

Rozzano, giovedì 21 marzo 2019

CRIPTOARITMETICA: ma l'aritmetica è proprio nascosta?

Archinti Stefania - Bonetti Ester - D'Agata Rita Orsola

Mathesis - Università di Pavia - Sede di Rozzano
Sezione Rally Matematico Transalpino



Mathesis

*Società italiana di scienze
matematiche e fisiche
fondata nel 1895*

COS'E' LA CRIPTOARITMETICA?

Cripto significa "**nascosto**" e aritmetica significa "**numero**".

La criptoaritmetica è l'«arte/scienza» di inventare e risolvere calcoli crittografati o criptarismi.

Un criptarisma (cryptarithm) è un calcolo nel quale le cifre sono sostituite da lettere dell'alfabeto o da altri simboli.

CRIPTOARITMETICA: QUALI REGOLE?

- Ogni lettera o simbolo rappresenta una sola cifra: a simbolo uguale corrisponde cifra uguale;
- dopo aver sostituito i simboli con le corrispondenti cifre, il risultato delle operazioni aritmetiche deve essere esatto;
- i numeri non devono iniziare con lo zero.

$$\begin{array}{r} \text{M O L T I} + \\ \text{S O L D I} = \\ \hline \text{C H I E D O} \end{array} \quad \begin{array}{r} 76903 + \\ 46953 = \\ \hline 123856 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{P O C H I} + \\ \text{P O C H I} = \\ \hline \text{M O L T I} \end{array}$$

PERCHE' PROPORLA A SCUOLA?



Traguardi al termine della Scuola Primaria

- Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.
- Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.
- Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.

Traguardi al termine della Scuola Secondaria

- Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite.
- Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.

Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta della scuola primaria - Numeri



Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.

Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado - Numeri

Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, ordinamenti e confronti tra i numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali), quando possibile a mente oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo e valutando quale strumento può essere più opportuno.

QUALI DIFFERENZE?

$$\begin{array}{r} 47 - \\ \underline{18} = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{cloud} 7 - \\ \underline{18} = \\ \text{cylinder pentagon} \end{array}$$

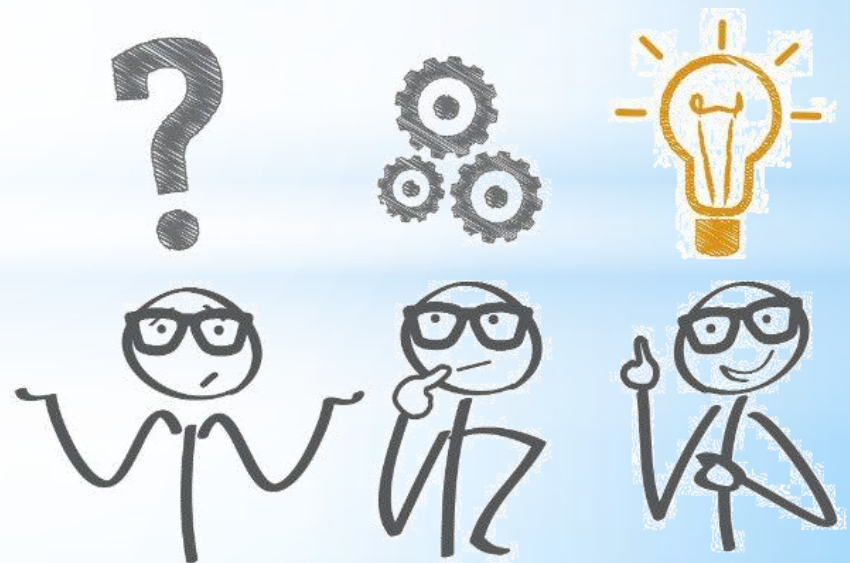
$$\begin{array}{r} 245 \times \\ \underline{3} = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ diamond star} \times \\ \underline{3} = \\ \text{pentagon} \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

Dal problem-solving al problem-posing

«E se?...», «E se non?»:

si mettono in discussione i
dati per vedere cosa accade
se si **modifica** uno (o più)
elementi del
problema o se **si elimina**
uno (o più) dati del
problema.



COS'E' UN PROBLEMA?

Ogni situazione di fronte alla quale si devono trovare nuove informazioni, ricorrendo alle varie forme dell'intelligenza.

PROBLEMA

Le conoscenze sono necessarie, ma non sufficienti.

Servono: ragionamento,
intuizione,
invenzione,
creatività,
rigore,
strutturazione.

anche più soluzioni

ESERCIZIO

Le conoscenze sono necessarie e sufficienti.

Bastano:

riproduzioni di schemi,
acquisizione di
tecniche.
memorizzazione.

**di solito una sola
soluzione**



METTIAMOCI ALLA PROVA!

LE MACCHIE HANNO COLPITO ANCORA!

Nel quaderno di matematica di nonno Augusto altre pagine sono macchiate con l'inchiostro. Il lavoro di ricostruzione delle operazioni continua...



Ricostruisci l'addizione.

$$\begin{array}{r} 257 + \\ 937 = \\ \hline 1194 \end{array}$$

2	5	7	+																
9	3	7	=																
1	1	9	4																

- Secondo te, ci sono altri completamenti possibili, oltre a quello che hai ottenuto? Sì. Se hai risposto sì, quanti possono essere? 4
- Scrivi altri due possibili completamenti e spiega il ragionamento che hai fatto per individuarli.

$\begin{array}{r} 258 + \\ 936 = \\ \hline 1194 \end{array}$	$\begin{array}{r} 259 + \\ 935 = \\ \hline 1194 \end{array}$	$\begin{array}{r} 256 + \\ 938 = \\ \hline 1194 \end{array}$	$\begin{array}{r} 255 + \\ 939 = \\ \hline 1194 \end{array}$	ABBIAMO CAMBIATO I NUMERI DELLE UNITÀ CHE POI FACCIANO 14
--	--	--	--	---



Ricostruisci la sottrazione.

$$\begin{array}{r} 83 - \\ 51 = \\ \hline 32 \end{array}$$

8	3	-																	
5	1	=																	
3	2																		

- Secondo te, ci sono altri completamenti possibili, oltre a quello che hai ottenuto? Sì. Se hai risposto sì, quanti possono essere? 9
- Scrivi altri due possibili completamenti e spiega il ragionamento che hai fatto per individuarli.

$\begin{array}{r} 82 - \\ 50 = \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 84 - \\ 52 = \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 85 - \\ 53 = \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 86 - \\ 54 = \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 88 - \\ 56 = \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 80 - \\ 48 = \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 87 - \\ 55 = \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 89 - \\ 57 = \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 81 - \\ 49 = \\ \hline 32 \end{array}$
--	--	--	--	--	--	--	--	--

ABBIAMO CAMBIATO LE CIFRE DELLE UNITÀ



Confronta il tuo lavoro con quello di un tuo compagno e discutine con l'insegnante.

CRIPTOARITMETICA: QUALI VANTAGGI?

Per l'alunno

- Acquisire maggiore consapevolezza delle diverse operazioni aritmetiche e delle loro proprietà.
- Potenziare le tecniche di calcolo: operando sulle cifre occorre tener costantemente sotto controllo l'intera operazione.
- Consolidare i diversi significati di «cifra» e «numero».
- Acquisire un metodo di ricerca, supportato dal gruppo.

Uso di tabelle, diagrammi... ipotesi, prove ed errori, inventario di tutte le possibilità ed esclusione, ricerca sistematica... **problem-solving**

PROBLEM-SOLVING

Implica schemi di comportamento non abituali o nuovi, che richiedono la riorganizzazione di un insieme di abilità già presenti.

CRIPTOARITMETICA: QUALI VANTAGGI?

Per l'insegnante

- Consente di trasformare esercizi aritmetici in situazioni problematiche.
- Permette di proporre attività più avvincenti perché sfidanti.

La criptoaritmetica si presta per il
lavoro di gruppo e come
potenziamento per gli alunni in grado di
produrre autonomamente prestazioni
più avanzate.

IN GENERE, GLI ALUNNI SONO
ABITUATI AD **OPERARE** SULLE
SCRITTURE MATEMATICHE,
NON AD **INTERPRETARE**, A
RIFLETTERE SUL LORO SIGNIFICATO,
AD **ARGOMENTARE** SU DI ESSE...



Molti alunni non accettano $8 = 3 + 5$ perché non capiscono come sia possibile avere il **risultato a sinistra e l'operazione a destra** rispetto al segno dell'uguale.

Il segno uguale possiede un **significato procedurale**, con una connotazione **spazio-temporale**: prepara la finale di una storia che inizia **a sinistra** con una o più **operazioni** e si conclude **a destra** con un **risultato**.

aspetto **procedurale** / aspetto **relazionale**



METTIAMOCI ALLA PROVA!

NUMERI IN INCOGNITO

Nella seguente uguaglianza il quadrato e il triangolo nascondono ciascuno un numero naturale.

NUMERI IN INCOGNITO

Nella seguente uguaglianza il quadrato e il triangolo nascondono ciascuno un numero naturale.

$$(58 \times \square) + \nabla = 300$$

Per ognuna delle seguenti frasi scrivi a fianco se è vera o falsa.

- Il numero nascosto da $\square$ può essere:

- 10 FALSO
- un numero pari VERO
- un numero minore di 6 VERO

- Il prodotto $58 \times \square$ è un numero:

- dispari FALSO
- maggiore di 58 FALSO (vero)

- Il numero nascosto da ∇ può essere:

- 0 FALSO
- un numero pari VERO
- 300 FALSO (vero)
- un numero minore di 300 VERO (Falso)

$$(58 \times 5) + 10 = 300 \text{ (6 possibilità)}$$

$$\text{a } (58 \times 5) \text{ il } \Delta \text{ è minore di } 300$$

Il numero nascosto da $\square$ può essere:

- 10 Falso
- un numero non maggiore di 45 vero
- un numero pari Falso
- 0 Falso

Il quoziente $45 : \square$ è un numero:

- dispari vero
- minore di 45 vero ma uno è 45

Il numero nascosto da ∇ può essere:

- 0 vero
- un numero pari vero
- un numero non maggiore di 45 vero

1 $(45 : 5) - 0 = 9$
 $9 - 0 = 9$

2 $(45 : 3) - 6 = 9$
 $15 - 6 = 9$

3 $(45 : 1) - 36 = 9$
 $45 - 36 = 9$

PER ANDARE OLTRE...

L'addizione e lo 0

$$0 + 0$$

$$1 + 0$$

$$7 + 0$$

$$13 + 0$$

La moltiplicazione e lo 0

$$0 \times 0 = 0$$

$$1 \times 0 = 0 \times 1 = 0$$

$$7 \times 0 = 0 \times 7 = 0$$

$$25 \times 0 = 0 \times 25 = 0$$

Osserviamo che il prodotto di due numeri, di cui almeno uno è 0, è sempre uguale a 0. Si dice che lo zero *assorbe* il risultato della moltiplicazione.

Diciamo che lo 0 è l'**elemento assorbente della moltiplicazione**.

IL PREPOTENTE

La sottrazione e lo 0

$$0 - 0$$

$$4 - 0$$

$$13 - 0$$

La divisione e lo 0

Un po' più complesso è il comportamento dello zero nella divisione; esaminiamolo attraverso degli esempi:

$$0 : 0 = 0, 1, 2, 3, \dots; \text{qualsiasi numero}$$

$$0 : 1 = 0 \text{ diciamo che } 0 : \text{numero qualsiasi} = 0$$

$$1 : 0 = ? \text{ diciamo che un numero qualsiasi diviso per } 0$$

è impossibile



X	P	D
P	P	P
D	P	D



CRIPTOARITMETICA e...



D11. Cosa nasconde la macchia?

$$10 + 1* = 23$$

La macchia nasconde la cifra³

Adesso scopri tu le cifre nascoste sotto le macchie e scrivile al posto dei puntini.

a. $20 + *5 = 35$

La macchia nasconde la cifra

b. $48 - *6 = 12$

La macchia nasconde la cifra

c. $42 + 1* = 59$

La macchia nasconde la cifra

2014 livello 2

Corretto: 52%

4. Quale cifra va messa al posto della stellina perché la sottrazione risulti corretta?

$$700 - 3 \star 8 = 362$$

- ☐ A. 2.
- ☐ B. 3.
- ☐ C. 4.
- ☐ D. 6.

2009 livello 5

Corretto: 72%

D1. Angela guarda lo scontrino del supermercato e si accorge che una macchia ha coperto il prezzo del detersivo.

	EURO
PASTA	2,50
DETERSIVO	
FRAGOLE	5,20
TOTALE	9,80
EURO	

Quanto è costato il detersivo?

- ☐ A. 1,10 euro
- ☐ B. 2,10 euro
- ☐ C. 2,70 euro
- ☐ D. 3,10 euro

2010 livello 6

Corretto: 86%

CRIPTOARITMETICA e...



Rally Matematico Transalpino

2. ADDIZIONI IN CODICE (Cat. 3, 4)

Nella tabella seguente, sono indicate addizioni in orizzontale e in verticale.

Ciascuna delle figure (il tondo, il quadrato, la stella, il triangolo e il rombo), sostituisce sempre uno stesso un numero.

	+		+		+		=	9
+		+		+		+		
	+		+		+		=	9
+		+		+		+		
	+		+		+		=	13
6		5		12		8		

Trovate quali sono i numeri da mettere al posto delle figure affinché tutte le addizioni siano giuste.

Mostrate come avete fatto per trovare questi numeri.

2. ADDIZIONI IN CODICE (Cat. 3, 4) ©ARMT.2005 - 13° - finale
 Nella tabella seguente sono indicate addizioni in orizzontale e in verticale.
 Ciascuna delle figure (il tondo, il quadrato, la stella, il triangolo e il rombo)
 uno stesso numero.

 = 8
 = 3
 = 0
 = 4
 = 1

	+		+		+		=	9
+		+		+		+		
	+		+		+		=	9
+		+		+		+		
	+		+		+		=	13
6		5		12		8		

Trovate quali sono i numeri da mettere al posto delle figure affini
 giuste.
 Mostrate come avete fatto per trovare questi numeri.

ABBIAMO INCOMINCIATO DALLA PRIMA COLONNA IN

VERTICALE E ABBIAMO PENSATO CHE IL  ERA
 1, MA NON POTEVA ESSERLO PERCHÉ LA 2 COLONNA
 IN ORIZZONTALE  +  +  +  = 9

CLAUDIO HA PENSATO CHE IL  ERA 3,
 E LEO HA PENSATO CHE IL  É LO 0.
 ABBIAMO SCOPERTO LA PRIMA COLONNA IN
 VERTICALE.

ALESSIA HA SCOPERTO LA SECONDA COLONNA
 IN ORIZZONTALE

3	+	1	+		+	1	=	5
+		+		+		+		
3	+	3	+	0	+	3	=	9
+		+		+		+		
0	+	1	+		+		=	13
=		=		=		=		
6		5		12		8		

LEO HA DETTO CHE LA STELLA
 CHE É 1.

NELLA TERZA COLONNA IN
 ORIZZONTALE C'ERA

IL  É IL 4 E IL  É 8

4. CERCATE LA BESTIOLINA (Cat. 3, 4, 5)

Ecco qui sotto delle addizioni molto strane.

I numeri sono stati sostituiti da delle bestioline: chioccioline, mosche, coccinelle e una farfalla.

Ogni bestiolina sostituisce sempre lo stesso numero.

$$\text{snail} + \text{snail} + \text{fly} + \text{fly} + \text{caterpillar} = \boxed{73}$$

$$\text{caterpillar} + \text{fly} + \text{caterpillar} + \text{fly} + \text{fly} = \boxed{57}$$

$$\text{caterpillar} + \text{caterpillar} + \text{caterpillar} + \text{caterpillar} + \text{caterpillar} = \boxed{75}$$

$$\text{fly} + \text{caterpillar} + \text{butterfly} + \text{caterpillar} + \text{snail} = \boxed{80}$$

Trovate a quale numero corrisponde ogni bestiolina.

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

ABBIAMO TROVATO LA SOLUZIONE PARTENDO DALLE
COCCINELLE CHE ERANO UNA FILA UNICA DOVE IL
RISULTATO ERA $10+10+10+10+10=50$ QUINDI NO F
POI $15+15+15+15+15=75$ QUINDI SI CON LE
MOSCI-IE SIAMO PARTITI DA $10+10+10+15+15$ CHE ERA
SBAGLIATO POI ABBIAMO VISTO CHE SE FACEVAMO
- UNO PER OGNI MOSCA E ABBIAMO FATTO $9+9+9+15+15$
ED ERA GIUSTO POI ABBIAMO FATTO LE
CHIOCCIOLE SIAMO PARTITI DALLE COCCINELLE
CHE ERANO DI VALORE 15 POI LE MOSCHE DA
9 E SIAMO ARRIVATI A 73 ED ERA 40
SICCOME LE CHIOCCIOLE ERANO 2 ABBIAMO
DIVISO IL NUMERO 40 ED E' VENUTO 20 E
QUINDI $20+20+9+9+15=73$ ED E' IL RISULTATO
GIUSTO POI ABBIAMO FATTO LA FARTALIA

PIU' E MENO (cat. 4, 5) - finale 7° Rally 1999

Riempite ogni cerchietto utilizzando una volta sola ciascuno dei numeri:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

in modo che i calcoli su ogni riga e su ogni colonna siano esatti.

$\textcircled{9}$	+	$\bigcirc$	-	$\bigcirc$	=	5
+		+		+		
$\bigcirc$	+	$\bigcirc$	-	$\bigcirc$	=	1
-		-		-		
$\bigcirc$	+	$\bigcirc$	-	$\bigcirc$	=	9
=		=		=		
8		2		13		

7. PIU' E MENO (Cat. 4, 5)

Riempite ogni cerchietto utilizzando una volta sola ciascuno dei numeri:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

in modo che i calcoli su ogni riga e su ogni colonna siano esatti.

$$\begin{array}{ccccc} \textcircled{9} & + & \textcircled{4} & - & \textcircled{8} = 5 \\ + & & + & & + \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \textcircled{2} & + & \textcircled{5} & - & \textcircled{6} = 1 \\ - & & - & & - \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \textcircled{3} & + & \textcircled{7} & - & \textcircled{1} = 9 \\ = & & = & & = \end{array}$$

8 2 13

$$\begin{array}{ccccc} \textcircled{9} & + & \textcircled{4} & - & \textcircled{8} = 5 \\ + & & + & & + \\ \textcircled{2} & + & \textcircled{5} & - & \textcircled{6} = 1 \\ - & & - & & - \\ \textcircled{3} & + & \textcircled{7} & - & \textcircled{1} = 9 \\ = & & = & & = \\ 8 & & 2 & & 13 \end{array}$$

ALL' INIZIO NON CAPIVAMO PERCHÉ
POI TUTTI RIANNO PROVATO E
ECCO ABBIAMO FATTO
E CI HA UTILIZATO IL 4 CHE HA DETTO
LA MAESTRA.

QUINDI ABBIAMO MESSO IL 4 IN ALTO
CENTRALE, 9 IN ALTO A DESTRA,
2 IN MEZZO A SINISTRA, 5 IN
CENTRO, 6 IN MEZZO A DESTRA
3 IN BASSO A SINISTRA

11. NUMERI NASCOSTI (Cat. 5, 6, 7)

Alberto lancia una sfida al suo amico Giovanni. “Guarda la tabella: ogni simbolo corrisponde ad un numero intero, formato da una o da due cifre. Uno stesso simbolo corrisponde sempre ad uno stesso numero!”

La somma dei numeri di ogni riga è scritta nell’ultima casella a destra, la somma dei numeri di ogni colonna è scritta nell’ultima casella in basso.

Quali sono i numeri rappresentati dai quattro simboli? ”

Aiutate Giovanni a trovare questi numeri.

Spiegate il vostro ragionamento.

★	△	★	□	29
○	★	○	○	30
△	□	△	△	13
□	□	★	○	20
23	18	34	17	

IPOTESI

ALL' INIZIO PENSABAMO:

$$\blacktriangle = 3$$

$$\blacksquare = 4$$

$$\star = 11$$

$$\bullet = 1$$

NO

$$\blacktriangle = 4$$

$$\blacksquare = 1$$

$$\star = 12$$

$$\bullet = 6$$

SÌ

RISPOSTA

I NUMERI CHE ABBIAMO TROVATO SONO
4 - 1 - 12 - 6.

RAGIONAMENTO

PER TROVARE I NUMERI GIUSTI SIAMO
PARTITI DALLA RIGA CON PIÙ SIMBOLI UGUALI
PER FACILITARCI IL LAVORO. POI FACENDO
DEUE IPOTESI ABBIAMO TROVATO IL
RISULTATO.

⇒ = quindi X = sbagliato V = corretto

Δ	Δ	Δ	☐	
1	1	1	⇒ 10	X
2	2	2	⇒ 7	X
3	3	3	⇒ 4	X
4	4	4	⇒ 1	V

○	○	○	☆	
1	1	1	⇒ 27	X
2	2	2	⇒ 24	X
3	3	3	⇒ 21	X
4	4	4	⇒ 18	X
5	5	5	⇒ 15	X
6	6	6	⇒ 12	V
7	7	7	⇒ 9	X
8	8	8	⇒ 6	X
9	9	9	⇒ 3	X

CRIPTOARITMETICA e...



*Kangourou
della
matematica*

11. Un archeologo ha scoperto che un antico popolo rappresentava i numeri interi da 1 a 5 con i simboli che vedi a destra, ma non ha trovato quale simbolo rappresentasse il singolo numero. Per sua fortuna ha anche scoperto che valgono queste uguaglianze:

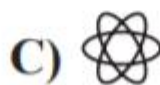


$$\text{flower} + \text{flower} = \text{fish}$$

$$\text{sun} + \text{sun} = \text{flower}$$

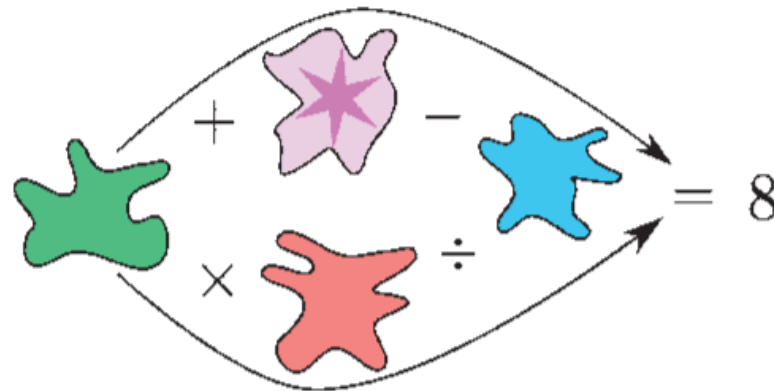
$$\text{sun} + \text{fish} = \text{hand}$$

Quale dei seguenti simboli rappresenta il numero 3?



Livello IV - V Scuola Primaria

12. Ho scelto tra i numeri 1, 2, 3, 4, 5 quattro numeri diversi fra loro; poi ho eseguito le operazioni suggerite dalla figura seguendo le frecce: in entrambi i casi il risultato corretto è 8. Ora i numeri sono nascosti da macchie: quale numero si nasconde sotto la macchia con la stella?



- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Livello I - II Scuola Secondaria

11. Marta ha moltiplicato tra loro, correttamente, due numeri di due cifre e poi, come mostra la figura, ha cancellato tre cifre. Qual è la somma di tali cifre?

The equation $3 \times 2 = 32$ is shown on a grid. The first '3' is crossed out with a red scribble, the '2' after the multiplication sign is crossed out, and the first '3' after the equals sign is crossed out.

- A) 5 B) 6 C) 9
D) 12 E) 14

Livello III Scuola Secondaria

Vi lasciamo con questo problema...

Criptaritmetica



The image features a cartoon illustration of a woman with blonde hair, wearing a red and white striped shirt and a blue skirt, hugging a globe. Above her is a purple banner with the text "Felicidades! a todas las mujeres del mundo!". The globe is surrounded by several pink hearts. To the right of the illustration is a cryptarithm puzzle. It consists of three rows of four boxes each, representing the word "AMOR" (Love) added three times. A large plus sign is placed between the second and third rows. Below these is a horizontal line, followed by a row of five boxes representing the word "MUR" (Woman).

Felicidades!
a todas
las
mujeres
del
mundo!

AMOR
+ AMOR

MUR

Grazie per l'attenzione e buon lavoro!