(S)PIEGANDO LA MATEMATICA CON L'ORIGAMI

Maria Luisa Spreafico
Dipartimento di Scienze Matematiche
Politecnico di Torino
maria.spreafico@polito.it

Origami come…

ARTE

DESIGN

MODA

ARCHITETTURA

DIDATTICA

MATEMATICA

TECNOLOGIA

Perché origami in classe

Visualizza ed è tangibile

Sviluppa abilità manuali

Migliora la memoria

È inclusivo

È interdisciplinare

È economico

Stupisce

È tecnologico

Ha uno strettissimo legame con la matematica!

La teoria dell'apprendimento della geometria dei coniugi Van Hiele:

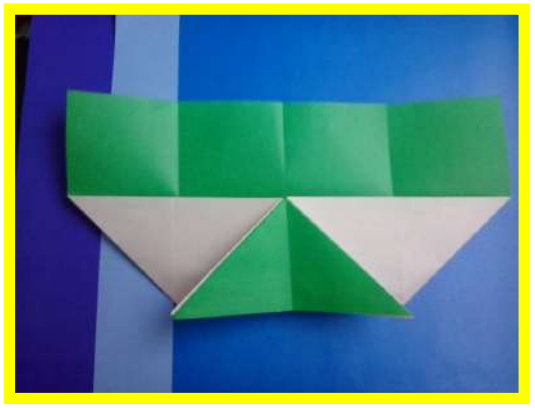
1. Visualizzazione
2. Analisi dell'oggetto
3. Deduzione informale
4. Deduzione formale
5. Rigore e confronto assiomatico

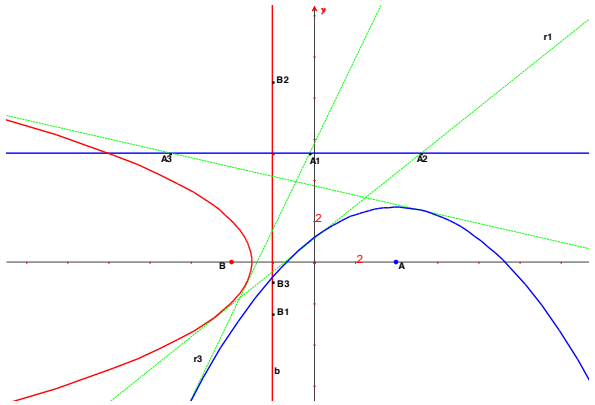
Origami o.k. per tutti e non solo per la geometria!

- 3-14 anni: l'origami aiuta l'apprendimento della matematica

- 14-99 anni: la matematica formalizza l'origami

Assiomi, eq. 3° grado, costruzioni





(Alcuni) argomenti trattabili con l'origami

Geometria

- Rette e angoli
- Poligoni
- Classificazione dei triangoli
- Teorema di Pitagora
- Aree
- Esempi di solidi e formula di Eulero

Aritmetica e Algebra

- Frazioni
- Potenze
- Radici
- Prodotti notevoli

Quando usare l'origami per fare matematica?

Per introdurre un argomento

Per consolidare un argomento

Per stupire con argomenti nuovi

Come usare l'origami per fare matematica?

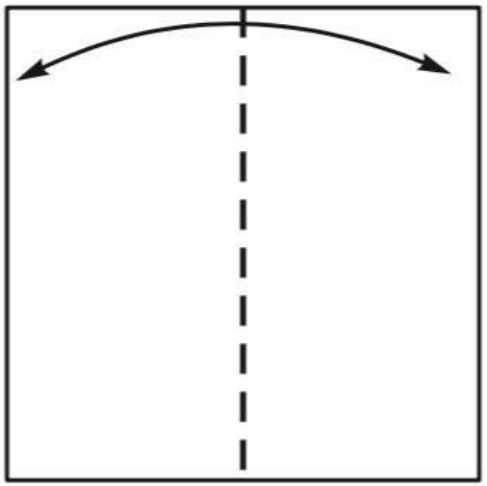
Mentre si piega

Usando i modelli finali

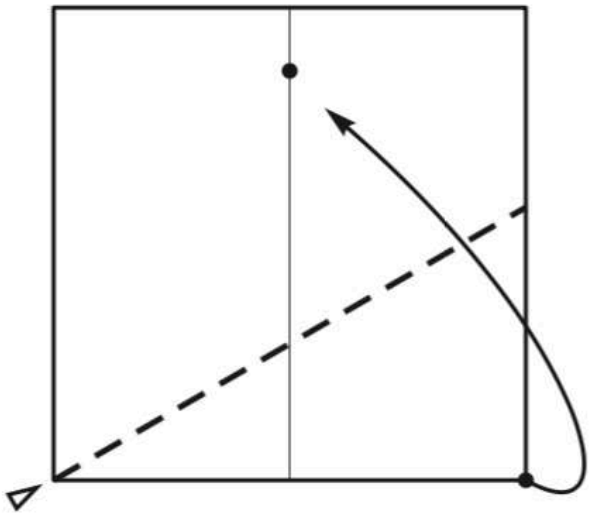
Aprendo i modelli e studiando CP

Costruiamo un goniometro

1

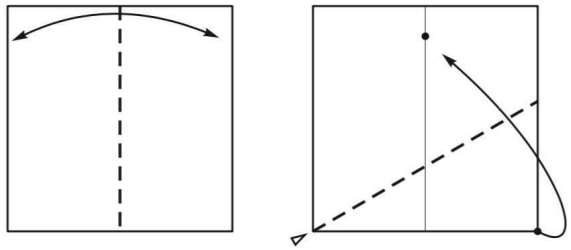


2



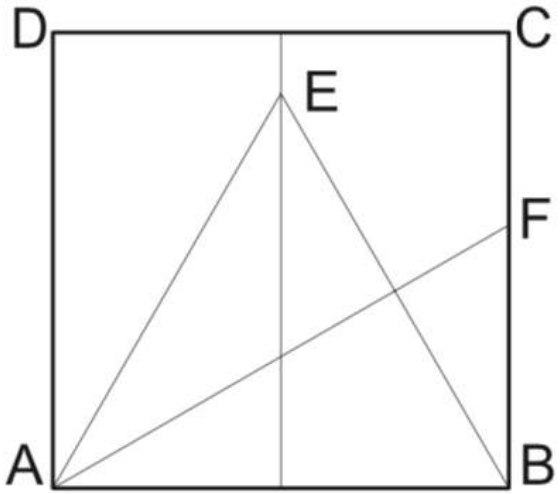
Costruiamo un goniometro

1 2



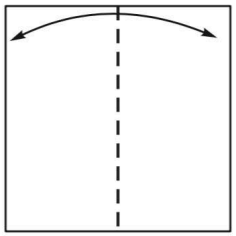
Segniamo il punto E in cui arriva il vertice e tracciamo le pieghe AE e BE.

Che triangolo è ABE?

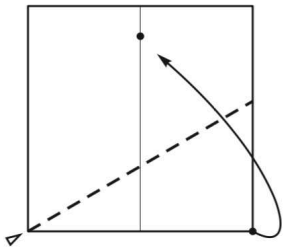


Costruiamo un goniometro

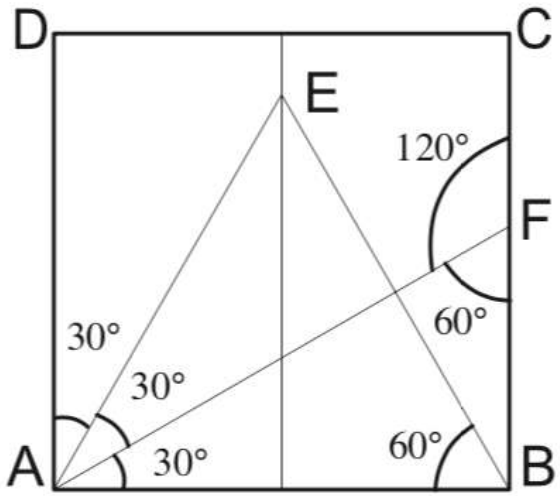
1



2

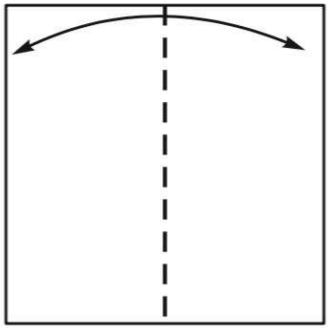


Segniamo tutti gli angoli che conosciamo:

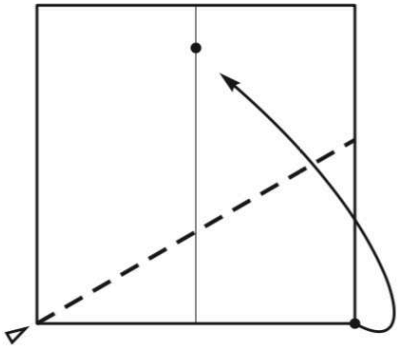


Costruiamo un goniometro

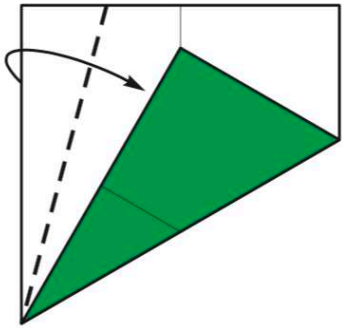
1



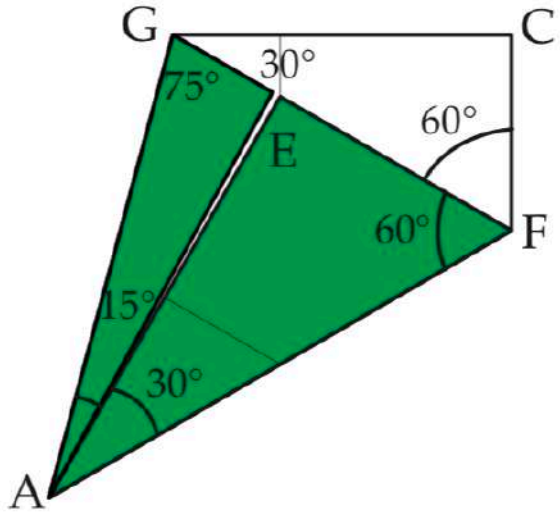
2



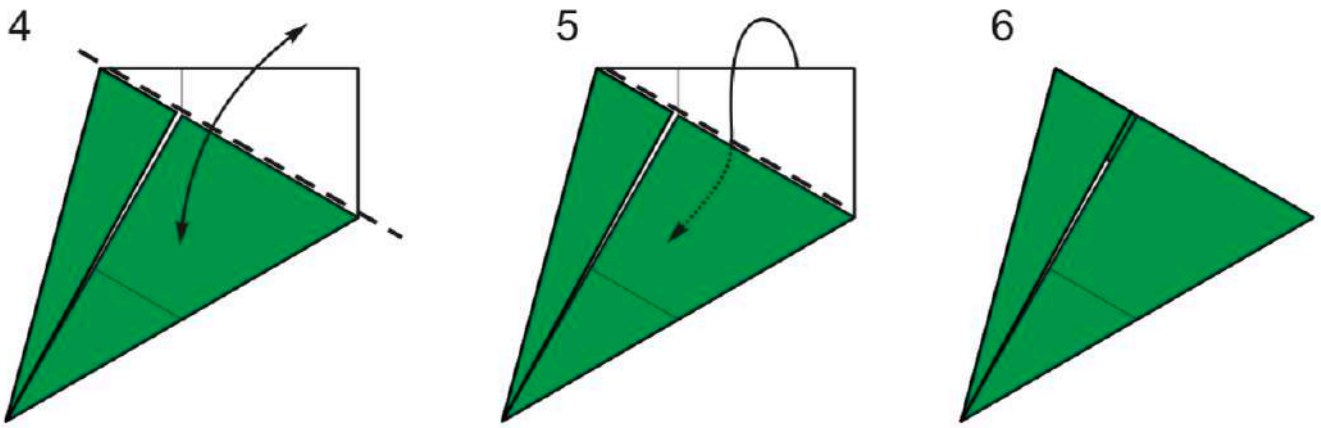
3



Segniamo tutti gli angoli che conosciamo:



Costruiamo un goniometro

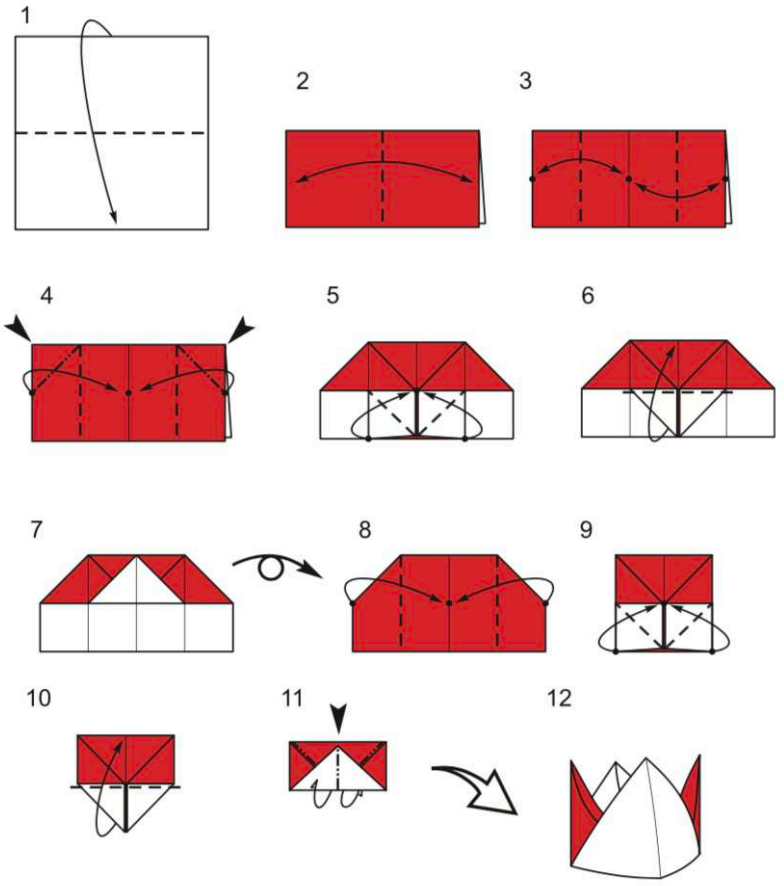


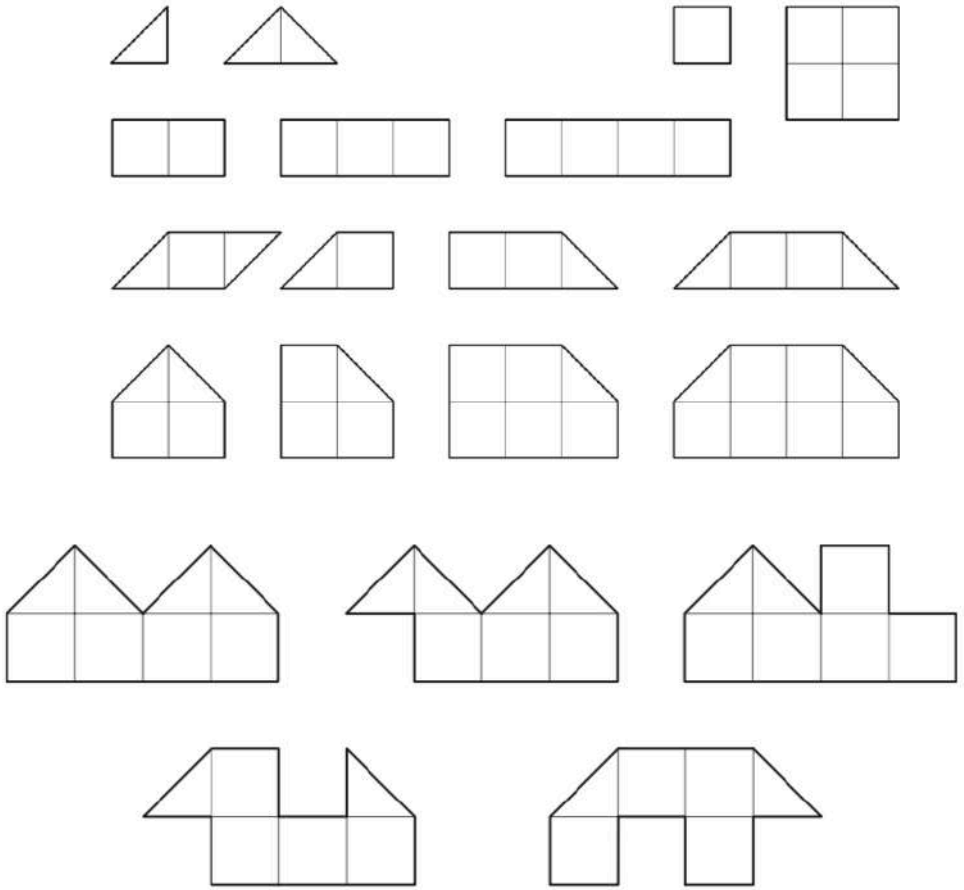
Attività da abbinare:

1) Gioco a squadre di approssimazione di angoli

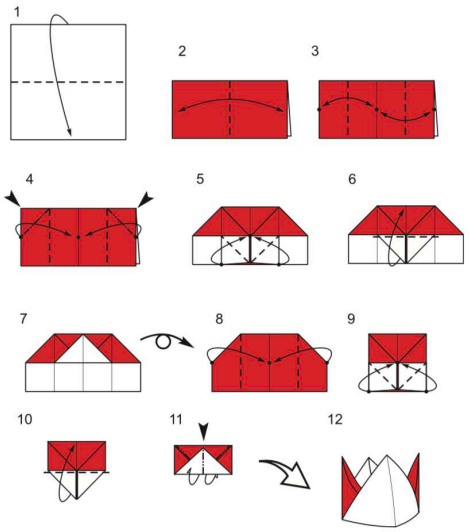
2) Misura di angoli durante la piegatura di un modello origami

Ripassiamo i poligoni





Ripassiamo le frazioni



Quanto vale la parte colorata e quella bianca rispetto a tutto il modello?

Misuro in :

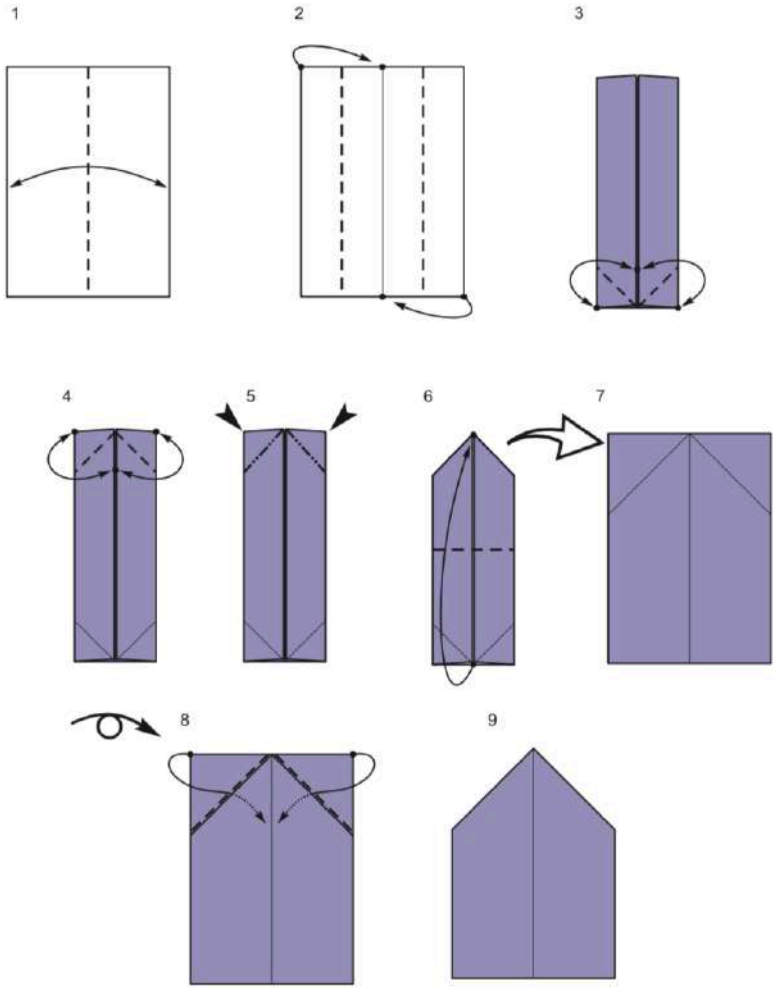
B = 4/7 e R = 3/7 (frazioni complementari)

Misuro in :

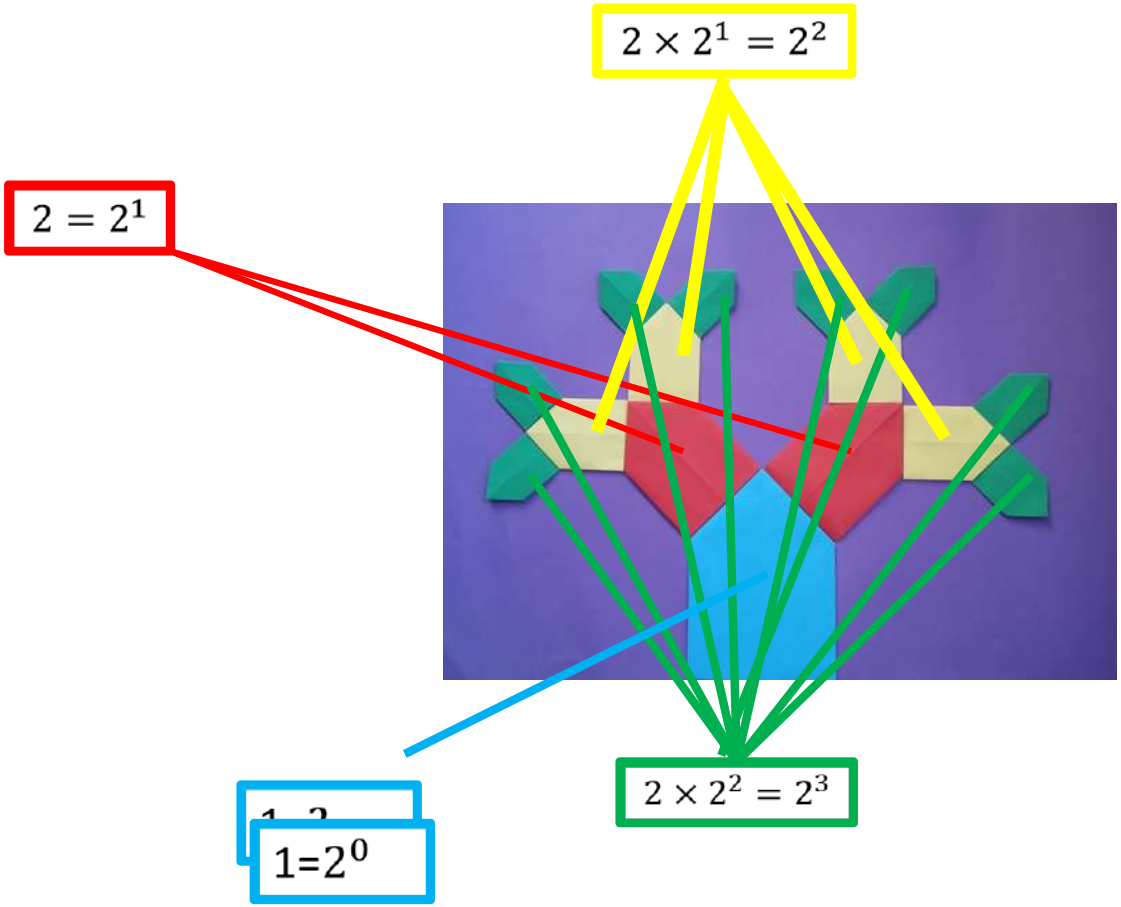
B = 8/14 e R= 6/14

B= 4/7 = 8/14 (frazioni equivalenti)

Costruiamo un albero delle potenze



Costruiamo un albero delle potenze



Approfondimento 1:

Potenze di 3

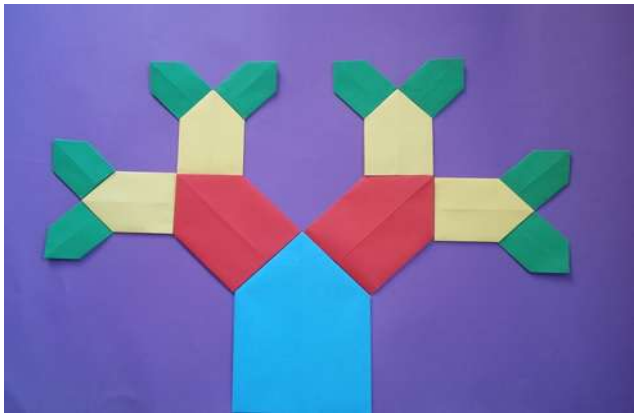


Foto di Sandra Pieraccini

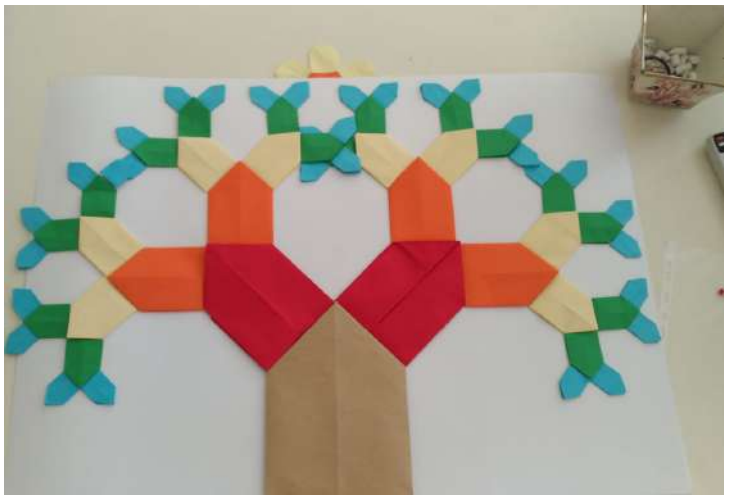


Foto di Sandra Pieraccini

Approfondimento 2:

Somma delle prime $n+1$ potenze di 2

Somma delle prime $n+1$ potenze di 3 (o di a numero reale maggiore di 1)

Esempio (potenze di 2):

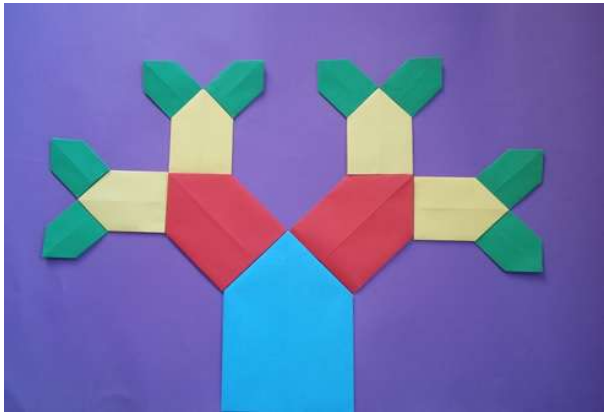
$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 15 = 16 - 1 = 2^4 - 1$$
$$2^0 + 2^1 + \ldots + 2^4 = 15 + 16 = 31 = 32 - 1 = 2^5 - 1$$

Deduciamo che:

$$2^0 + 2^1 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

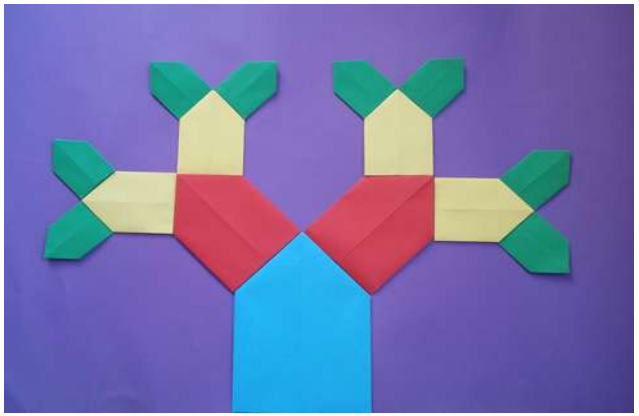
In generale:

$$a^0 + a^1 + \ldots + a^n = (a^{n+1} - 1)/(a - 1)$$



Approfondimento 3:

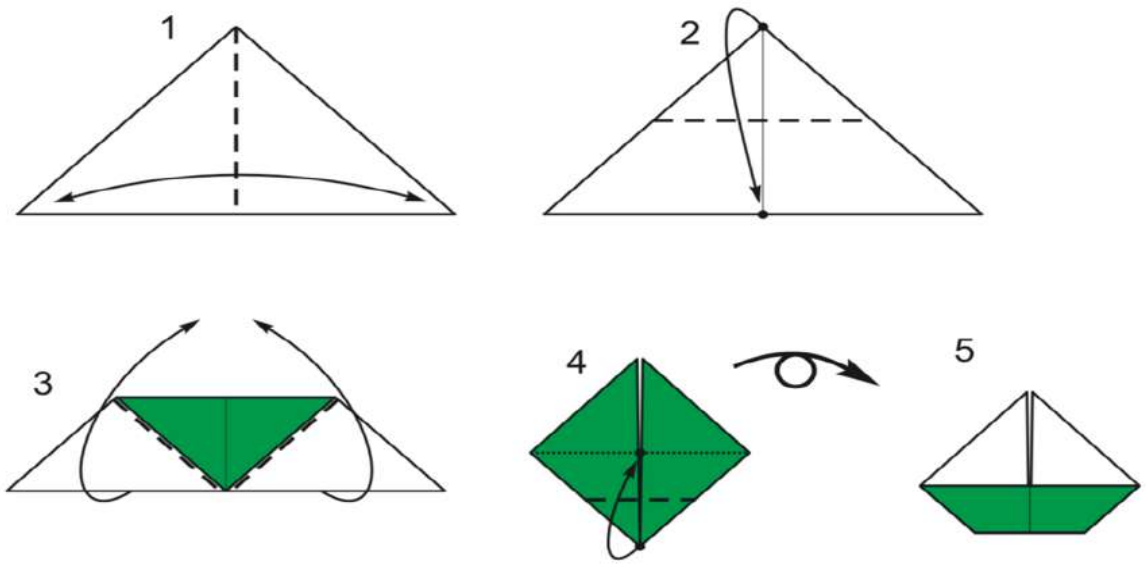
Numeri binari



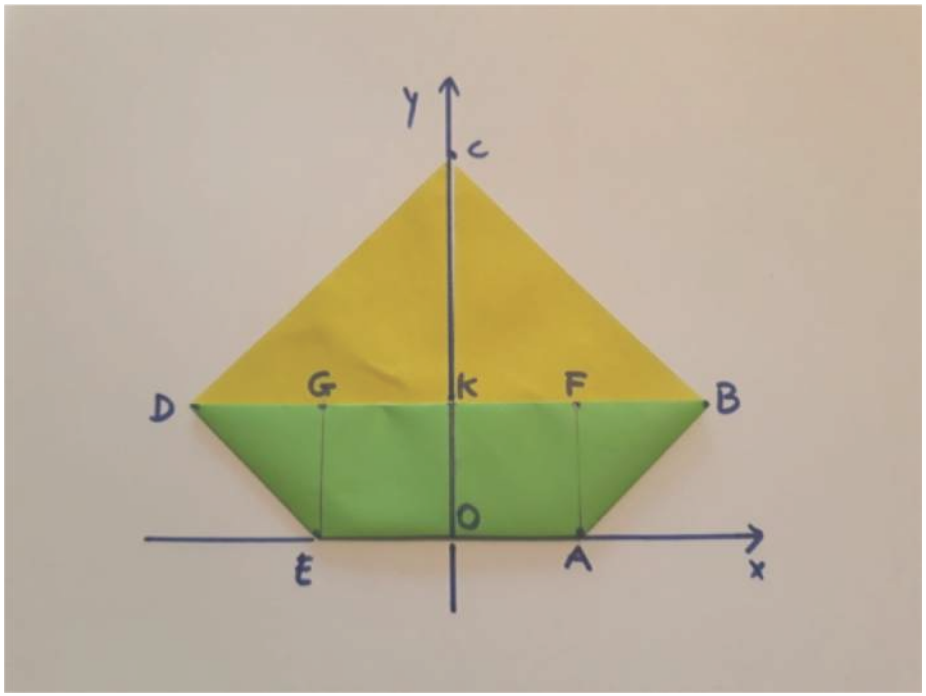
Approfondimento 4:

Teorema di Pitagora generalizzato

Una barchetta in coordinate



Una barchetta in coordinate

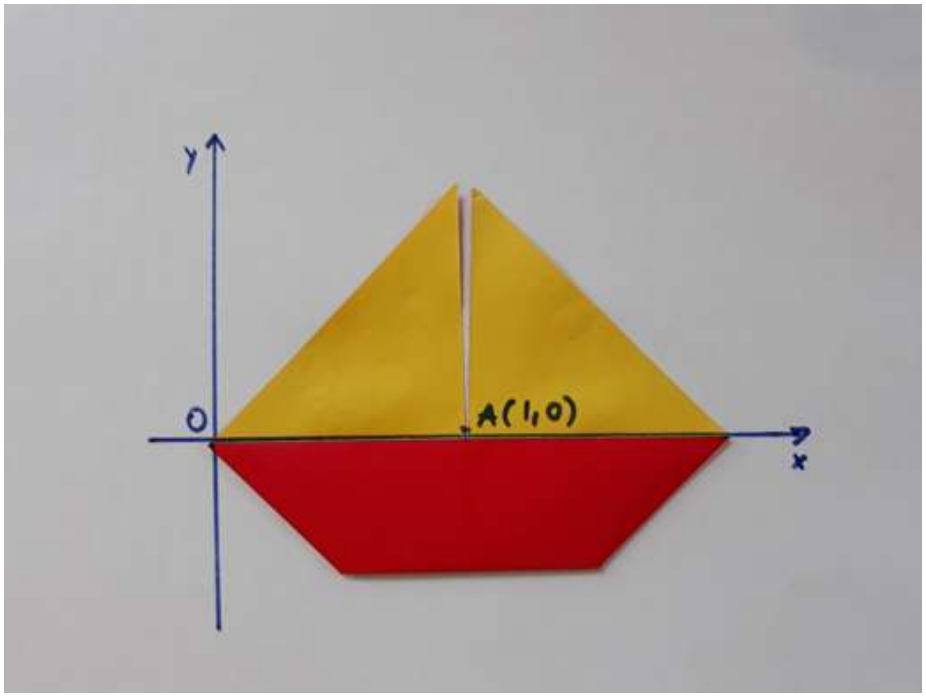


Fissate un sistema di riferimento (origine, asse x e asse y) e un'unità di misura. In figura : A(1,0)

Esempi di attività:

1) *Calcolare le coordinate dei punti*
2) *Calcolare (anche in più modi) l'area dello scafo e l'area delle vele*
3) *Calcolare le equazioni di qualche retta «interessante».*
4) *Verificare la posizione reciproca di alcune coppie di rette*
5) *Punti di intersezioni, condizioni di appartenenza.*

Una barchetta in coordinate



Fate scegliere ad ogni studente un sistema di riferimento
e ripetete alcune domande precedenti

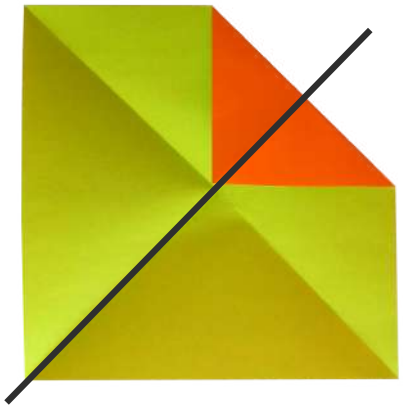
Dalla base più semplice… tante idee

Pieghiamo la Blintz Base

Quadrato o rombo?

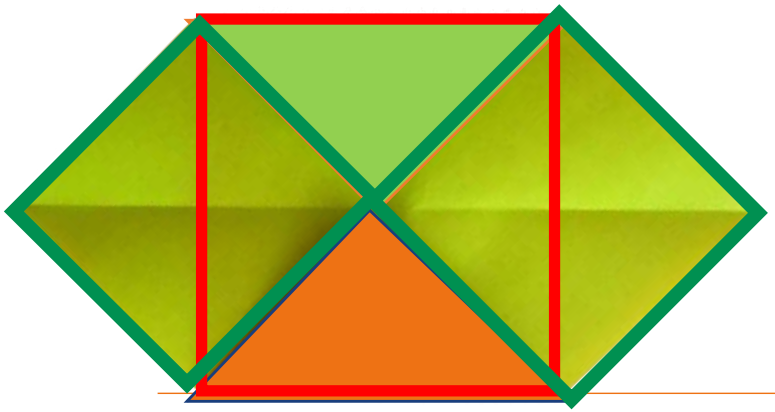
Quanti triangoli?

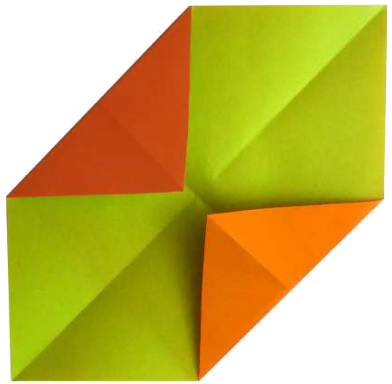
Quali poligoni vedi?



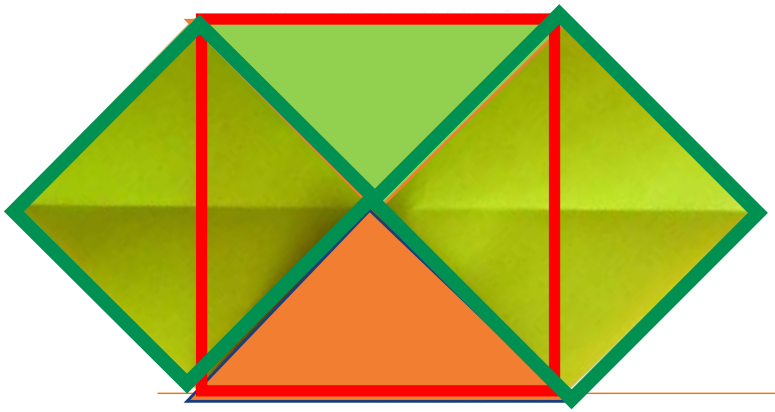
Quanti assi di simmetria?

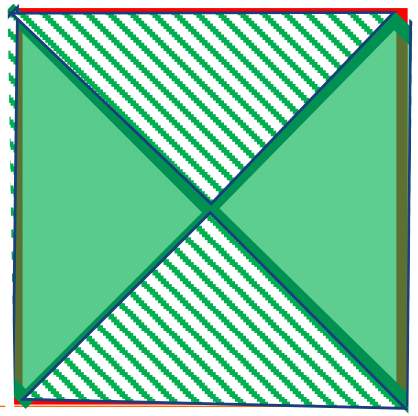
Teorema di Pitagora



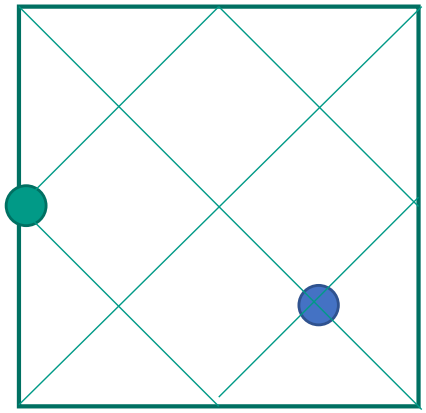


Teorema di Pitagora





Dalla base più semplice… tante idee

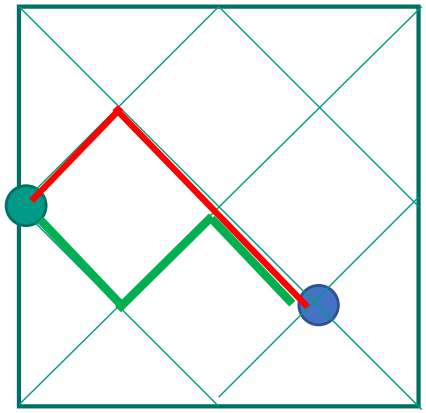


Giochiamo con i grafi

1) Costruiamo delle strade…

Lunghe 3. Una o tante ?
Lunghe 5. Una o tante ?

Dalla base più semplice…tante idee



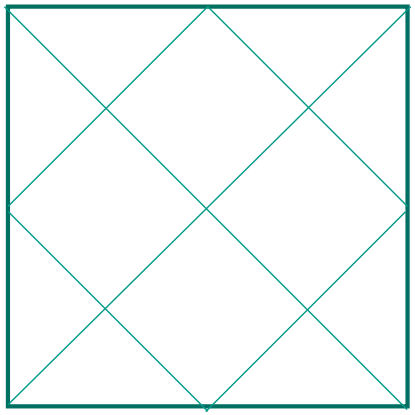
Giochiamo con i grafi

1) Costruiamo delle strade…

Lunghe 3. Una o tante ?
Lunghe 5. Una o tante ?

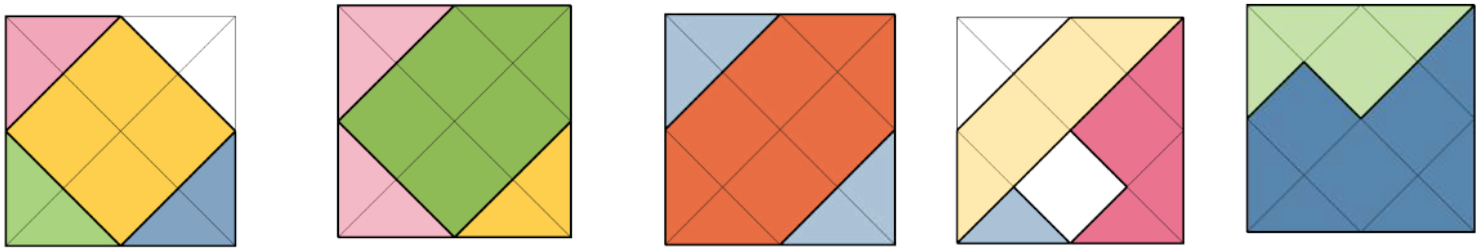
C'è una strada di lunghezza minima?
E massima (senza ripassare per lo stesso tratto)?

Dalla base più semplice…tante idee



Giochiamo con i poligoni

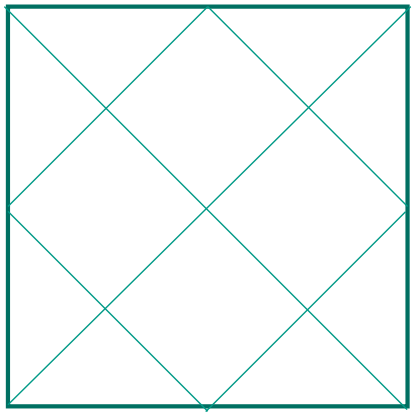
2) Coloriamo i poligoni (concavi e convessi), nominiamoli, troviamo assi di simmetria



Indica in ogni figura il poligono con il massimo numero di lati

N = 4 N = 5 N = 6 N = 5 N = 6

Dalla base più semplice… tante idee

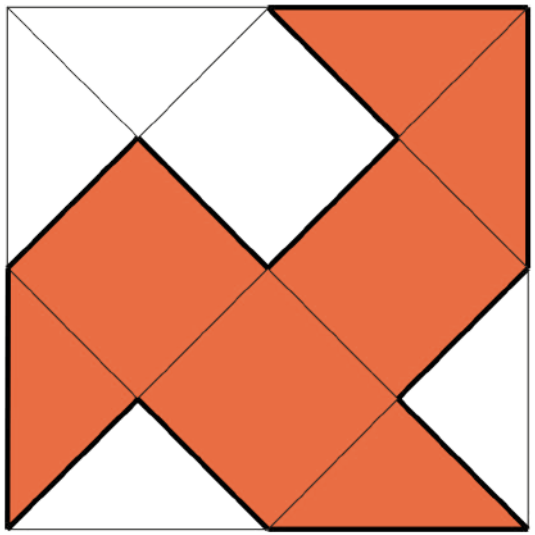


Giochiamo con i poligoni

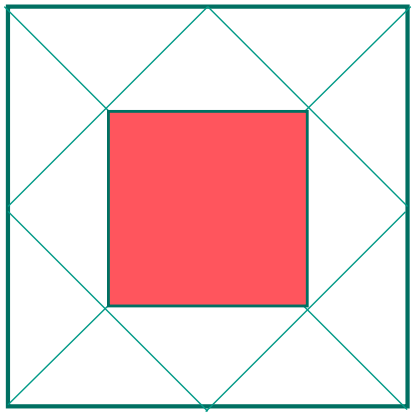
3) Qual è il poligono con il massimo numero di lati?

Numero massimo di lati: 12.
Si dimostra con la teoria dei grafi.

La soluzione è unica?



Dalla base più semplice… tante idee



Nuovi teoremi!

Pieghiamo (o coloriamo) il nuovo quadrato al centro

4) Sai tagliare con un solo colpo di forbici il quadratino colorato?

Teorema (Fold-and-cut; E.Demain et alii):

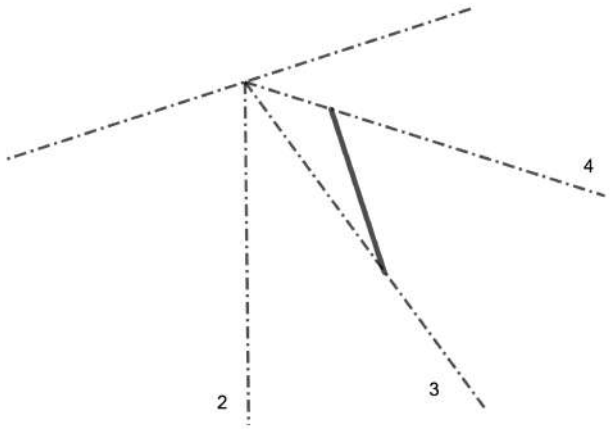
Sia dato un poligono (o insieme di poligoni che non si intersechino) disegnato su un foglio.

È sempre possibile trovare un modo di piegare il foglio perché un solo taglio di forbice separi il poligono (o l'insieme di poligoni) dal foglio, senza tagliare nient'altro.

Nuovi teoremi!

Viceversa: proponiamo pieghe e taglio e…

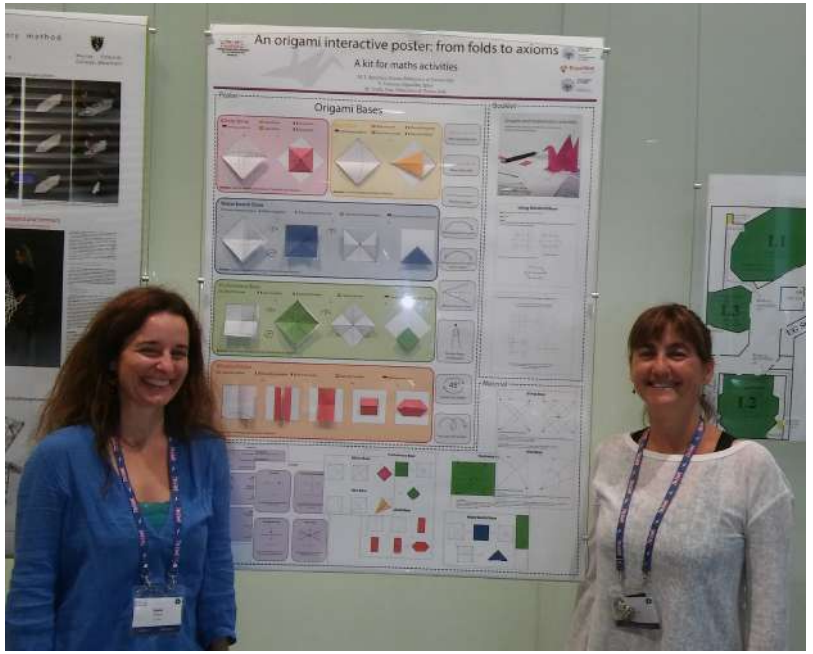
cosa apparirà??? SORPRESA!



E per finire…due suggerimenti di strategie di gruppo:

- Piego e passo (a piccoli gruppi)
- Piego al buio e riproduco (a coppie)

Grazie per l'attenzione e buone pieghe a tutti!



Ringraziamenti.
I diagramma di piegatura del goniometro, della corona, dell'albero e della barca sono stati disegnati da F. Decio, tratti da «Ed ora , Origami», di E. Frigerio, M.L. Spreafico, Ed. Kangourou.
Gli spunti di lezione sulla base blintz sono presi da Origami Poster pack di M.L. Spreafico ed E. Tramuns, Tarquin Ed, https://www.tarquingroup.com/new-products/the-origami-and-mathematics-poster-pack.html

Per approfondire

Origami e tecnologia

https://www.youtube.com/watch?v=3E12uju1vgQ
https://www.youtube.com/watch?v=ZVYz7g-qLjs

Blog DeAgostini per lezioni origami
https://blog.deascuola.it/autori/marialuisaspreafico

Per scaricare la stella (cliccare su star pattern)
http://www.eulaliatramuns.cat/projectswithpolito.html

Lezione di Eric Demaine sul fold-and-cut Theorem + link per scaricare figure
http://courses.csail.mit.edu/6.849/fall10/lectures/L07.html
http://erikdemaine.org/foldcut/examples/