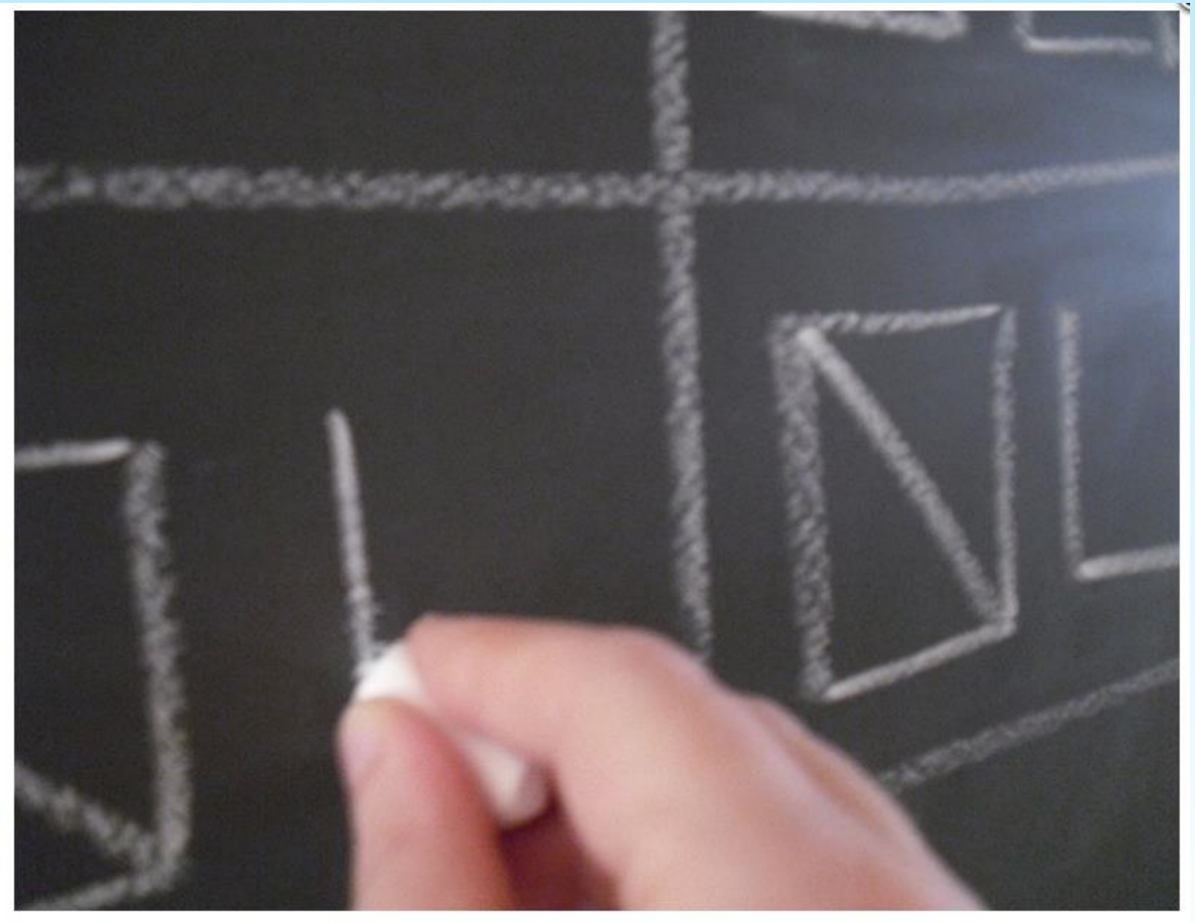
Il bersaglio disegnato

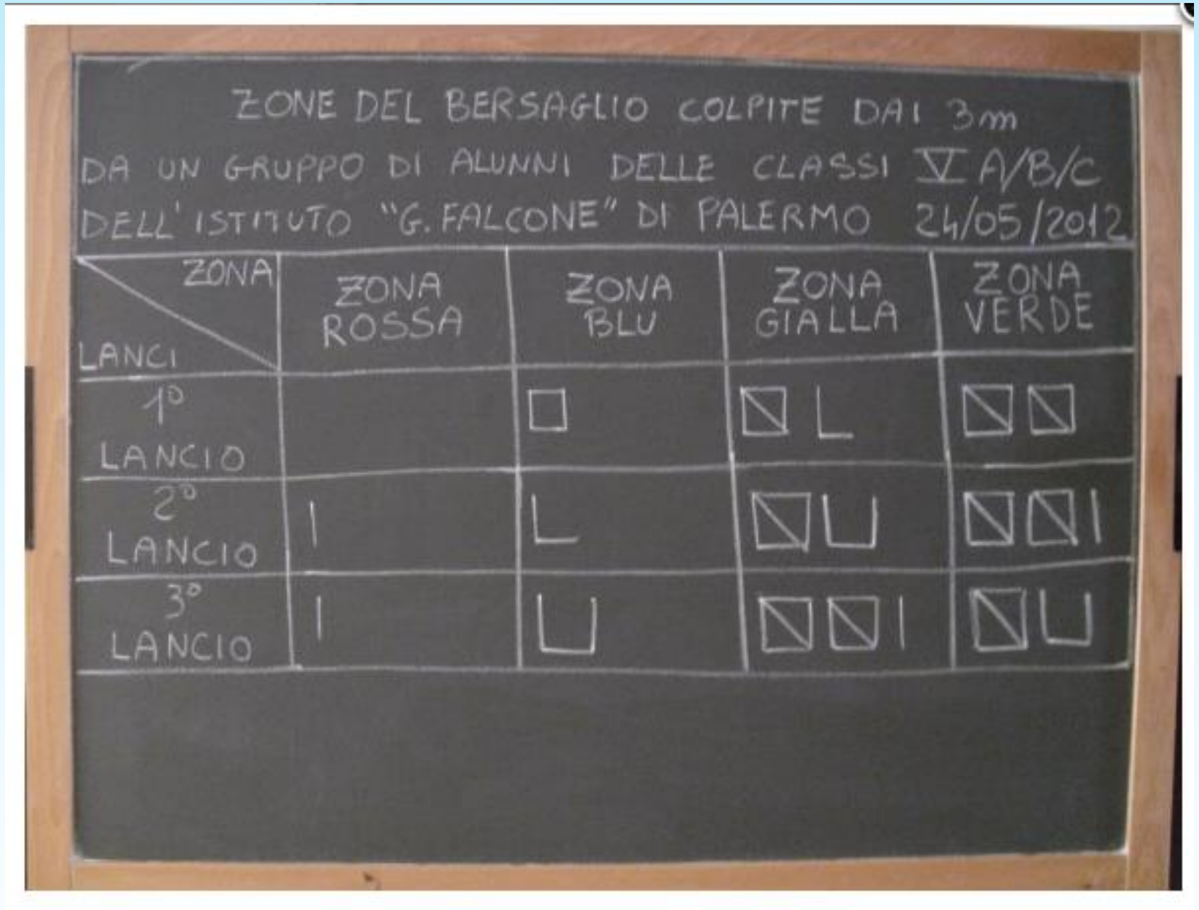


Il bersaglio proposto

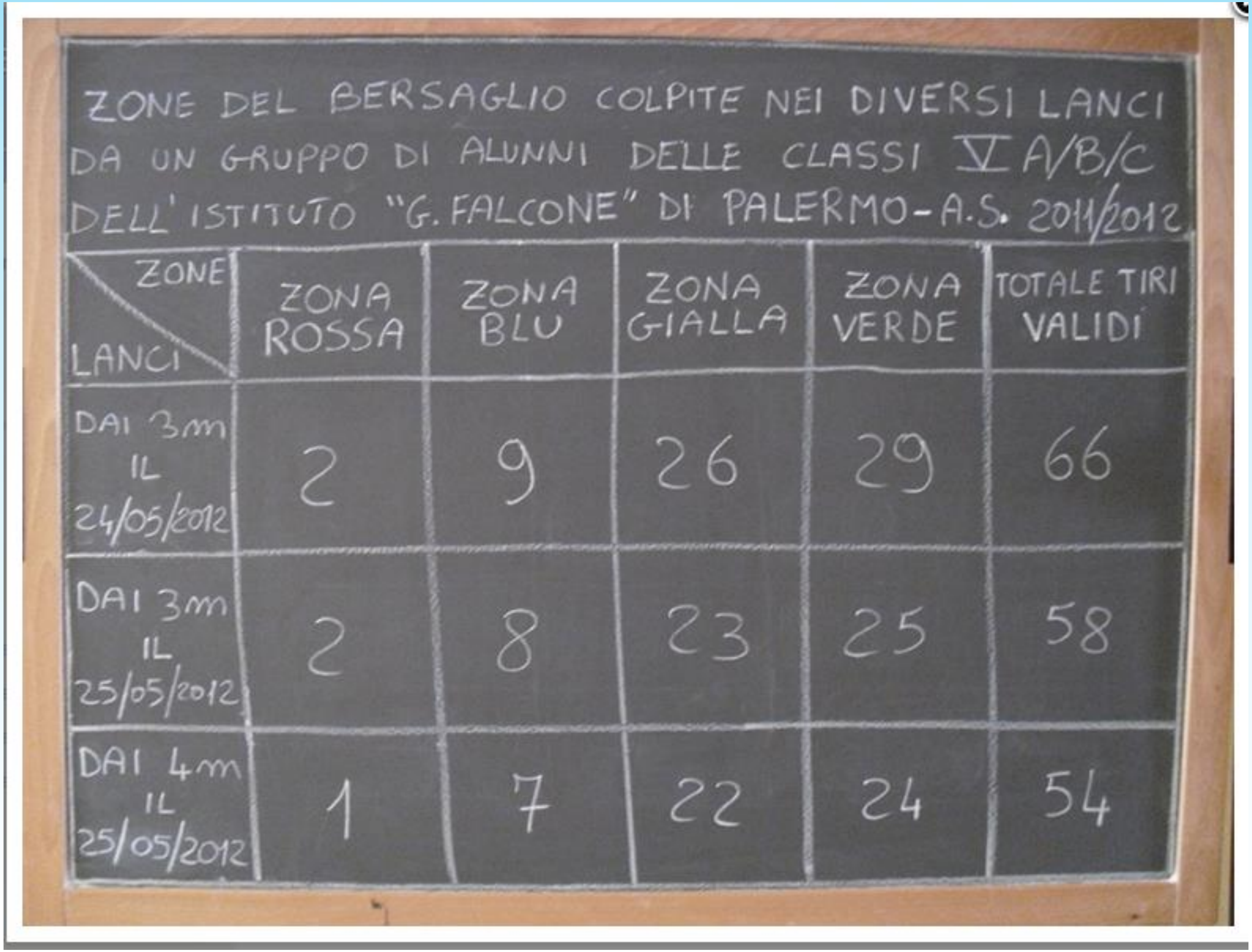
La tabella a doppia entrata per la registrazione dei risultati dei lanci







http://forum.indire.it/repository/working/export/6337/attivita2-fase3.html



ZONE DEL BERSAGLIO COLPITE NEI DIVERSI LANCI
DA UN GRUPPO DI ALUNNI DELLE CLASSI V A/B/C
DELL'ISTITUTO "G. FALCONE" DI PALERMO - A.S. 2011/2012

ZONE / LANCI	ZONA ROSSA	ZONA BLU	ZONA GIALLA	ZONA VERDE	TOTALE TIRI VALIDI
DAI 3m IL 24/05/2012	2	9	26	29	66
DAI 3m IL 25/05/2012	2	8	23	25	58
DAI 4m IL 25/05/2012	1	7	22	24	54

Attività 3 – Il confronto tra risultati previsti e risultati ottenuti
Fase 2 – La probabilità delle diverse zone del bersaglio

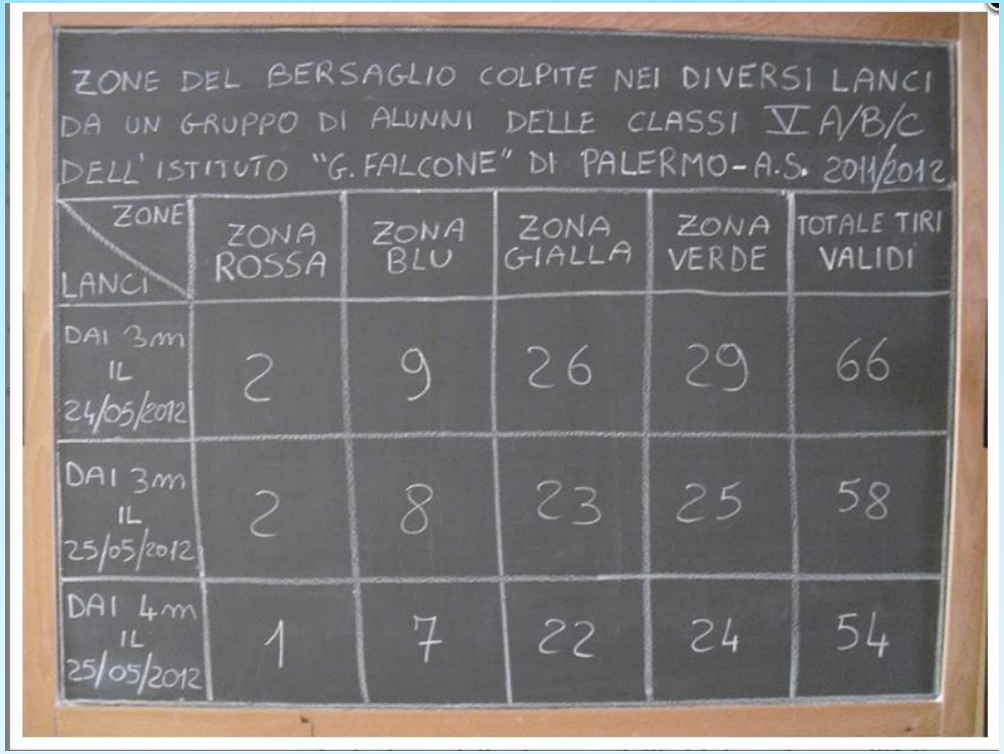
L'insegnante guida i bambini a riconoscere che, in ogni lancio, pur sapendo quali sono le possibili zone del bersaglio che potrebbero essere colpite (spazio dei campioni), non si può determinare prima del lancio quale zona del bersaglio verrà effettivamente colpita, cioè quale "esito" si realizzerà. Visto che le zone colorate sono costituite da un numero diverso di quadratini, le diverse zone prima del lancio hanno "possibilità" diverse di essere colpite, perché "molti quadratini hanno una possibilità di essere colpiti maggiore di pochi quadratini".
Come misurare allora questa "possibilità"? Come renderla un numero che tutti capiscano allo stesso modo? La parola "possibilità" può, infatti, essere interpretata in modo diverso da bambino a bambino, al contrario, un numero è uguale per tutti.

La probabilità di colpire la zona rossa è $P(R)=\frac{4}{196}=\frac{1}{49}=0{,}02$

La probabilità di colpire la zona blu è $P(B)=\frac{32}{196}=\frac{8}{49}=0{,}16$

La probabilità di colpire la zona verde è $P(V)=\frac{76}{196}=\frac{19}{49}=0{,}39$

La probabilità di colpire la zona gialla è $P(G)=\frac{84}{196}=\frac{21}{49}=0{,}43$.



Zone del bersaglio colpite nelle diverse serie di lanci dagli alunni della classe ... dell'istituto ... di .... nell'A.S. ....

Zona / Serie di lanci	Zona rossa			Zona blu			Zona verde			Zona gialla			Totale		
	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p
Dai 3 m 24/05/2012															
Dai 3 m 25/05/2012															
Dai 4 m 25/05/2012															

Zone del bersaglio colpite nelle diverse serie di lanci da un gruppo di alunni delle classi V A/B/C dell'istituto "G. Falcone" di Palermo nell'A.S. 2011/2012

Zona / Serie di lanci	Zona rossa			Zona blu			Zona verde			Zona gialla			Totale		
	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p
Dai 3 m (24/05/12)	2	0,0303	3,03	9	0,1364										
Dai 3 m (25/05/12	2	0,0345	3,45	8	0,1379										
Dai 4 m (25/05/12)	1	0,0185	1,85	7	0,1296										

La probabilità di colpire la zona rossa è $P(R)=\frac{4}{196}=\frac{1}{49}=0{,}02$

La probabilità di colpire la zona blu è $P(B)=\frac{32}{196}=\frac{8}{49}=0{,}16$

La probabilità di colpire la zona verde è $P(V)=\frac{76}{196}=\frac{19}{49}=0{,}39$

La probabilità di colpire la zona gialla è $P(G)=\frac{84}{196}=\frac{21}{49}=0{,}43$.

Zone del bersaglio colpite nelle diverse serie da un gruppo di alunni delle classi V A/ dell'istituto "G. Falcone" di Palermo nell'A.S. 20

Zona / Serie di lanci	Zona rossa			Zona blu			Zona verde			Zona gialla			Totale		
	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p	f_a	f_r	f_p
Dai 3 m (24/05/12)	2	0,0303	3,03	9	0,1364	13,64	26	0,3939	39,39	29	0,4394	43,94	66	1	100
Dai 3 m (25/05/12)	2	0,0345	3,45	8	0,1379	13,79	23	0,3966	39,66	25	0,4310	43,10	58	1	100
Dai 4 m (25/05/12)	1	0,0185	1,85	7	0,1296	12,96	22	0,4074	40,74	24	0,4445	44,45	54	1	100

Attività 3 – Il confronto tra risultati previsti e risultati ottenuti
Fase 4 – Le conclusioni

I bambini, divisi in gruppi eterogenei, scrivono le loro osservazioni sui risultati ottenuti rispetto a quelli attesi in base alle loro previsioni iniziali (Attività 1, Fase 2) e sul percorso svolto e, successivamente, le verbalizzano in intergruppo.

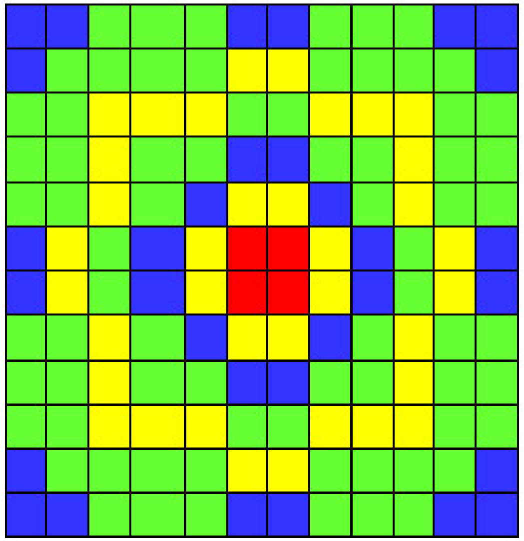
Dalla discussione dovrebbe emergere che **il criterio in base al quale si può stabilire la difficoltà di colpire una zona del bersaglio è la probabilità associata al verificarsi dell'evento stesso**

Tale probabilità si può anche valutare ricorrendo a **una serie di lanci eseguiti tutti in condizioni identiche e calcolando le frequenze relative dei lanci che hanno colpito le singole zone del bersaglio, rispetto al totale dei lanci validi**.

La distanza dal bersaglio deve essere tale che il bersaglio sia "a portata" dei bambini. L'insegnante raccoglie e sistematizza gli interventi degli alunni ed evidenzia i nodi fondamentali e gli eventuali fattori di successo e di criticità del percorso.

Elementi per prove di verifica

1) Dopo aver osservato attentamente il seguente bersaglio, rispondi alle domande:

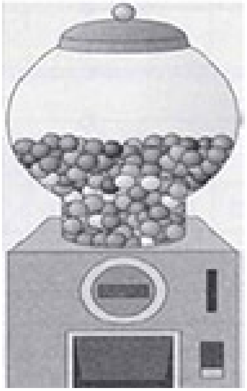


a) Lanciando una freccetta, quale colore è possibile colpire? Elencali tutti.

b) Calcola la probabilità che Mario, lanciando una freccetta, colpisca la zona rossa.

c) Calcola la probabilità che Mario, lanciando una freccetta, colpisca la zona verde.

2) In un distributore automatico ci sono 25 cioccolatini al latte, 40 cioccolatini fondenti, 15 cioccolatini alle nocciole e 20 cioccolatini all'arancia. Mario inserisce una moneta e scommette con un amico che uscirà un cioccolatino alle nocciole. Che probabilità ha Mario di vincere la scommessa?



a) 15
b) 0,015
c) 0,85
d) 0,085
e) 0,15

3) La probabilità che Luigi risponda correttamente a caso a una domanda che prevede solo una risposta esatta tra le quattro possibili è:

a) $\frac{3}{4}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{1}{4}$
d) 1

4) Una classe è composta da 26 alunni, di cui 10 maschi e 16 femmine. Qual è la probabilità che la maestra Maria, interrogando a caso uno/a degli alunni, interroghi un alunno maschio?

____
____
____

5) In un astuccio ci sono 18 penne che differiscono solo per il colore. Si sa che 10 sono nere, 3 blu e le rimanenti rosse.

a) Quali sono i colori delle penne che è possibile estrarre a caso da quell'astuccio?

b) Qual è la probabilità che, estraendo a caso una penna, essa sia nera?

c) Qual è la probabilità che, estraendo a caso una penna, essa sia rossa?

d) Qual è la probabilità che, estraendo a caso una penna, essa sia verde?

6) Qual è la probabilità che, lanciando una moneta da 1 euro non truccata esca testa?

____

____

____

____

7) Alberto, Bice, Carla e Daniele lanciano una moneta non truccata per un numero di volte diverso l'uno dall'altro e ottengono i seguenti risultati:

	Numero lanci effettuati	Numero di volte in cui è uscita testa	Numero di volte in cui è uscita croce
Alberto	50	28	22
Bice	100	42	58
Carla	150	81	69
Daniela	200	89	111

a) Se si considerano i lanci di Alberto, qual è la frequenza percentuale dell'uscita testa?

____

____

____

b) Se si considerano i lanci di Bice, qual è la percentuale dell'uscita croce?

____

____

FREQUENZA ASSOLUTA O FREQUENZA RELATIVA?

Autori: Perrini Maria Carmela Rita, Piovano Guido
Grado scolastico: Secondaria di I grado

Tipologia: Percorso didattico
Anno di pubblicazione: 2006

http://forum.indire.it/repository/working/export/249/index.htm

ESPERIMENTI, ... ESITI, ... EVENTI!

Autori: Bartolomei Gaetana Serenella, Cardillo Giuseppina Maria Grazia, Villani Cinzia
Grado scolastico: Secondaria di I grado

Tipologia: Percorso didattico
Anno di pubblicazione: 2009

http://forum.indire.it/repository/working/export/4062/index.htm

VORREI UNA FIGLIA CON I CAPELLI ROSSI...

Autori: Bartolomei Gaetana Serenella, Baruzzo Gianpaolo, Proia Daniela, Ranzani Paola
Grado scolastico: Secondaria di I grado

Tipologia: Percorso didattico
Anno di pubblicazione: 2009

http://forum.indire.it/repository/working/export/4065/index.htm

TANTE STRADE CONDUCONO ALLA PROBABILITÀ

Autori: Piovano Guido, Proia Daniela
Grado scolastico: Secondaria di I grado

Tipologia: Percorso didattico
Anno di pubblicazione: 2007

http://forum.indire.it/repository/working/export/3122/index.htm

Frequenza assoluta o frequenza relativa?

Riadattata da Matematica 2001 da Maria Carmela Rita Perrini, Guido Piovano

Introduzione

http://forum.indire.it/repository/working/export/249/index.htm

L'introduzione a questa attività (cfr: Barra, 2000) parte **dall'osservazione della realtà**, intesa in questo caso come riflessione su avvenimenti legati a giochi tipo Lotto, Super Enalotto, etc…

L'approccio proposto dovrebbe favorire una discussione e una **riflessione** durante la quale si evidenziano i numerosi misconcetti e fraintendimenti che sono alla base delle considerazioni fatte dalla maggior delle persone nelle situazioni di incertezza.

I fraintendimenti nascono anche dalla **mancata distinzione tra frequenza assoluta e frequenza relativa.**

Sono infatti comuni le seguenti "convinzioni":

- in un numero elevato di casi, la frequenza "rivela" la probabilità;
- l'evento che ritarda ha maggiore probabilità di verificarsi rispetto alla norma e la probabilità viene considerata in funzione crescente rispetto al tempo del ritardo;
- in un numero elevato di casi, interviene la "compensazione".

Con quest'attività si vuole dunque favorire la consapevolezza da parte del ragazzo del fatto che, ad esempio:

1) non è vero che in tanti lanci il numero delle Teste è vicino al numero delle Croci;
2) non è vero che, all'aumentare del numero delle prove, la frequenza assoluta "rivela" la probabilità;
3) non è vero che, se in un certo numero di prove è uscito un gran numero di Teste, deve esserci un recupero delle croci perché la frequenza relativa è un numero vicino al 50%;
4) il numero "pigro" non ha memoria, in generale il caso non ha memoria.

Elaborazione ed analisi critica dei risultati

- Gli alunni calcolano la frequenza relativa e quella percentuale di entrambe le modalità.

L'insegnante distribuisce ad ogni gruppo una scheda con la seguente tabellain cui sono indicate con f_a le frequenze assolute, con f_r le frequenze relative e con $f_{\%}$ le frequenze percentuali.

n° lanci	f_a (T)	f_a(C)	f_r (T)	f_r (C)	$f_{\%}$(T)	$F_{\%}$(C)
10	……	……	……	……	……	……
50	……	……	……	……	……	……
100	……	……	……	……	……	……

I ragazzi dovranno compilare la prima riga della tabella per l'esperimento di 10 lanci, la seconda riga per l'esperimento relativo ai 50 lanci e la terza riga per l'esperimento relativo ai 100 lanci.

- Prima riflessione sui risultati ottenuti

L'insegnante invita gli alunni ad analizzare i risultati ottenuti. Gli studenti non dovrebbero avere difficoltà anotare che la **frequenza relativa** è un **numero vicino ad ½** e quella **percentuale vicino al 50%**.

Visivamente, avendo usato due colori diversi con l'accortezza di avere i riquadri adiacenti con lo stesso colore, si coglie che è sempre più verosimile che, **all'aumentare del numero di lanci**, la **frequenza relativa possa dare qualche informazione sulla** (misura della) **probabilità, all'aumentare del numero dei lanci**.

Dalla discussione in intergruppo deve emergere che questo tipo di rappresentazione evidenzia che:

- al crescere del numero dei lanci, si è verificato che il numero delle Teste non si avvicina al numero delle Croci, anzi tende ad allontanarsene al crescere del numero dei lanci;
- la presenza dei due colori, uno per le Teste e uno per le Croci, all'interno del quadrato, consente di cogliere la vicinanza al valore ½ delle frequenze relative;
- non c'è il recupero di una faccia sull'altra , ad esempio delle Croci, non c'è (ci potrebbe essere anche un sorpasso), ma il risultato della singola prova ha un "peso minore" passando dal primo esperimento al secondo e al terzo, quando si considera la frequenza relativa o quella percentuale (infatti, l'area di una parte diminuisce nel passaggio dalla prima alla terza figura).

Osserva l'andamento delle uscite testa e croce in una serie di lanci di una moneta bilanciata.
Le monete sono di colore blu e rosso.

1. Lancia una moneta.
2. Colora il primo riquadro in alto a sinistra della Figura 1 con il blu se è uscita testa.
3. Colora il primo riquadro in alto a destra della Figura 1 con il rosso se è uscita croce.
4. Ripete per 10 volte dal punto 1) al punto 3). (È necessario che i riquadri colorati con la stessa tinta siano adiacenti).
5. Compila la prima riga della tabella (Figura 4).
6. Ripeti dal punto 1) al punto 3) per 50 volte per la Figura 2.
7. Compila la seconda riga della tabella (Figura 4).
8. Ripeti dal punto 1) al punto 3) per 100 volte per la Figura 3.
9. Compila la terza riga della tabella (Figura 4)

10 lanci

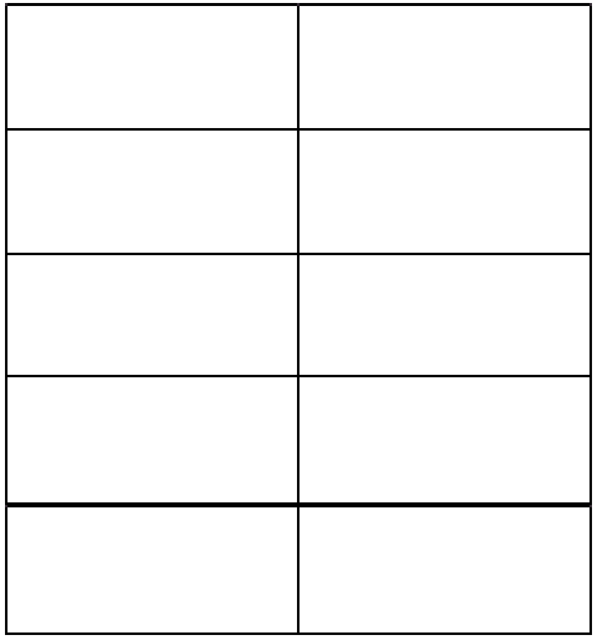


Figura 1

50 lanci

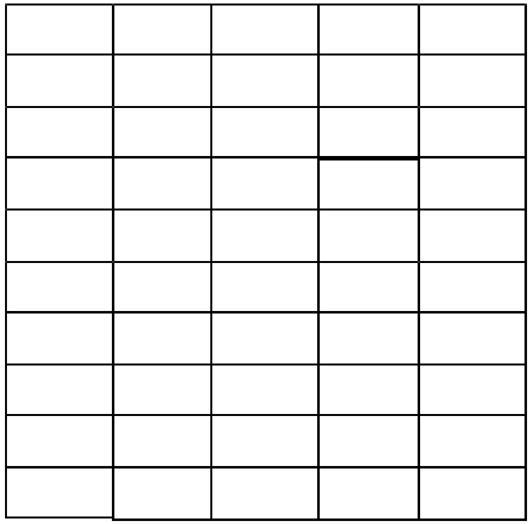


Figura 2

100 lanci

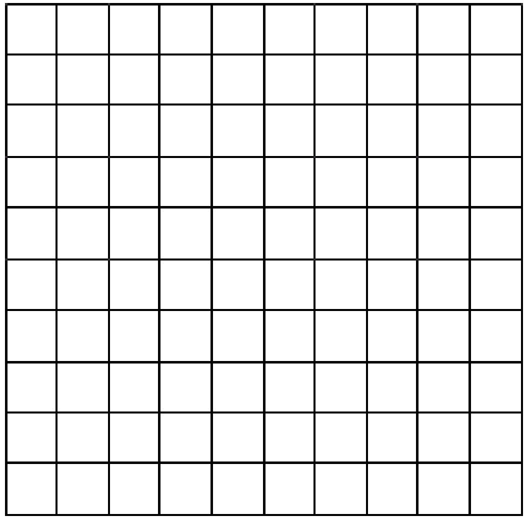
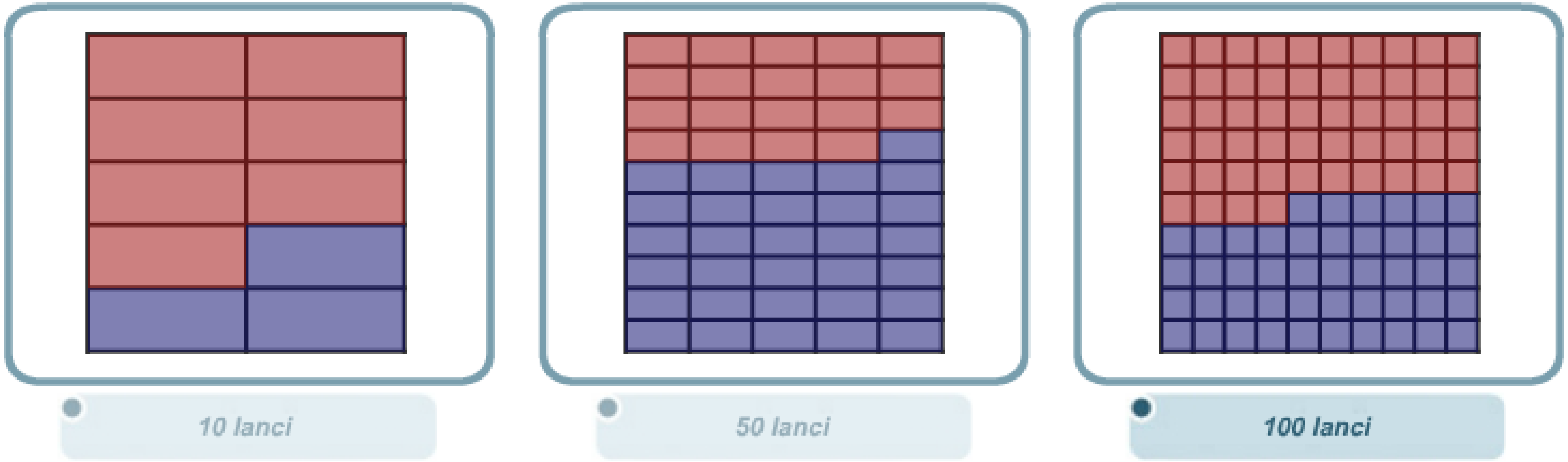


Figura 3

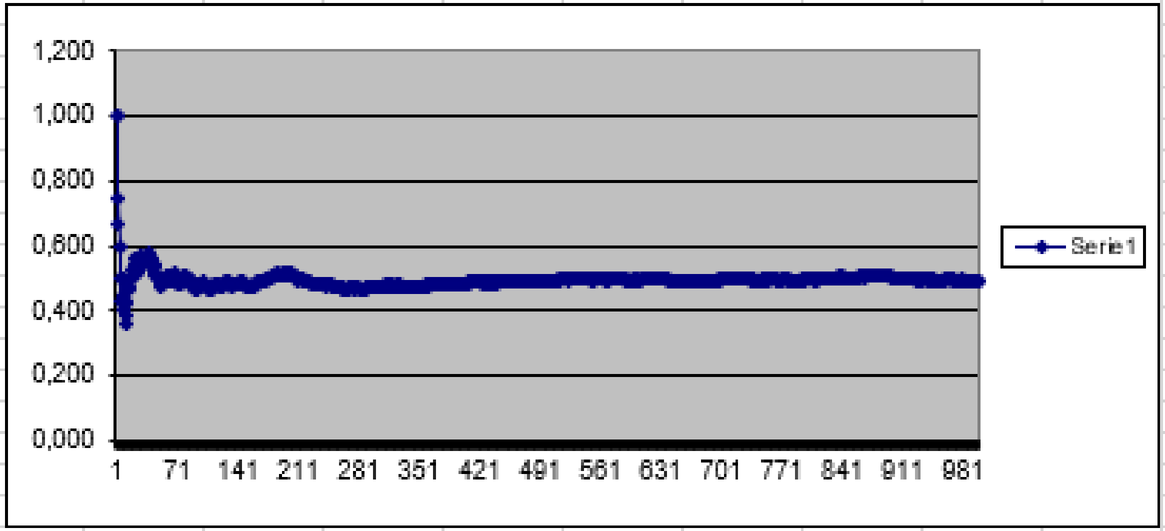
Clicca sul pulsante "inizia" e lancia la moneta fino a che la tabella non è completa.
Ripeti la procedura per tutte e tre le modalità.

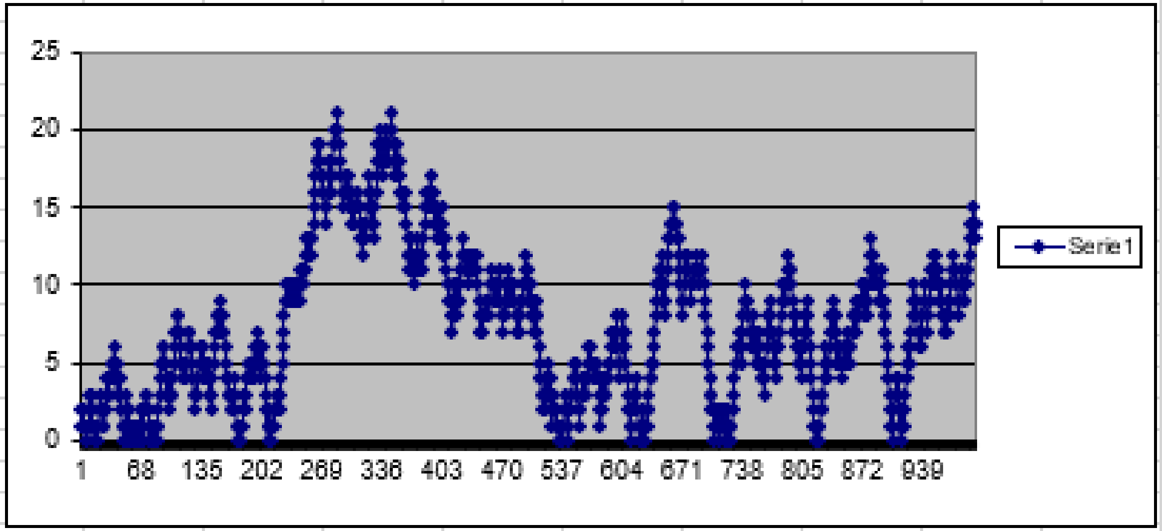


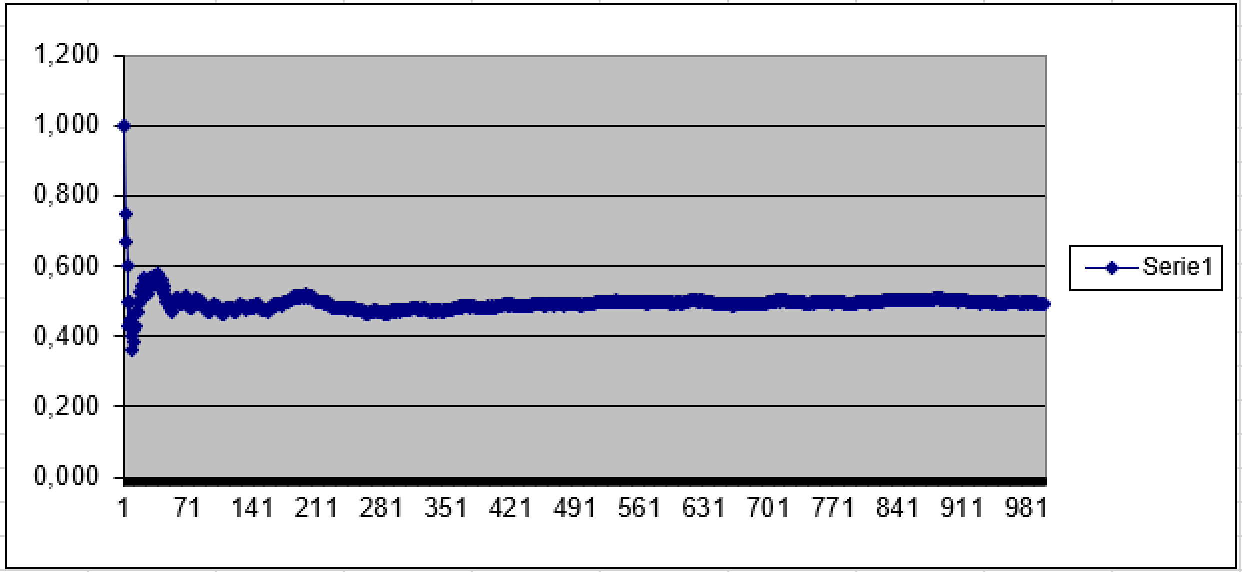
http://forum.indire.it/repository/working/export/249/moneta_4.html

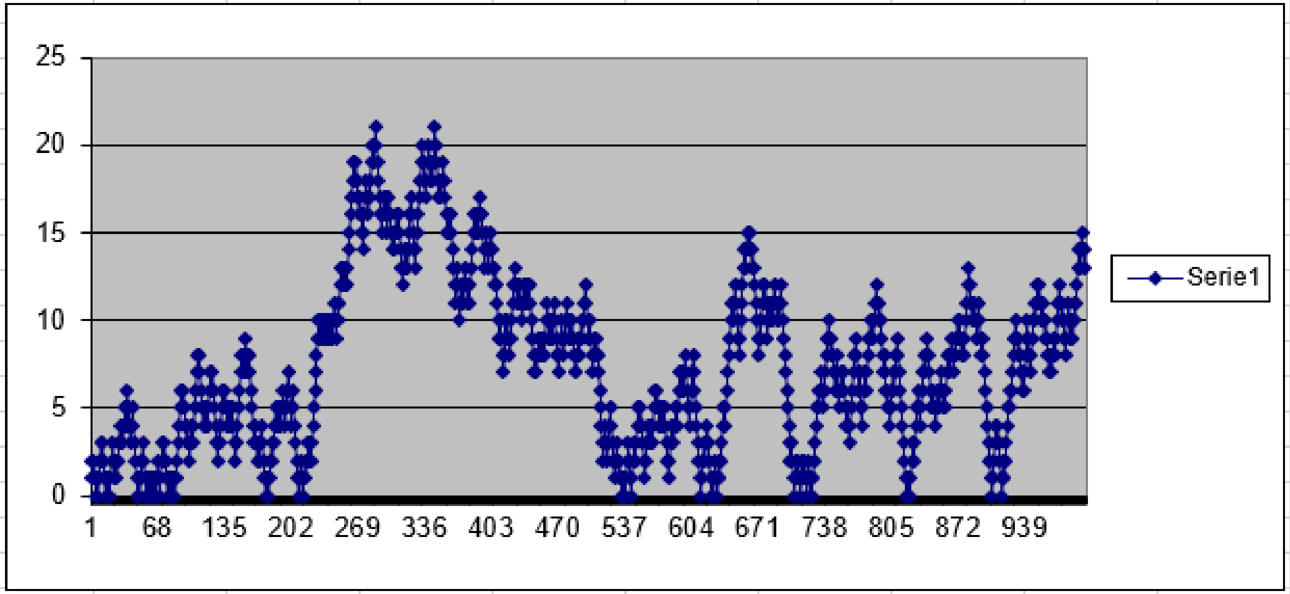
LANCI DI UNA MONETA

N.LANCI		USCITE	T/C	N. TESTI	FREQ	DIFF T/C
1	0,59512	1	T	1	1,000	1
2	0,85661	1	T	2	1,000	2
3	0,14855	0	C	2	0,667	1
4	0,97551	1	T	3	0,750	2
5	0,47777	0	C	3	0,600	1
6	0,2596	0	C	3	0,500	0
7	0,34095	0	C	3	0,429	1
8	0,79465	1	T	4	0,500	0
9	0,43128	0	C	4	0,444	1
10	0,07723	0	C	4	0,400	2
11	0,30972	0	C	4	0,364	3
12	0,81156	1	T	5	0,417	2
13	0,01283	0	C	5	0,385	3
14	0,53033	1	T	6	0,429	2
15	0,61293	1	T	7	0,467	1
16	0,70692	1	T	8	0,500	0
17	0,31632	0	C	8	0,471	1
18	0,93722	1	T	9	0,500	0
19	0,62655	1	T	10	0,526	1
20	0,42578	0	C	10	0,500	0
21	0,85283	1	T	11	0,524	1
22	0,656	1	T	12	0,545	2
23	0,70745	1	T	13	0,565	3
24	0,10247	0	C	13	0,542	2
25	0,03205	0	C	13	0,520	1
26	0,82746	1	T	14	0,538	2
27	0,36146	0	C	14	0,519	1
28	0,92881	1	T	15	0,536	2
29	0,70726	1	T	16	0,552	3
30	0,9803	1	T	17	0,567	4
31	0,24431	0	C	17	0,548	3
32	0,90003	1	T	18	0,563	4
33	0,21738	0	C	18	0,545	3
34	0,84946	1	T	19	0,559	4
35	0,95247	1	T	20	0,571	5
36	0,05541	0	C	20	0,556	4
37	0,84755	1	T	21	0,568	5
38	0,9675	1	T	22	0,579	6






1,200
1,000
0,800
0,600
0,400
0,200
0,000
1 71 141 211 281 351 421 491 561 631 701 771 841 911 981
Serie1


25
20
15
10
5
0
1 68 135 202 269 336 403 470 537 604 671 738 805 872 939
Serie1

LANCIO DI UN DADO

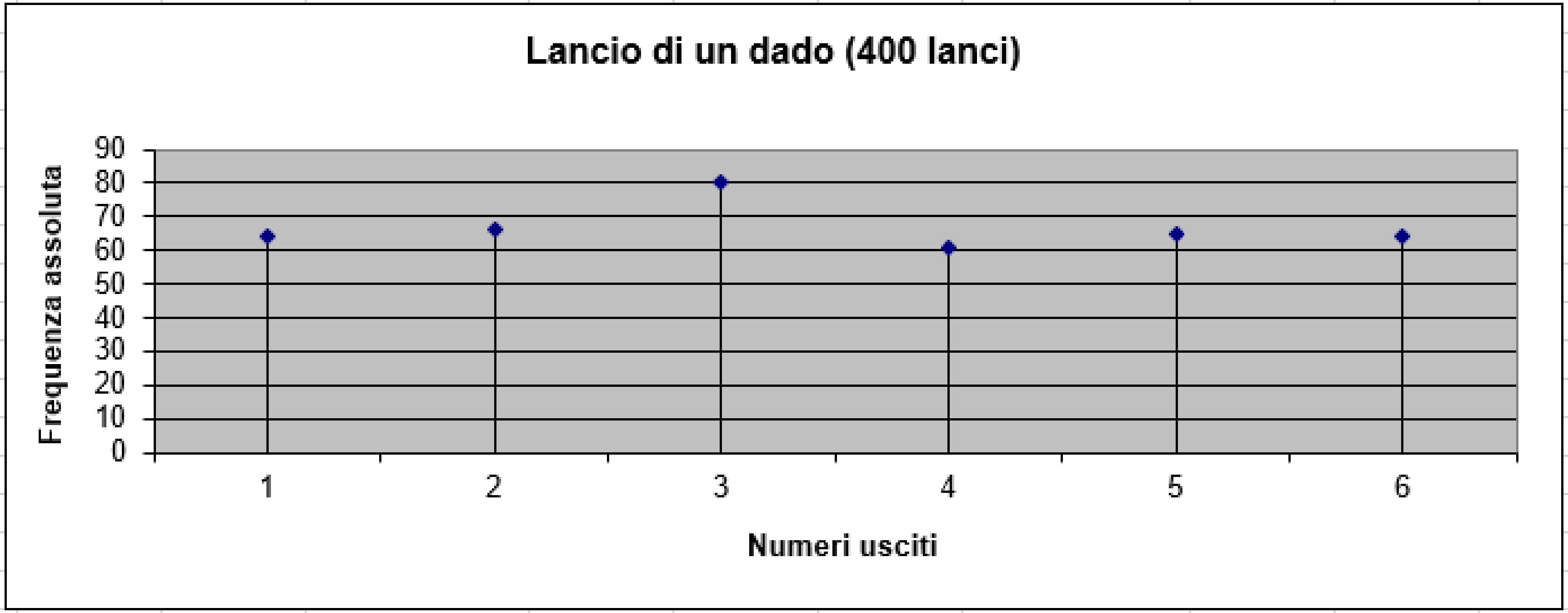
SIMULAZIONE

Numero uscito
6
2
2
6
3
2
6
1
4
2
5
6
1
3
4
2
5
4
4
2
1
3
5

TABELLA DELLE FREQUENZE

Numero uscito	Frequenza assoluta
1	64
2	66
3	80
4	61
5	65
6	64

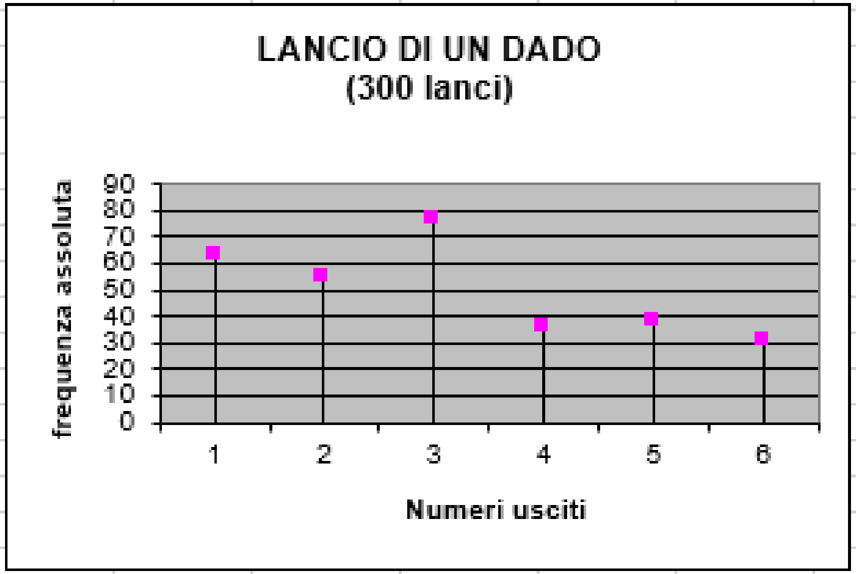
Numero uscito	Frequenza relativa
1	0,16
2	0,17
3	0,20
4	0,15
5	0,16
6	0,16



	Numero uscito
1	1
1	1
1	3
1	1
2	6
3	2
2	5
1	2
2	4
1	2
2	5
3	1
2	6
2	4
1	3
2	4
1	2
1	1
3	3
2	5
2	5
3	1
1	3
1	2
2	5

Numero uscito	Frequenza assoluta
1	63
2	55
3	77
4	36
5	38
6	31

Trovi qui la simulazione di 300 lanci di un dado.
Osserva attentamente la frequenza assoluta e il relativo grafico.
Ripeti più volte l'esperimento premendo il tasto F9.
Quali ipotesi puoi formulare sul dado?
Ritieni che il dado sia truccato?
A favore di quali facce può essere stato manomesso il dado?
A quale assegnazione di probabilità hai fatto ricorso?
Argomenta le risposte una ad una.



LANCIO DADO TRUCCATO

LANCIO DI DUE DADI

Tabella fase3

EVENTO	Modalità di presentazione	Numero casi favorevoli	Probabilità
uscita del 2	1+1	1	1/36
uscita del 3	1+2 2+1	2	2/36
uscita del 4	1+3 2+2 3+1	3	3/36
uscita del 5	1+4 2+3 3+2 4+1	4	4/36
uscita del 6	1+5 2+4 3+3 4+2 5+1	5	5/36
uscita del 7	1+6 2+5 3+4 4+3 5+2 6+1	6	6/36
uscita del 8	2+6 3+5 4+4 5+3 6+2	5	5/36
uscita del 9	3+6 4+5 5+4 6+3	4	4/36
uscita del 10	4+6 5+5 6+4	3	3/36
uscita del 11	5+6 6+5	2	2/36
uscita del 12	6+6	1	1/36
Totale		36	1

VITÀ

Tante strade conducono alla probabilità

Attività creata da Guido Piovano, Daniela Proia

Descrizione attività

1 2 3 4

http://forum.indire.it/repository/working/export/3122/index.htm

Presentazione di tre situazioni problematiche

La classe suddivisa in gruppetti di due-tre alunni ciascuno è chiamata ad affrontare le tre situazioni contestualmente.

1. Lanciate una moneta. Qual è la probabilità che esca "testa"?
2. Lanciate una puntina da disegno sul banco. Qual è la probabilità che la puntina da disegno cada con la punta all'insù?
3. Qual è la probabilità che un automobilista prenda una multa per eccesso di velocità?

L'insegnante chiede anche di argomentare e motivare le risposte in forma scritta.

L'attività ha lo scopo di indurre gli allievi a comprendere che esistono eventi per i quali il **metodo dell'assegnazione** classica di probabilità non possa essere utilizzato perché, pur conoscendo i modi nei quali un esperimento casuale si realizza, non è possibile ritenere equiprobabili tali risultati. Si apre così la strada all'**assegnazione frequentista** di probabilità e talvolta ad altro metodo di assegnazione di probabilità.

Prima fase: discussione intergruppo

L'insegnante, dopo aver richiamato i prerequisiti ed averne accertato la comprensione da parte degli studenti, dà il tempo necessario agli studenti perché esaminino le tre situazioni problematiche proposte e guida la discussione invitando i singoli gruppi a riferire le proprie argomentazioni. Nella fase di intergruppo dovrebbe emergere che mentre

nel caso della moneta è possibile ricorrere all'assegnazione classica, perché si può ipotizzare l'equiprobabilità,
nel caso della puntina da disegno nulla può garantire che i due casi (puntina da disegno con la punta rivolta verso l'alto o verso il basso) siano ugualmente possibili per il modo in cui la puntina è costruita.

Si può avviare una discussione interessante: è da escludere che la puntina cada rimanendo ferma in equilibrio sulla propria punta? Si tratta di un evento impossibile?
Può essere questa l'occasione per l'insegnante di **ricordare che la probabilità è un numero compreso tra 0 e 1 e di chiedere qual è la probabilità di un evento impossibile e di un evento certo.**

Seconda fase: approccio sperimentale

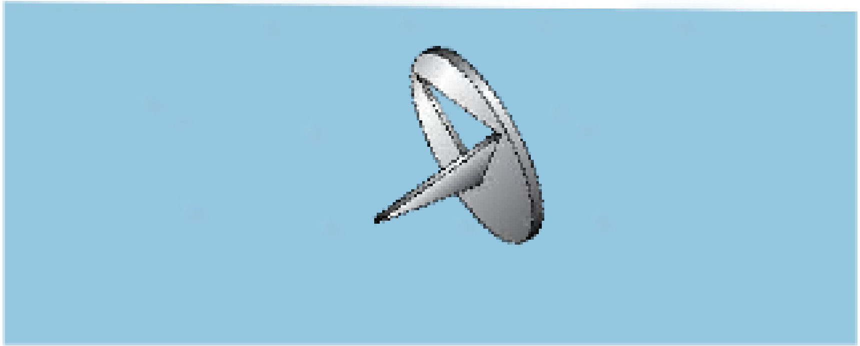
L'insegnante consegna a ciascun gruppo una scatoletta di puntine da disegno e invita i singoli gruppetti a lanciare le puntine e a registrare gli eventi che si sono verificati e la loro frequenza assoluta.

Passerà poi alla costruzione della distribuzione dei risultati dell'esperimento in una tabella del tipo seguente:

Esiti dell'esperimento: lancio delle puntine di disegno contenute in una scatoletta

Modalità dell'esito	Frequenza assoluta
Punta all'insù	n_1
Punta all'ingiù	n_2
N. puntine nella scatoletta	n

Un primo modo di stimare la probabilità: la definizione frequentista



(A.M.Arpinati-M.Musiani, «Matematica in azione», Zanichelli)

E_1 = «la puntina ricade con la punta verso l'alto»

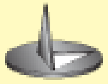
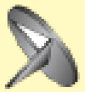
oppure l'evento

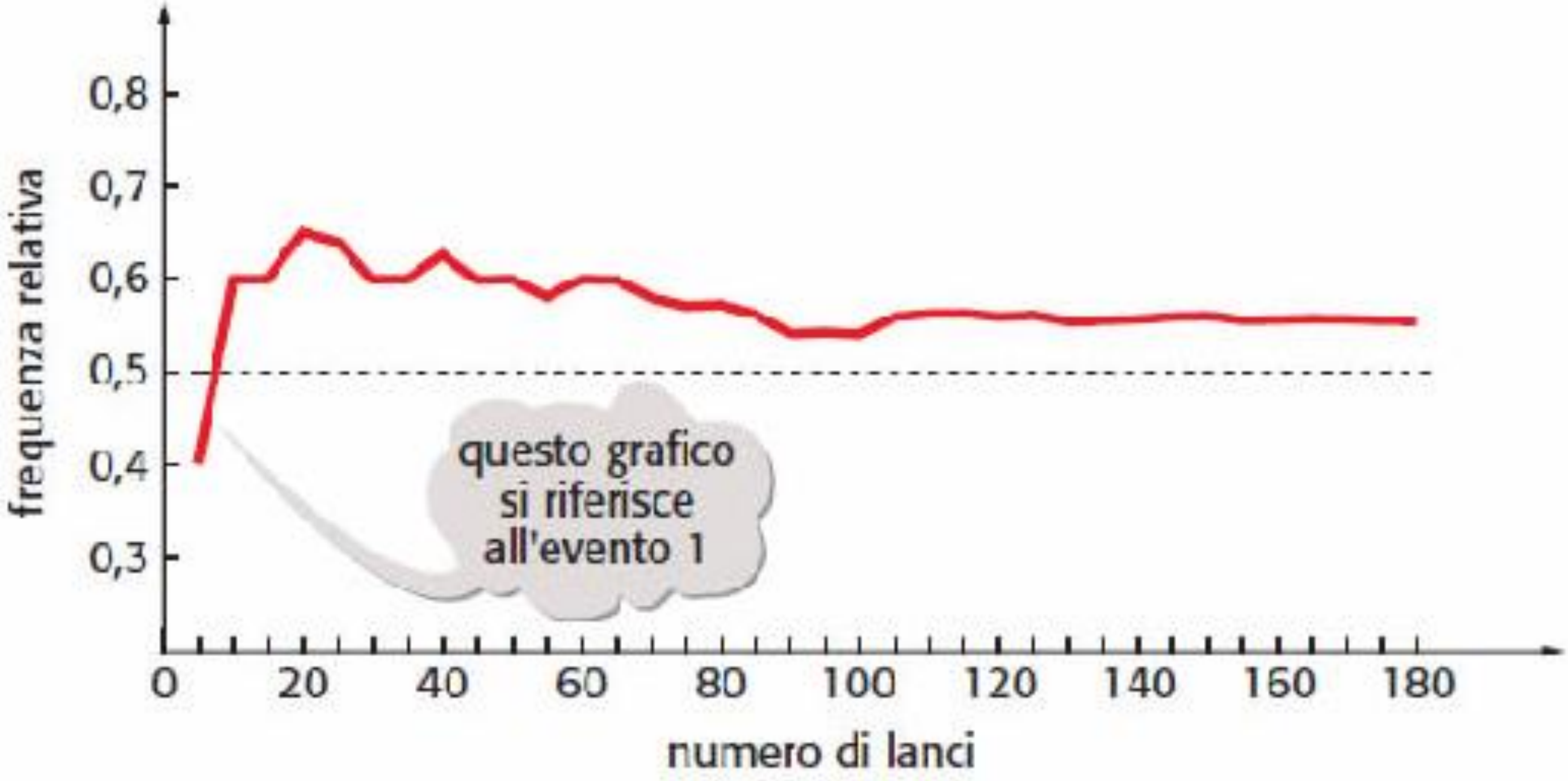
E_2 = «la puntina ricade con la punta verso il basso»?

Se un esperimento può essere eseguito tante volte quante si vuole in condizioni identiche, allora la *probabilità* di un evento E, connesso con l'esperimento, può essere valutata mediante la *frequenza relativa* dello stesso evento, cioè:

$$p(E) = \frac{F}{N}$$

dove F è il numero di volte che E si è verificato su un totale di N prove.

lanci	 evento 1	 evento 2	frequenza cumulata dell'evento 1	frequenza cumulata dell'evento 2	frequenza relativa cumulata dell'evento 1	frequenza relativa cumulata dell'evento 2
da 1 a 5	2	3	2	3	2/5 = 0,4	3/5 = 0,6
da 6 a 10	4	1	6	4	6/10 = 0,6	4/10 = 0,4
da 11 a 15	3	2	9	6	9/15 = 0,6	6/15 = 0,4
da 16 a 20	4	1	13	7	13/20 = 0,65	7/20 = 0,35
da 21 a 25	3	2	16	9	16/25 = 0,64	9/25 = 0,36
da 26 a 30	2	3	18	12	18/30 = 0,6	12/30 = 0,4
da 31 a 35	3	2	21	14	21/35 = 0,6	14/35 = 0,4
da 36 a 40	4	1	25	15	25/40 = 0,625	15/40 = 0,375
da 41 a 45	2	3	27	18	27/45 = 0,6	18/45 = 0,4
da 46 a 50	3	2	30	20	30/50 = 0,6	20/50 = 0,4
da 51 a 55	2	3	32	23	32/55 = 0,582	23/55 = 0,418
da 56 a 60	4	1	36	24	36/60 = 0,6	24/60 = 0,4
da 61 a 65	3	2	39	26	39/65 = 0,6	26/65 = 0,4
da 66 a 70	2	3	41	29	41/70 = 0,586	29/70 = 0,414
da 71 a 75	2	3	43	32	43/75 = 0,573	32/75 = 0,427
da 76 a 80	3	2	46	34	46/80 = 0,575	34/80 = 0,425
da 81 a 85	2	3	48	37	48/85 = 0,564	37/85 = 0,436
da 86 a 90	1	4	4	41	49/90 = 0,544	41/90 = 0,456
da 91 a 95	3	2	52	43	52/95 = 0,547	43/95 = 0,453
da 96 a 100	2	3	54	46	54/100 = 0,54	46/100 = 0,46
da 101 a 105	5	0	59	46	59/105 = 0,562	46/105 = 0,438


0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
frequenza relativa
questo grafico
si riferisce
all'evento 1
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
numero di lanci

Anche **nel caso dell'automobilista non si può assegnare la probabilità secondo la concezione classica**; nella discussione dovrà emergere che nel terzo problema non è chiaro qual è l'esperimento e dunque si tratta di un caso più complicato, e inoltre non è possibile replicare l'evento.

Gli allievi dovrebbero arrivare a chiedersi:

Cosa conosciamo dell'automobilista?
Come guida abitualmente?
Quali strade percorre?
Quante volte fa uso dell'auto?
Quante multe ha già preso per eccesso di velocità? In quali occasioni le ha avute?
Inoltre bisogna chiedersi se la probabilità vada riferita al singolo automobilista oppure ad una categoria (di automobilisti).

Osservazioni per il docente

Dall'ultimo esempio si evince anche che talora si può assegnare una **probabilità** ad una **categoria di eventi** (passare col rosso, incidenti stradali, divieto di sosta) oppure al protagonista di un singolo evento (il signor Carlo passa col rosso, il signor Carlo tampona un'altra auto).

È naturale pensare ad **un'assegnazione frequentista nel primo caso** allo scopo, ad es., di determinare un'entrata da parte di un comune, di fissare una polizza RCA, mentre si usa il **punto di vista soggettivo nel secondo caso** (ad es. la specifica polizza che la società di assicurazione predispone per il signor Carlo).

Corrispondentemente quindi ai due eventi A = (un automobilista passa col rosso) e B = (il signor Carlo passa col rosso) si adottano due diverse modalità di assegnazione di probabilità ed appare anche ovvia la necessità di tale differenziazione).

VITA'

Esperimenti... Esiti... Eventi!

a cura di Gaetana Bartolomei, Maria Grazia Cardillo, Cinzia Villani

Descrizione dell'attività

http://forum.indire.it/repository/working/export/4062/index.htm

Presentazione | Prima fase | Seconda fase | Terza fase | Quarta fase

Presentazione di alcune situazioni problematiche

La classe, suddivisa in gruppetti di tre-quattro alunni ciascuno, è invitata ad affrontare i seguenti quesiti contestualmente.

1) **Compiti in classe**
L'insegnante di lettere d
nell'ultima verifica per u
erano 20, di cui 7 femm

2) **Il torneo**
Quattro ragazzi, Andrea
scontrano tutti contro tu

3) **Brr... Che freddo!**
La signora Maria può in ... arpe diverse e 2 giacconi diversi.
Quali e quanti abbiname

4) **Golosità**
In una scatola ci sono s ... aramelle, tra quali e quante coppie
di caramelle può sceglie

L'attività si inserisce in **ambito statistico probabilistico** ed è strettamente legata anche alle **riflessioni sull'uso della lingua italiana**. (Si auspica una collaborazione con il docente di lettere).
Lo studio dei possibili risultati di un esperimento casuale (esiti di un esperimento casuale), oltre ad avere una forte valenza formativa, risulta particolarmente motivante per gli studenti perché offre l'opportunità di presentare **esempi di vita quotidiana**, in modo da evitare che questi argomenti vengano visti unicamente in funzione dei giochi di sorte e della soluzione di problemi ad essi connessi.

Presentazione di alcune situazioni problematiche

La classe, suddivisa in gruppetti di tre-quattro alunni ciascuno, è invitata ad affrontare i seguenti quesiti contestualmente.

1) Compiti in classe

L'insegnante di lettere decide di leggere in classe, scegliendolo a caso, uno tra i compiti svolti dai suoi studenti nell'ultima verifica per una correzione collettiva. Gli studenti presenti quando è stata somministrata la verifica erano 20, di cui 7 femmine. Quali e quante scelte ha a disposizione l'insegnante?

2) Il torneo

Quattro ragazzi, Andrea, Bernardo, Carlo, Dario, giocano in singolo a tennis. Quali e quante partite giocano se si scontrano tutti contro tutti?

3) Brr... Che freddo!

La signora Maria può indossare un cappello, una sciarpa e un giaccone scegliendo a caso tra 2 cappelli diversi, 3 sciarpe diverse e 2 giacconi diversi. Quali e quanti abbinamenti ha a sua disposizione la signora Maria?

4) Golosità

In una scatola ci sono sette caramelle al miele, cinque alla liquirizia e tre alla fragola. Se Mario prende a caso due caramelle, tra quali e quante coppie di caramelle può scegliere?

Strategie risolutive per l'individuazione dello spazio degli eventi elementari attraverso la costruzione di una tabella a doppia entrata e/o del diagramma ad albero

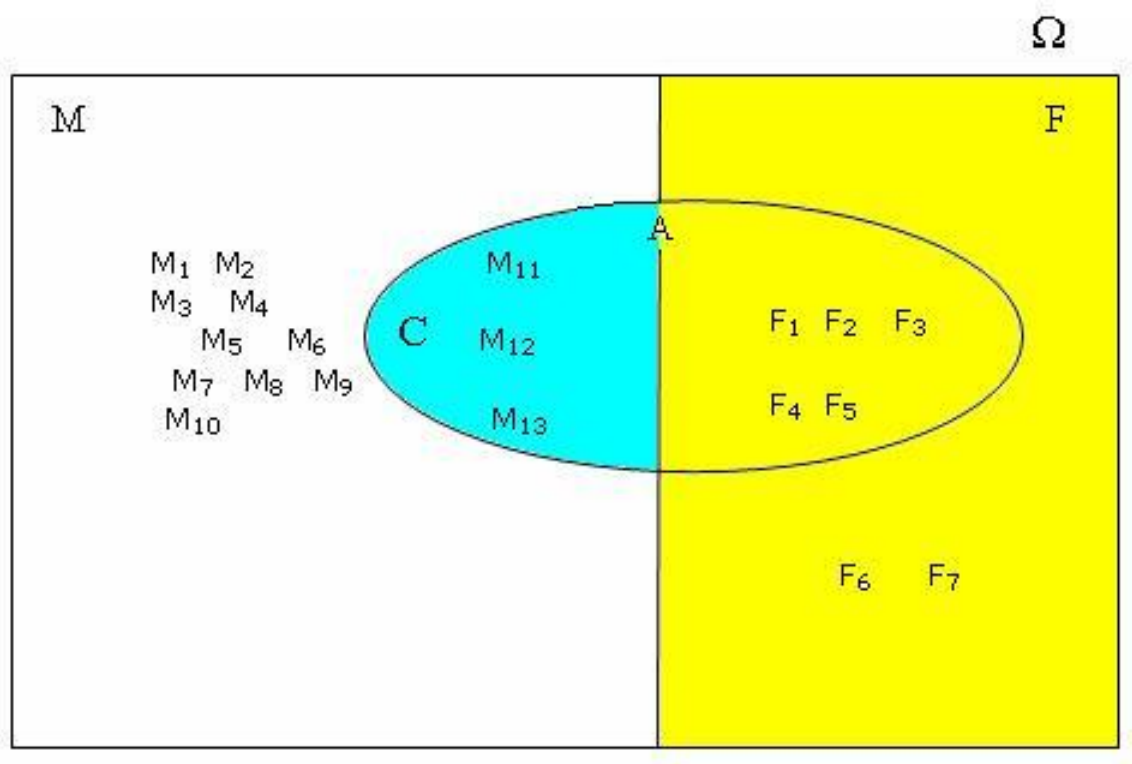
1) Compiti in classe

L'insegnante guida gli studenti ad individuare tutte le possibili scelte che rappresentano gli **esiti elementari** dell'esperimento   S = {scelta di un compito da leggere},
evidenzia che sono eventi elementari singoli e che il loro insieme costituisce lo **spazio campionario o spazio degli eventi elementari** indicato con Ω (oppure con S).
Ω è formato da 20 elementi e precisamente dagli elaborati dei 20 studenti. Indicando con M1, M2, ..., M13 i compiti degli studenti maschi e con F1, F2, ..., F7 quelli delle ragazze; si ha:

Ω = { M1, M2, ..., M13, F1, F2, ..., F7 }

Successivamente l'insegnante fornisce un'ulteriore informazione: **8 studenti, tra cui 5 ragazze, hanno avuto come giudizio "eccellente".** Chiede quindi alla classe di analizzare i seguenti eventi:
F = {Il compito scelto è quello di una ragazza};
C = {Il compito scelto è di un maschio che ha avuto un giudizio eccellente}.
Dalla discussione deve emergere che questi eventi sono dei **sottoinsiemi dello spazio campionario**. Se si focalizza l'attenzione sull'evento A = {Il compito scelto ha avuto come esito eccellente}, si nota che C è un evento composto da più esiti elementari.
Allora, utilizzando i diagrammi di Venn, lo spazio campionario e l'evento A possono essere così rappresentati:

L’insegnante invita gli studenti a fare un disegno simile per rappresentare gli eventi F e C sopra descritti:



Qual è la probabilità di estrarre un **alunno che abbia meritato ottimo?**

Qual è la probabilità di estrarre **un alunno maschio che abbia meritato ottimo?**

Qual è la probabilità di estrarre un **alunno che abbia meritato ottimo, sapendo che è maschio?**

Nel disegno, l’evento C, sottoinsieme di A, è colorato in azzurro mentre l’evento F è colorato in giallo.

2) Il torneo

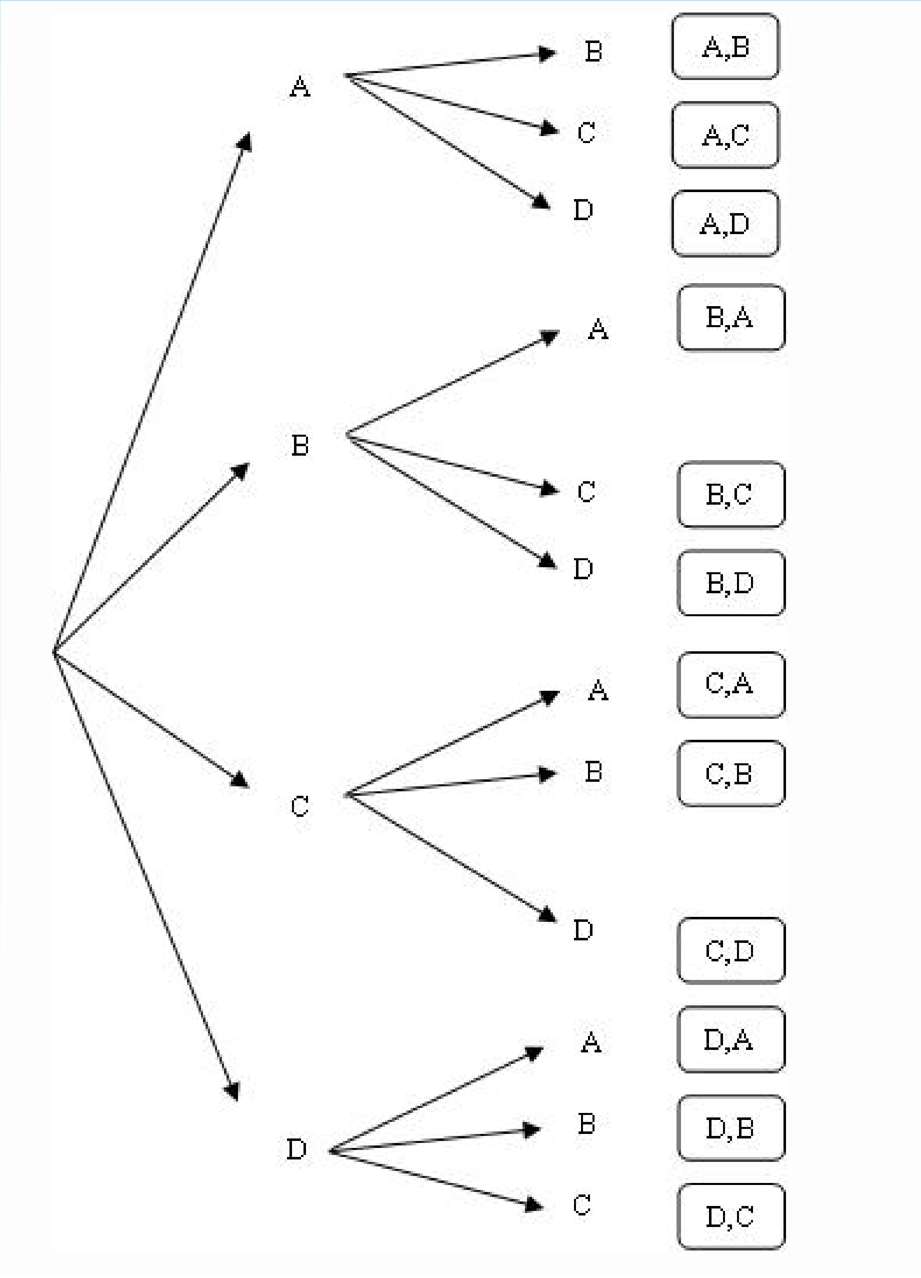
Dopo la discussione in classe il testo del problema diventa:

«Quattro ragazzi, Andrea, Bernardo, Carlo e Dario, giocano in singolo a tennis. Quali e quante partite giocano se si scontrano tutti contro tutti, avendo stabilito che non c'è il girone di ritorno?»

L'insegnante chiede agli studenti di individuare i possibili incontri tra i quattro giocatori impegnati nel torneo. Dalle risposte emerge che gli eventi elementari sono coppie di elementi. In particolare, indicando Andrea con A, Bernardo con B, Carlo con C e Dario con D ed escludendo che ciascun giocatore possa giocare contro se stesso, le risposte potrebbero essere alcune o tutte tra le seguenti coppie:
(A, B); (A, C); (A, D); (B, A), (B, C); (B, D); (C, A); (C, B); (C, D); (D, A); (D, B), (D, C).

L'insegnante quindi invita i ragazzi a riflettere se, in base alle decisioni prese, l'ordine di scrittura è rilevante. Deve emergere che, se il torneo prevede che ciascun giocatore incontri tutti gli altri una sola volta, l'ordine dell'evento elementare (coppia) non incide, pertanto, in questo caso, lo spazio campionario è:

$\Omega = \{(A, B); (A, C), (A, D), (B, C), (B, D), (C, D)\}$

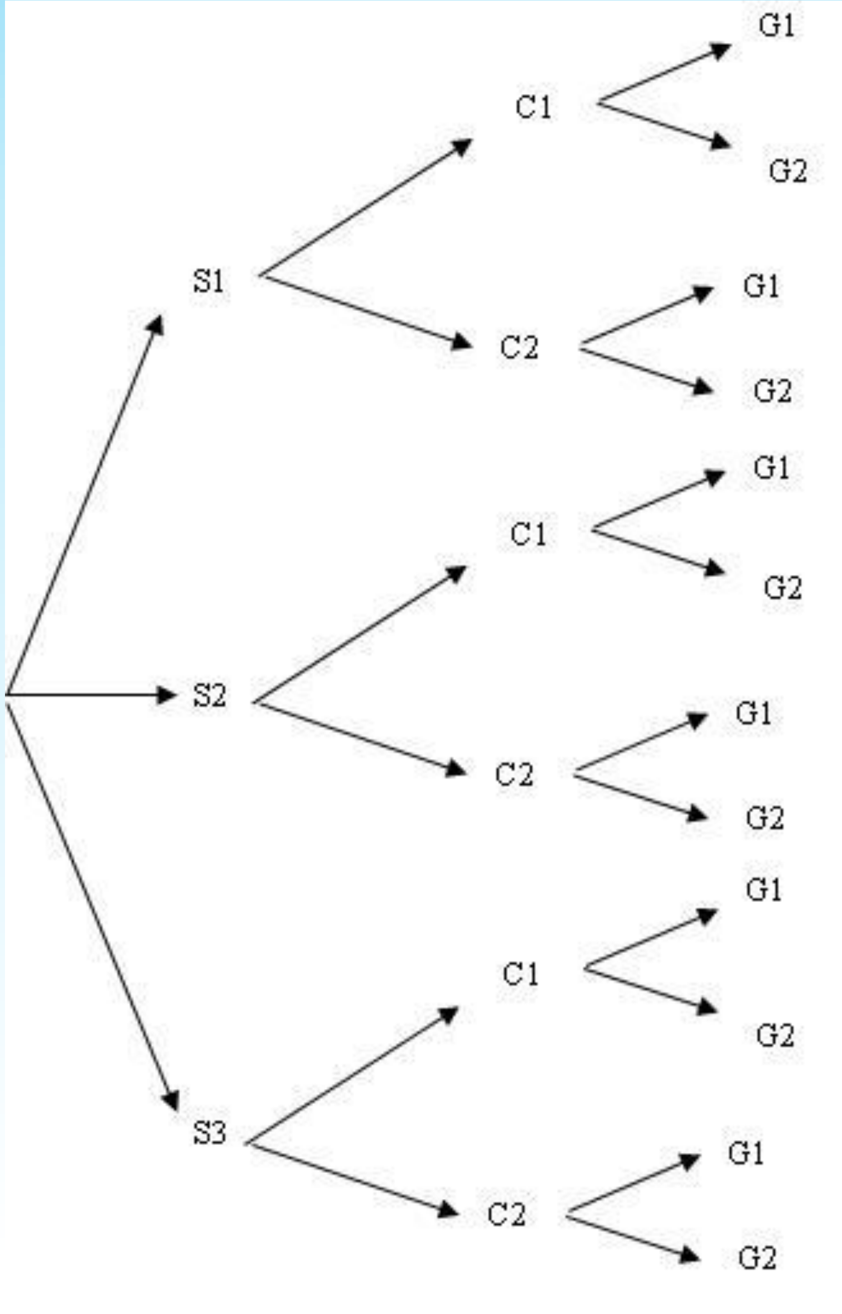


	A	**B**	**C**	**D**
A	A, A	A, B	A, C	A, D
B	B, A	B, B	B, C	B, D
C	C, A	C, B	C, C	C, D
D	D, A	D, B	D, C	D, D

3) Brrr… Che freddo!

L’insegnante guida gli studenti alla soluzione del problema offrendo due alternative: la costruzione del grafo ad albero, simile a quello visto nella situazione 2, o l'abbigliare un manichino.

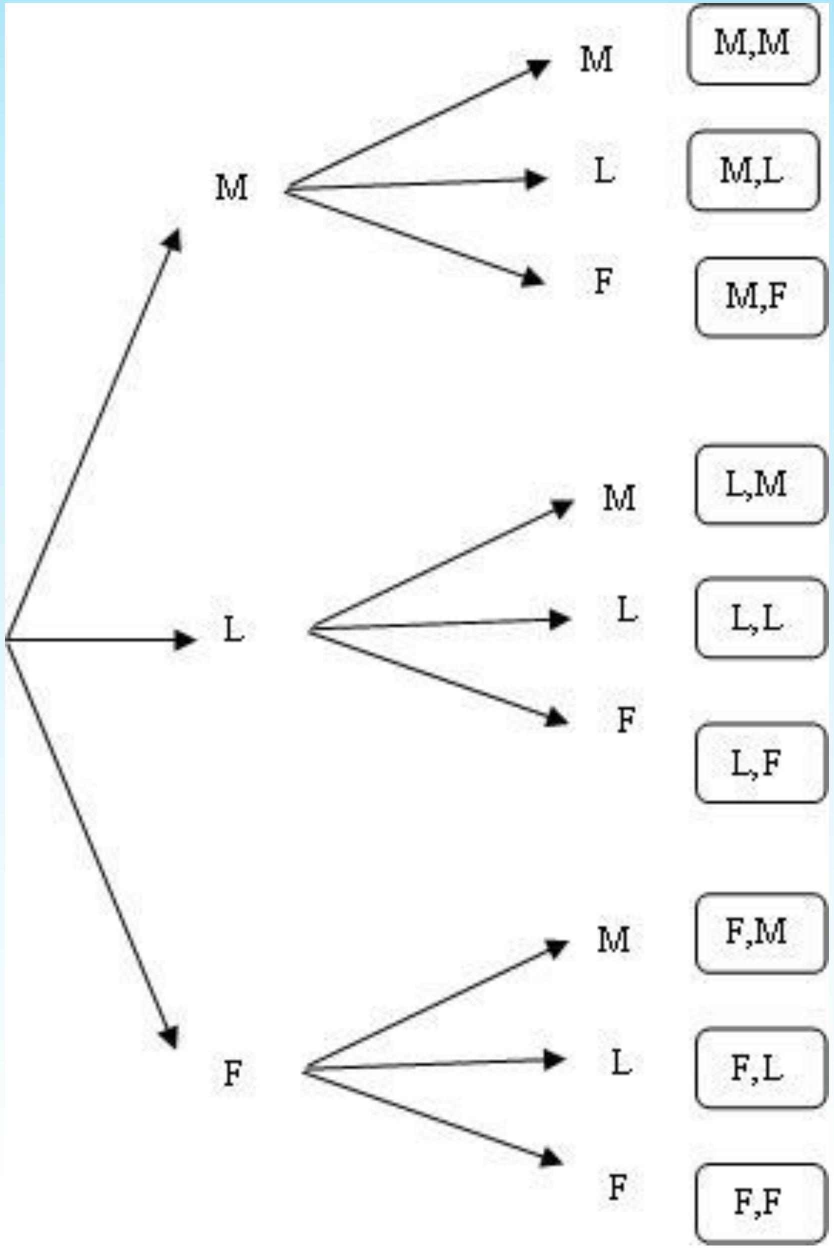
Il grafo ad albero, ad esempio, può essere il seguente, dove con S s'intende la scelta di una sciarpa, con C la scelta di un cappello e con G la scelta di un giaccone.



4) Golosità

Dopo la discussione in classe il testo del problema diventa:
In una scatola ci sono sette caramelle al miele, cinque alla liquirizia e tre alla fragola. Se Mario prende due caramelle, *una alla volta e* ***senza reinserire la caramella estratta****, se le caramelle si distinguono solo per il gusto*, tra quali e quante coppie di caramelle può scegliere?

L'insegnante guida gli studenti alla costruzione del diagramma ad albero e della tabella a doppia entrata, evidenziando che con entrambi è possibile individuare tutte le coppie possibili utili alla costruzione dello spazio degli eventi elementari associato all'esperimento "scelta di due caramelle".



Individuazione di eventi elementari e composti

L'insegnante propone alcune situazioni problematiche allo scopo di aiutare gli studenti a riconoscere se un evento è elementare o composto. La prima situazione proposta è la seguente:

1) Il dado
Si lancia un dado regolare. Costruire lo spazio degli eventi elementari omega e identificare i seguenti eventi specificando per ognuno se è evento elementare o evento composto:
A ={Esce il numero 1}
B ={Esce il numero 2}
C ={Esce un numero maggiore di quattro}
D ={Esce un numero dispari}
E ={Esce un numero dispari e primo}

Dalla discussione dovrà emergere che gli eventi A e B sono eventi elementari, costituiti da un solo elemento dello spazio campionario. Gli eventi C, D ed E sono eventi composti, in quanto formati da più esiti elementari.

2) Monete in aria

Si lanciano due monete regolari. Costruire lo spazio degli eventi elementari Ω e identificare i seguenti eventi specificando per ognuno è evento elementare o evento composto:

A ={Escono due Teste}
B ={Esce Testa nella prima moneta e Croce nella seconda}
C ={Esce almeno una Testa }
D ={Escono due facce uguali }
E ={Esce una volta testa}

Dalla discussione dovrà emergere che lo spazio degli eventi elementari è costituito da coppie ordinate, che gli eventi A, B, sono eventi elementari, costituiti da un solo elemento dello spazio campionario; che gli eventi C, D, E sono eventi composti, cioè formati da due o più esiti elementari.

Eventi incompatibili e complementari

Relativamente al problema “**In una scatola ci sono sette caramelle al miele, cinque alla liquirizia e tre alla fragola. Se Mario prende due caramelle, una alla volta e senza reinserire la caramella estratta, se le caramelle si distinguono solo per il gusto, tra quali e quante coppie di caramelle può scegliere?”,** l’insegnante chiede agli alunni di stabilire se i seguenti eventi seguenti rientrano tra quelli già noti:

A = {Mario sceglie caramelle dello stesso gusto};
B = {Mario sceglie una caramella alla fragola ed una alla liquirizia};
C = {Mario sceglie caramelle di gusti diversi}.

L'insegnante guida gli alunni a riconoscere che sono eventi composti e successivamente chiede loro: A e B possono verificarsi contemporaneamente? B e C possono verificarsi contemporaneamente? Che ulteriore caratteristica presentano gli eventi A e C?

L’insegnante introduce i concetti di **eventi incompatibili** (il verificarsi dell'uno esclude il verificarsi dell'altro, cioè gli eventi non possono verificarsi contemporaneamente) e di **eventi complementari** (si verifica il complementare di un evento E quando non si verifica E, cioè se ne verifica obbligatoriamente uno dei due).
Fa anche notare che l’unione tra A e C fornisce lo spazio degli eventi elementari.

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
D.G. per gli Affari Internazionali - Ufficio IV
Programmazione e gestione dei fondi strutturali europei e nazionali per lo sviluppo e la coesione sociale

agenziascuola

Vorrei una figlia con i capelli rossi...

Gaetana Bartolomei, Gianpaolo Baruzzo, Daniela Proia, Paola Ranzani

ITA'

http://forum.indire.it/repository/working/export/4065/index.htm

Introduzione

L'attività si inserisce in ambito statistico e probabilistico e si presta a percorsi pluridisciplinari.
L'assegnazione della probabilità ad eventi casuali (esiti di un esperimento casuale) si configura come occasione per riflettere sia su alcuni aspetti concreti che ci vengono dalla vita quotidiana sia sull'atteggiamento da assumere nei confronti dei giochi di sorte.
L'attività ha lo scopo di far acquisire agli allievi l'importanza di conoscere, comprendere e utilizzare le informazioni disponibili sull'esperimento casuale che si intende condurre, al fine di pervenire alla corretta assegnazione della probabilità agli eventi che un esperimento casuale può produrre. Tale assegnazione potrà favorire lo sviluppo del processo decisionale in condizioni di incertezza.
L'attività richiede come prerequisiti:

- concetto di esperimento casuale;
- concetto di spazio degli eventi elementari;
- concetto di assegnazione di probabilità secondo diverse teorie con particolare riguardo a quella classica.

Presentazione di alcune situazioni problematiche

Si sottopongono agli studenti le seguenti situazioni problematiche e si chiede loro di esaminarle, eventualmente prima in piccoli gruppi e poi in intergruppo.

1. Rap o Rock?

La seguente tabella, chiamata "tabella a doppia entrata", riporta la distribuzione doppia di frequenze di un gruppo di 54 studenti di due classi della stessa scuola classificato contemporaneamente secondo il gradimento di due generi musicali: il Rap e il Rock:

"Classificazione di 54 studenti rispetto al gradimento musicale"

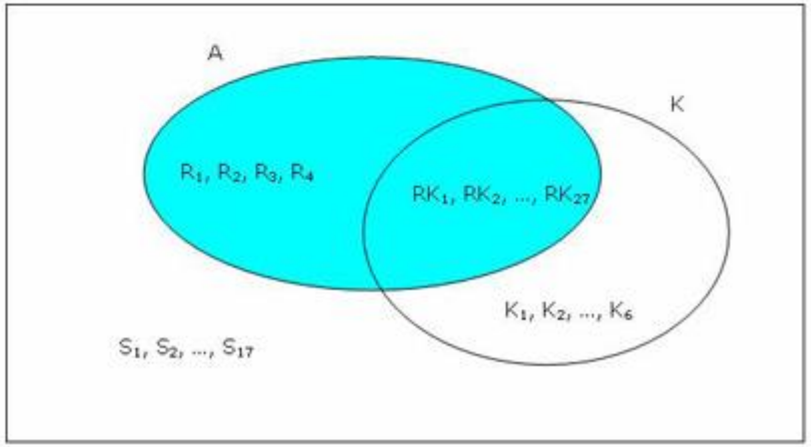
Musica rock	Musica rap		Totale
	Si	No	
Si	27	6	33
No	4	17	21
Totale	31	23	54

Fonte: "Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (Gaise) Report" Endorsed by American Statistical Association August 2005 pag.40.

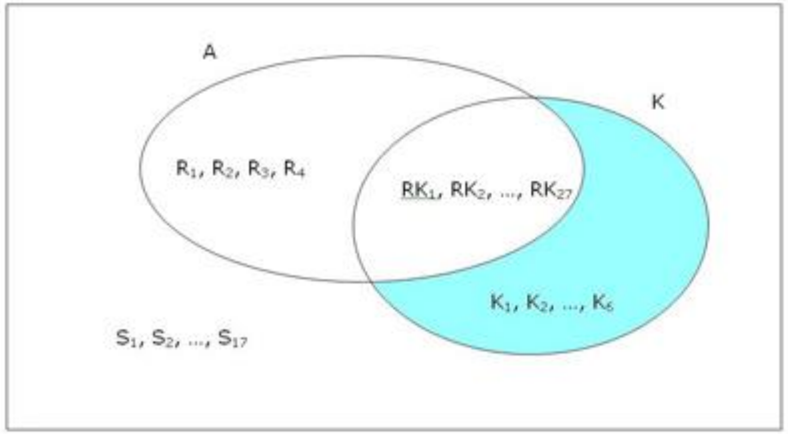
Se si sceglie a caso uno studente, qual è la probabilità che si manifestino rispettivamente i seguenti eventi:

- A = "Lo studente gradisce la musica rap";
- B = "Lo studente gradisce la musica rock ma non la rap";
- C = "Lo studente non gradisce la musica rock";
- D = "Lo studente gradisce entrambi i generi musicali";
- E = "Lo studente non gradisce nessuno dei due generi musicali";
- F = "Lo studente gradisce almeno uno dei due generi musicali".

$$P(A) = \frac{31}{54}$$



$$P(B) = \frac{6}{54} = \frac{1}{9}$$



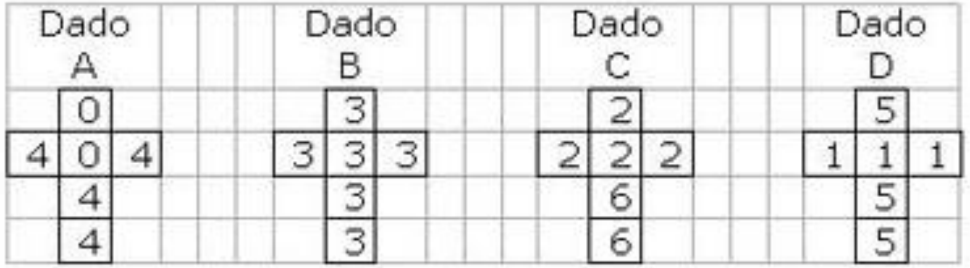
I ragazzi, autonomamente, procederanno ad assegnare agli eventi C, D, E, F le probabilità richieste ed otterranno

$$P(C) = \frac{21}{54} = \frac{7}{18},\ P(D) = \frac{27}{54} = \frac{1}{2},\ P(E) = \frac{17}{54},\ P(F) = \frac{37}{54}.$$

C'è differenza fra la probabilità di scegliere a caso uno studente che gradisce il rap e la probabilità di scegliere a caso uno studente che gradisce il rap fra quelli che gradiscono il rock? Perché?

2. Con quale dado è più conveniente giocare?

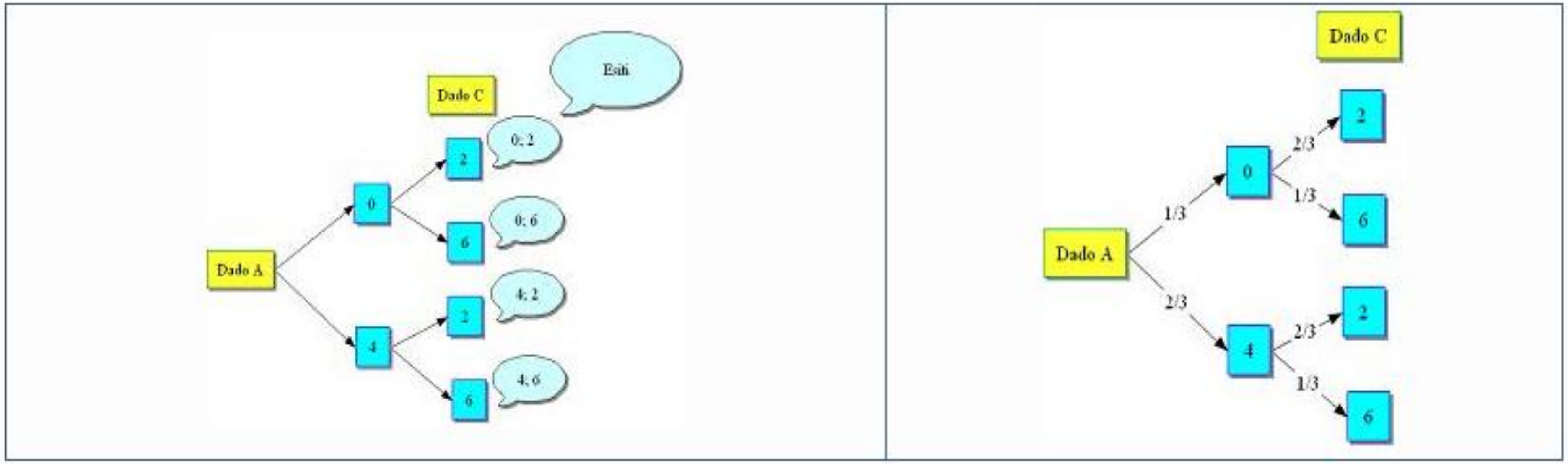
Si considerino quattro dadi aventi i seguenti svilupp:



Mario e Luigi possono scegliere, tra i quattro, il dado con cui giocare. Il gioco consiste nel lanciare il dado scelto. Il giocatore che ottiene il punteggio più alto, vince.
Se Mario sceglie per primo, quale dado conviene scegliere a Luigi per vincere?

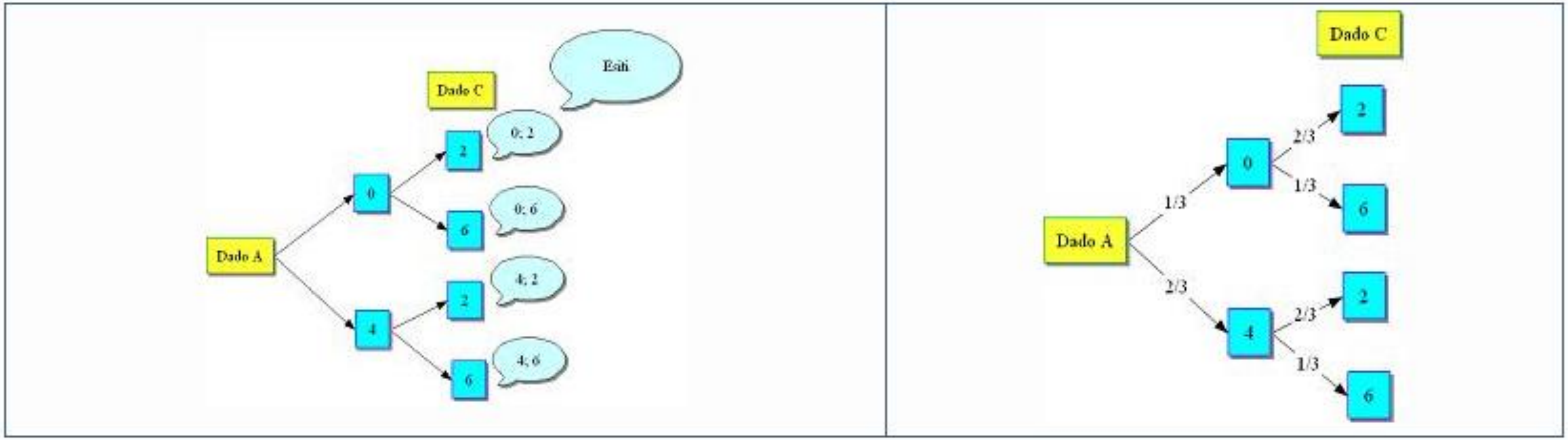
MARIO	LUIGI
A	B
A	C
A	D
B	A
B	C
B	D
C	A
C	B
C	D
D	A
D	B
D	C

Poi si considera la situazione "Mario sceglie il dado A e Luigi il dado C". L'insegnante guida gli studenti nella rappresentazione degli esiti elementari e nella successiva assegnazione delle loro probabilità, come appare nei seguenti diagrammi ad albero:

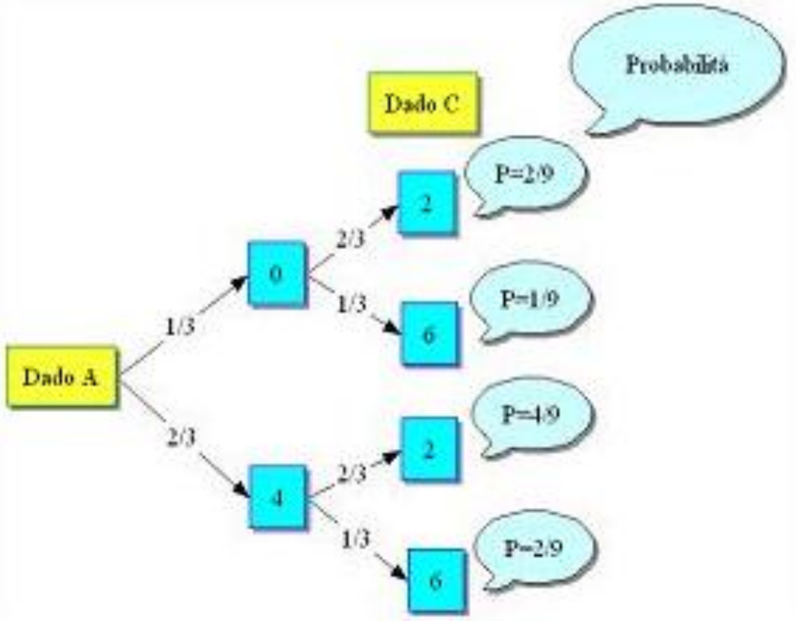


Graficamente, per i lanci dei dadi A e C:

Poi si considera la situazione "Mario sceglie il dado A e Luigi il dado C". L'insegnante guida gli studenti nella rappresentazione degli esiti elementari e nella successiva assegnazione delle loro probabilità, come appare nei seguenti diagrammi ad albero:



Le probabilità associate ai singoli esiti si ottengono moltiplicando le probabilità presenti nei rami relativi a ciascun esito, ovvero:



L'insegnante riassume in forma tabellare quanto visualizzato nei grafi ad albero, ottenendo la seguente tabella:

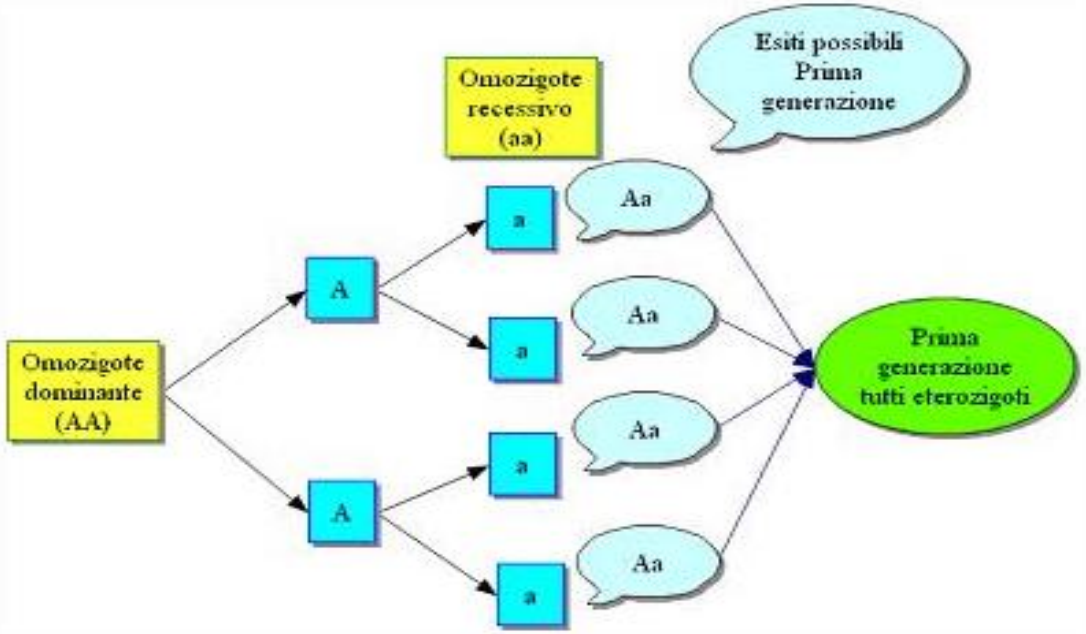
Dado A	Dado C	
	$P(2)=\frac{2}{3}$	$P(6)=\frac{1}{3}$
$P(0)=\frac{1}{3}$	$P(0;2)=\frac{2}{9}$	$P(0;6)=\frac{1}{9}$
$P(4)=\frac{2}{3}$	$P(4;2)=\frac{4}{9}$	$P(4;6)=\frac{2}{9}$

Mario	Luigi	Probabilità di vincita di Luigi
A	B	1/3
A	C	5/9
A	D	2/3
B	A	2/3
B	C	1/3
B	D	1/2
C	A	4/9
C	B	2/3
C	D	1/3
D	A	1/3
D	B	1/2
D	C	2/3

3. Capelli neri o capelli rossi?

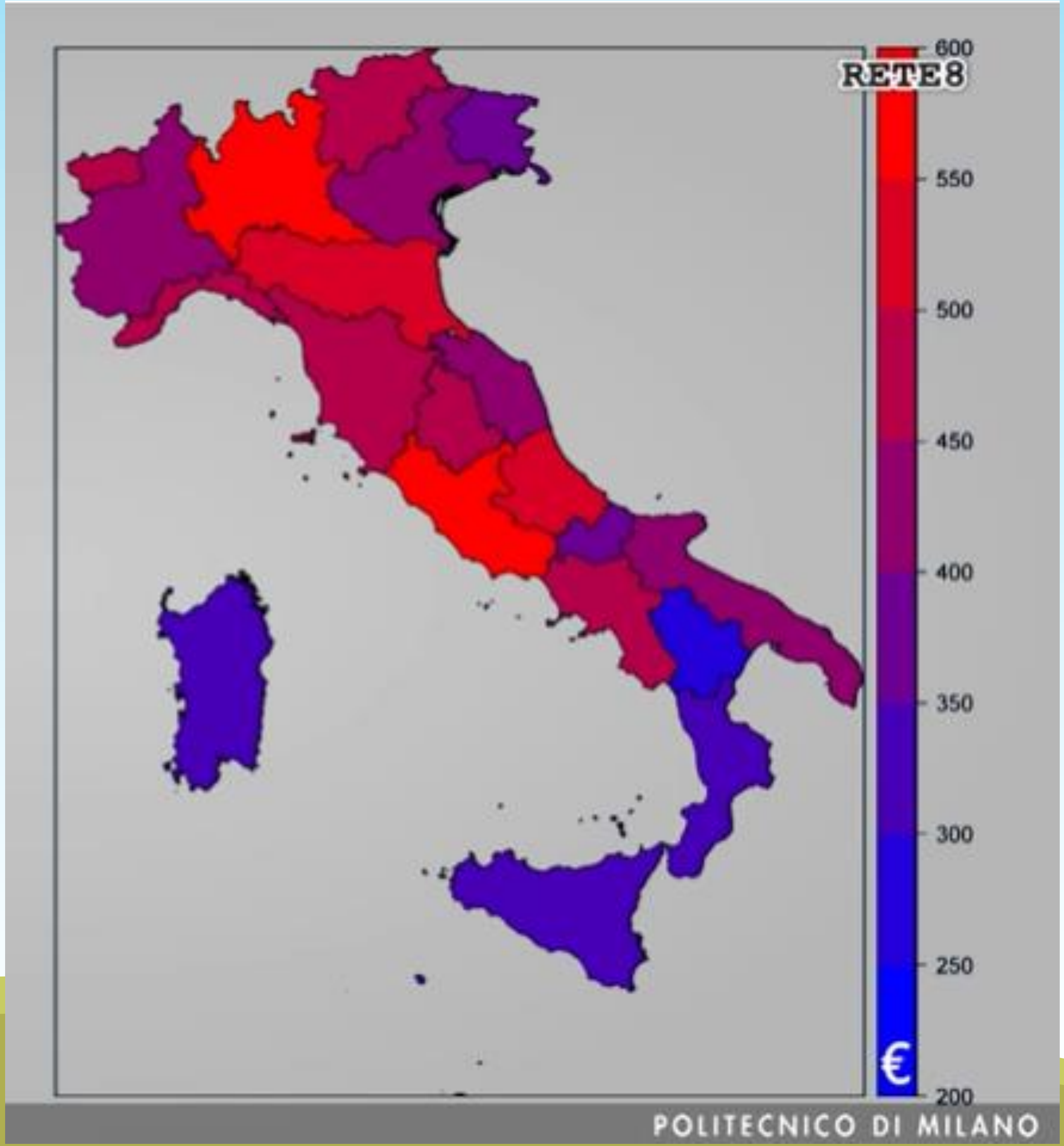
In una giovane coppia l'uomo ha i capelli neri ed è un omozigote dominante AA rispetto al carattere colore dei capelli; la donna, che ha i capelli rossi, è un omozigote recessivo aa rispetto allo stesso carattere. La coppia desidera avere una bambina con i capelli rossi. Qual è la probabilità che il sogno si avveri?

L'insegnante propone agli studenti di schematizzare l'incrocio tra l'omozigote dominante e l'omozigote recessivo per "il colore rosso di capelli", utilizzando il diagramma ad albero e la tabella a doppia entrata:



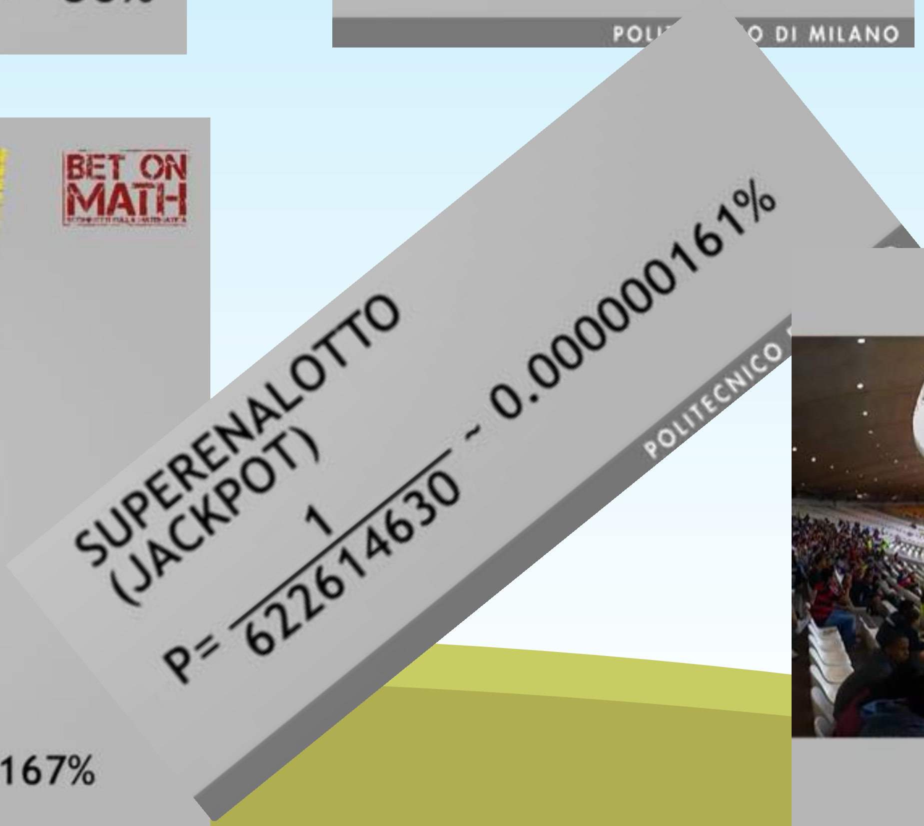
Esiti possibili prima generazione

Omozigote recessivo / Omozigote dominante	a	a
A	Aa	Aa
A	Aa	Aa



https://youtu.be/pYJkmyLc92E

https://youtu.be/pYJkmyLc92E



Bibliografia - Sitografia

- *Progetto M@t.abel,* http://scuolavalore.indire.it
- A. Pesci, M. Reggiani, Statistica e Probabilità, SEI, Torino, 1988
- C. Bertinetto, Contaci!, Zanichelli, Bologna, 2013A.
- M. Arpinati, M. Musiani, Matematica in azione, Zanichelli, Bologna,2011
- Materiali Corsi Abilitanti Speciali - Classe 59A - III semestre (2007)

Per attingere dati
ed altre informazioni utili

per attingere dati/tabelle/informazioni

- Sito Istat: www.istat.it/
- Per una guida didattica delle discipline statistiche
- www.istat.it/it/informazioni/per-studenti-e-docenti
- Riviste (Induzioni, ………)
- http://students.brown.edu/seeing-theory/
- Matematica Senza Frontiere per trovare altri spunti accattivanti.
- http://betonmath.polimi.it/