Matematica dinamica: numeri e figure con la piegatura della carta

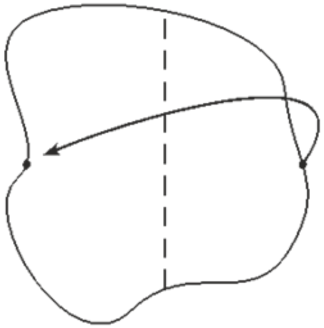
Cascina Grande Rozzano 16 gennaio 2020

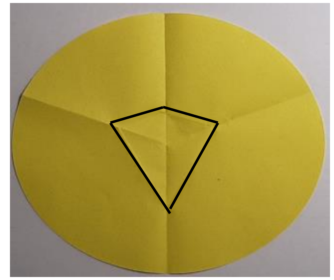
Antonio Criscuolo
MatNet – CQIA Università di Bergamo

Sommario

- Piegando la carta si fa geometria? Si fa aritmetica? Alcuni esempi
  - Quadrilateri con tre o quattro pieghe.
  - Una busta geometrica.
  - Doppio strato per dimezzare.
  - Confrontare frazioni piegando.
  - Modellizzare e risolvere problemi piegando.
- La matematica del rettangolo con la piegatura della carta.
  - Riconoscere e costruire un rettangolo.
  - Alcuni rettangoli particolarmente significativi
- Senso del numero e piegatura della carta
  - Rappresentare e operare con le frazioni piegando la carta.
  - Piegare e dispiegare la tabella della moltiplicazione

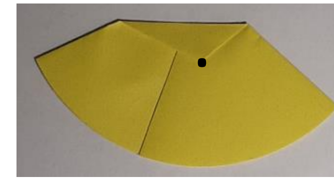
Piegando la carta si fa geometria: ….tre pieghe a caso

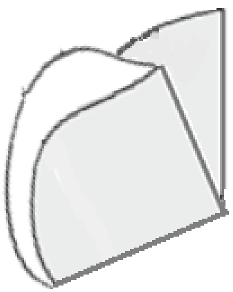


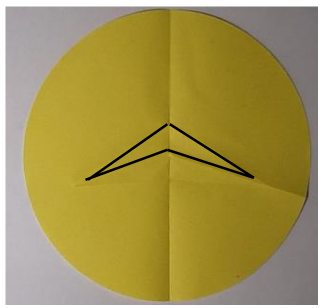


Deltoide
Poligono convesso

I

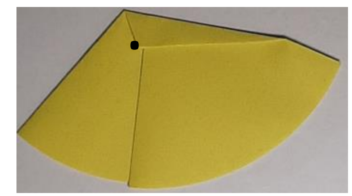


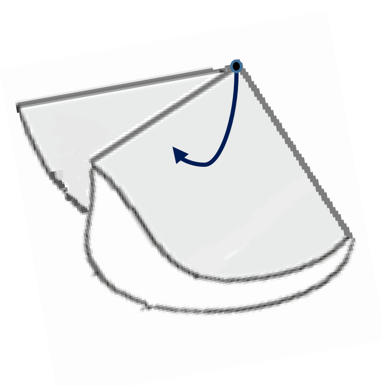


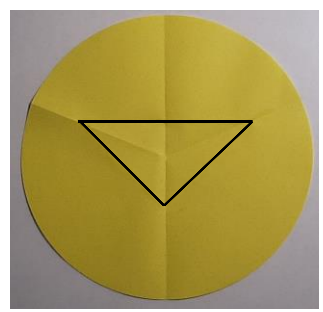


Poligono concavo

II

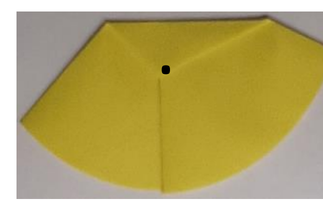




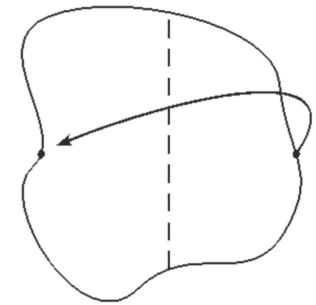


Triangolo isoscele

III

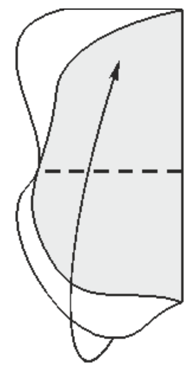


Piegando la carta si fa geometria? …tre pieghe non proprio a caso



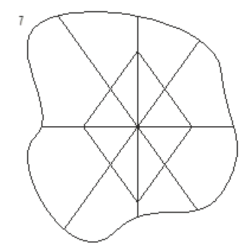
Pieghiamo tre volte un foglio di carta….

1. Piegare un foglio per ottenere una prima piega.



2. Ripiegare il foglio sovrapponendo a se stessa la piega appena realizzata, si ottiene così una punta.

3. Ripiegare ancora il foglio portando la punta a sovrapporsi ad un qualsiasi punto del foglio stesso



……….riaprendo il foglio che figura geometrica osserviamo?

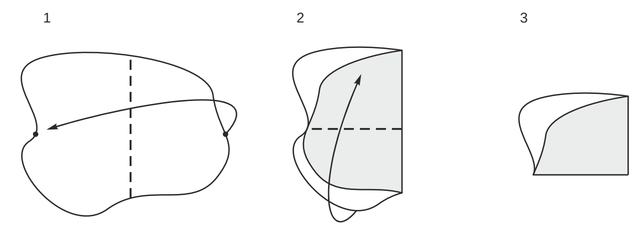
- E’ proprio un rombo? Perché ?
- Quali le relazioni tra le pieghe realizzate e la definizione di rombo e le sue proprietà?

Come modificare la ‘’costruzione’’ per realizzare un quadrato e non solo un rombo?

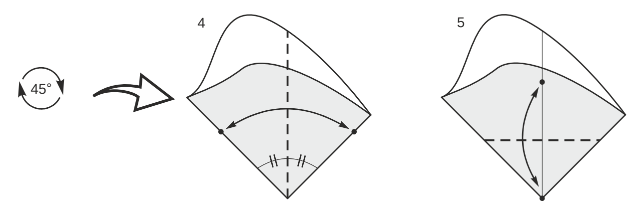
Piegando la carta si fa geometria: un quadrato con quattro…pieghe!!!

Come realizzare un quadrato anziché un generico rombo?

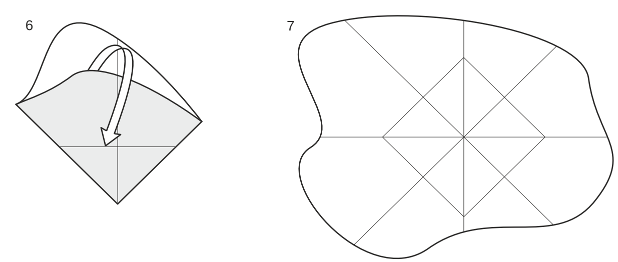
Si realizzano le prime due pieghe….



… poi si sovrapongono i bordi lati dell’angolo retto …..

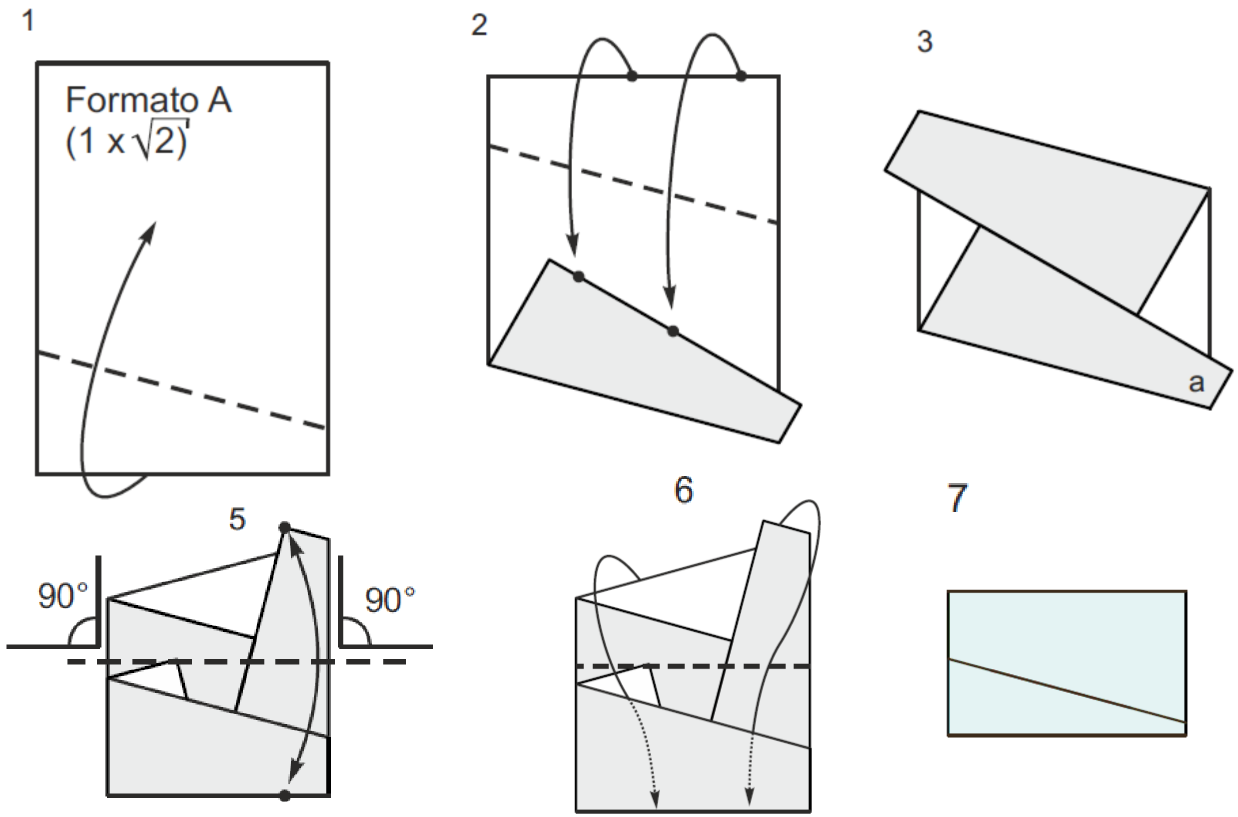


… e infine si sovrappone il vertice dell’angolo retto
ad un punto qualsiasi della precedente piega.

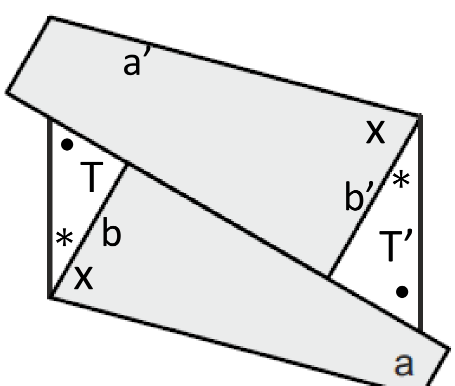


Si tratta proprio di un quadrato? Perché?

Piegando la carta si fa geometria? Una busta geometrica



Modello di Tomoko Fuse
Disegni di Francesco Decio



b // b' Parallele perché rette perpendicolari alla stessa retta

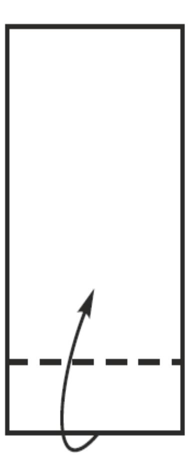
• X * Coppie di angoli congruenti

T T' Triangoli simili

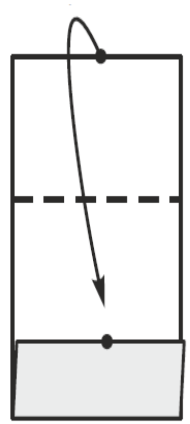
a // a' Parallele perché formano con rette parallele angoli congruenti

Il doppio strato per dimezzare

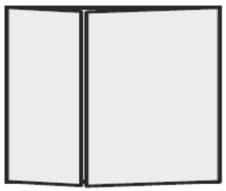
Dimezzare un rettangolo



Piega a piacere

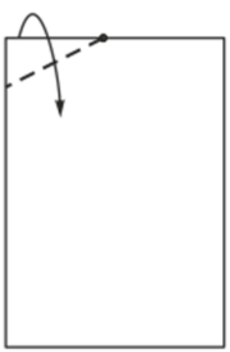


Accostamento bordi

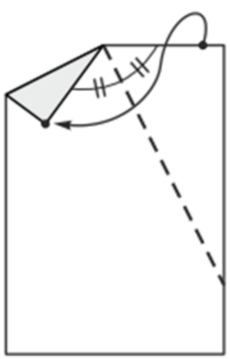


Doppio strato
Dimezzamento

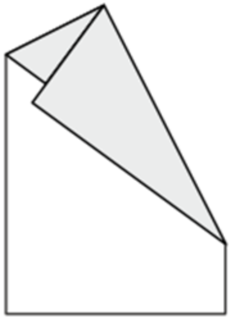
Dimezzare un angolo piatto



Piega a piacere



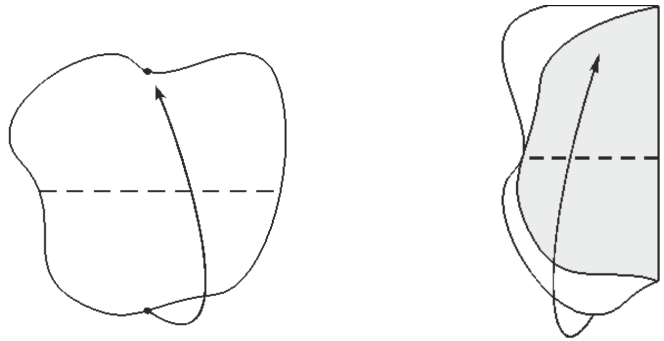
Accostamento bordi



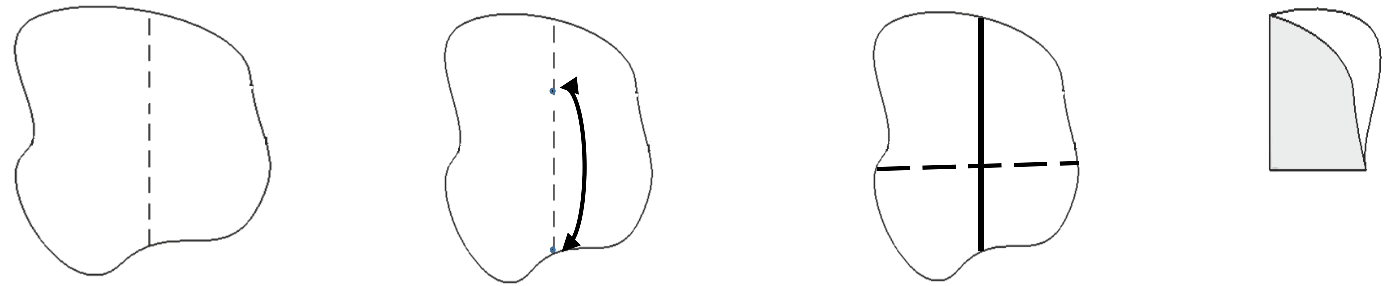
Doppio strato
Dimezzamento

Tre modi per costruire con due piegature un angolo retto

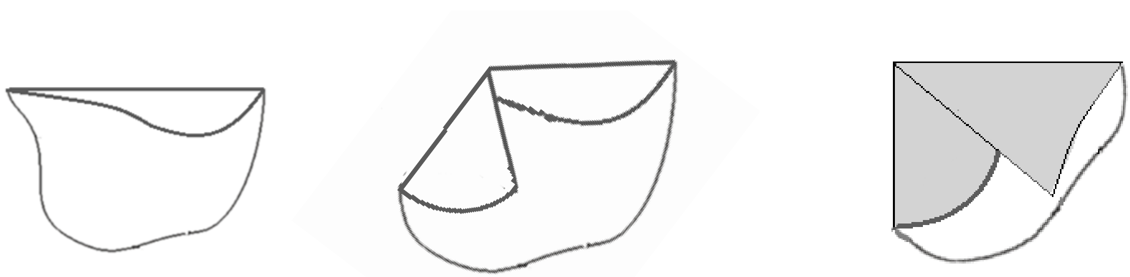
Piega su piega
Strato doppio



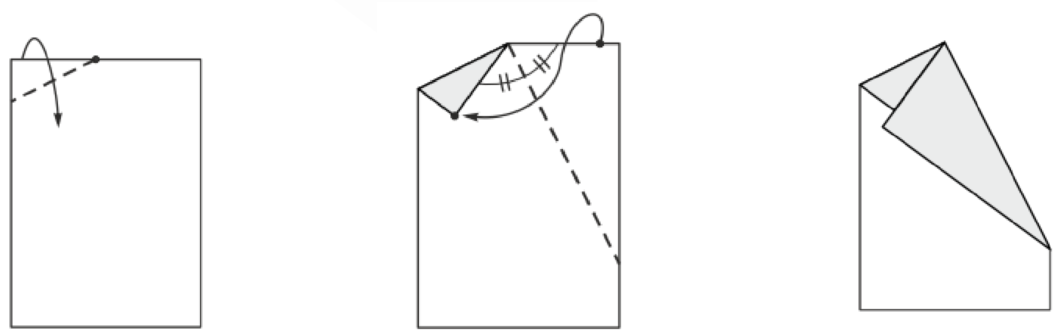
Piega su piega
Allineamento
Fronte-Retro



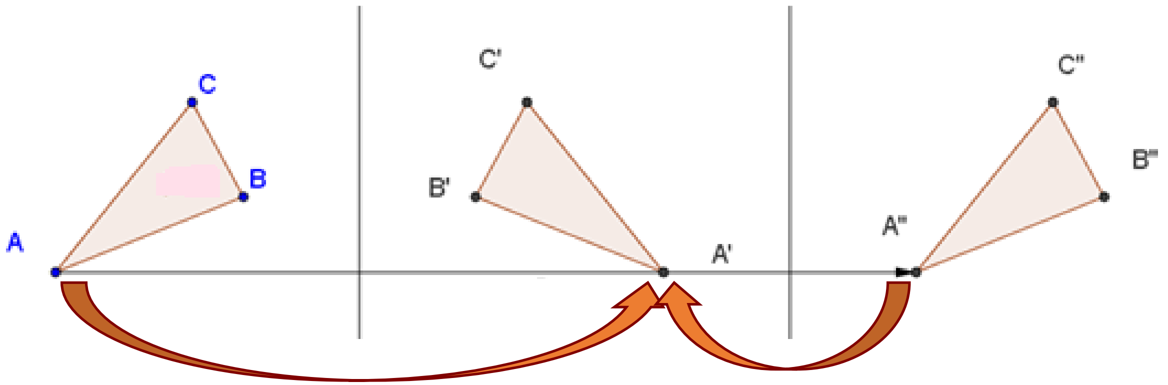
Bisettrici
angoli adiacenti



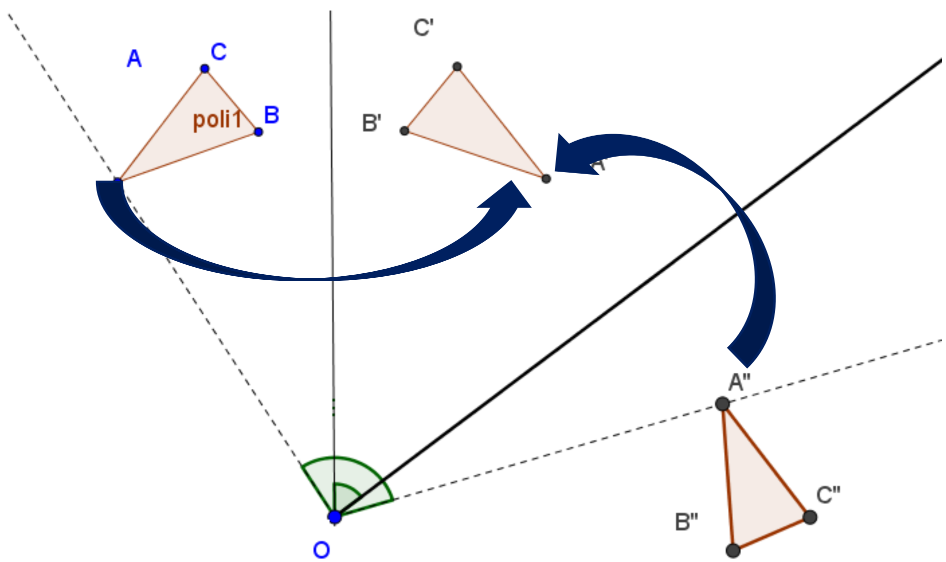
Le bisettrici
di angoli adiacenti
sono perpendicolari



Doppio strato e simmetria: composizione di simmetrie assiali

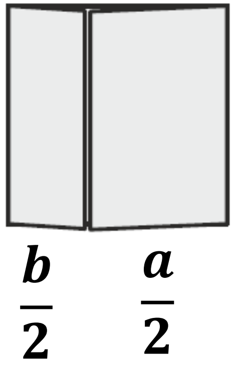


Doppia simmetria assiale
in assi paralleli



Doppia simmetria assiale
in assi incidenti

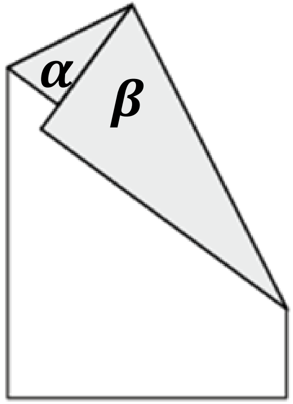
Il doppio strato e il significato algebrico



$$a + b = 1$$

$$2 \cdot \frac{a}{2} + 2 \cdot \frac{b}{2} = a + b = 1$$

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{a+b}{2} = \frac{1}{2}$$



$\alpha + \beta =$ **angolo piatto**

$$2 \cdot \frac{\alpha}{2} + 2 \cdot \frac{\beta}{2} = \alpha + \beta = 1$$

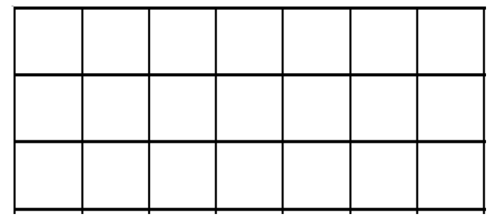
$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{\alpha+\beta}{2} =$ **angolo retto**

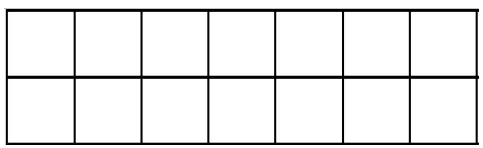
La somma delle metà è uguale alla metà somma

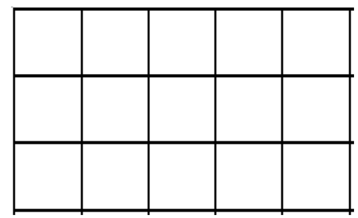
Senso del numero: confronto di frazioni con la piegatura della carta

Piegare una griglia 3 x 7 di dimensioni pari ai denominatori delle due frazioni.

$$\frac{2}{3} \quad \overset{?}{< \; = \; >} \quad \frac{5}{7}$$







$$\frac{2}{3} = \frac{14}{21} \qquad < \qquad \frac{5}{7} = \frac{15}{21}$$

Il confronto di due frazioni si riduce al confronto dei numeratori di due frazioni, equivalenti a quelle assegnate, aventi il medesimo denominatore.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$$

Per introdurre e dare senso al cosiddetto *"prodotto in croce"*

$$\mathbf{14 < 15}$$

Per introdurre e dare senso alla ricerca di un *denominatore comune* nella procedura della somma di frazioni.

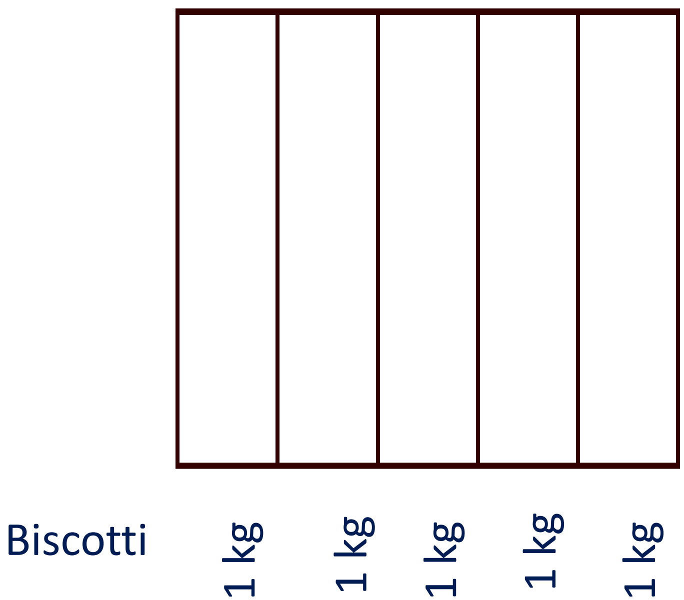
Modellizzare problemi con la piegatura della carta

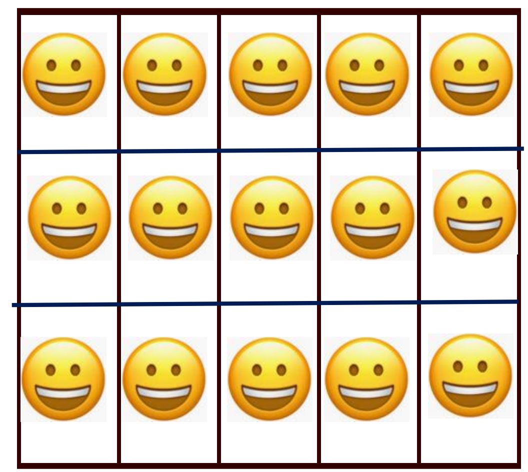
Vogliamo distribuire tra quindici amici cinque kilogrammi di biscotti.
Quanti kilogrammi ne spetteranno a ciascuno?

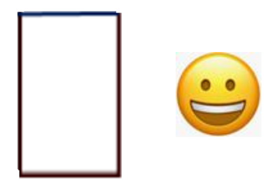
N. Amici = 15

Quantità di biscotti = 5 kg

Rappresentare la situazione problematica utilizzando la piegatura della carta.



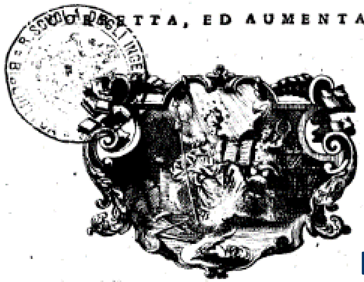




$\frac{1}{3} kg$

Partiamo dal rettangolo per fare matematica

ELEMENTI
DI GEOMETRIA
DEL SIGNOR
CLAIRAUT
DELL' ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE,
E DELLA SOCIETA' REALE DI LONDRA
TRADOTTI
DAL FRANCESE IN LINGUA ITALIANA
EDIZIONE SECONDA
CORRETTA, ED AUMENTATA.



IN ROMA MDCCLXXI.
A ſpeſe di VENANZIO MONALDINI Libraro al Co
NELLA STAMPERIA DI GIOVANNI ZEMPEL.
CON LICENZA DE' SUPERIORI.

1741

Lunghezza

PARTE PRIMA

De' mezzi, che ſi dovevano naturalmente impiegare per avere la miſura de' Terreni.

Quel, che pare, che debbano aver dovuto miſurare ſul principio, ſono le lunghezze, e le diſtanze. I.

Per miſurare una lunghezza qualunque, la Geometria naturale ci ſuggeriſce ſubito queſto eſpediente; di paragonar la lunghezza di una miſura conoſciuta a quella della lunghezza, che ſi vuol conoſcere.

Distanza

Idea di perpendicolarità

Rettangolo

Costruzione della perpendicolare

L’impostazione di Clairaut e la Geometria intuitiva di E. Castelnuovo

E.Castelnuovo, *Un metodo attivo nell’insegnamento della geometria intuitiva,*
Periodico di Matematiche, Zanichelli, Bologna, 1946 n.3

«C'è un libro del 1741 che mi ha suggerito l'idea di questo indirizzo: Éléments de géométrie di Alexis Clairault»

Frase conclusiva dell’articolo:

«Dopo aver sperimentato per un anno questo metodo didattico ritengo che possa dare nel primo triennio medio brillanti risultati facendo nascere nelle giovani menti il desiderio della ricerca e della scoperta».

Partiamo da un foglio, è un rettangolo?

Attività per un laboratorio matematico con la piegatura della carta

Alcune domande per una discussione di classe cui rispondere….. piegando.

1. *Questo foglio ha una forma rettangolare, è un rettangolo?*
2. *Cosa si intende per rettangolo? Qual è la sua proprietà caratterizzante (definizione)?*
3. *Piegando il foglio si può mostrare che si tratta di un rettangolo?*
4. *Quali e quante piegature sono sufficienti per mostrare che si tratta di un rettangolo?*
5. *Cosa si può dire degli angoli? Cosa si può dire dei lati? Con la piegatura è possibile sovrapporli punto a punto?*
6. *Le due pieghe (assi dei lati) che consentono di confrontare lati e angoli sovrapponendoli dividono il foglio rettangolare in quattro parti. Sono anch'esse dei rettangoli? Sono rettangoli uguali? Perché?*
7. *Gli assi dei lati formano quattro angoli? sono angoli uguali?*
8. *Tracciando le due pieghe (diagonali) che congiungono vertici opposti cosa si nota?*
9. *Il punto in cui si intersecano le diagonali è lo stesso in cui si incontrano gli assi dei lati? Che particolare proprietà ha questo punto.*
10. *Prova a confrontare le due parti in cui ciascuna diagonale è divisa dall'intersezione con l'altra sono uguali? Sono uguali anche le due parti in cui resta divisa l'altra diagonale?*

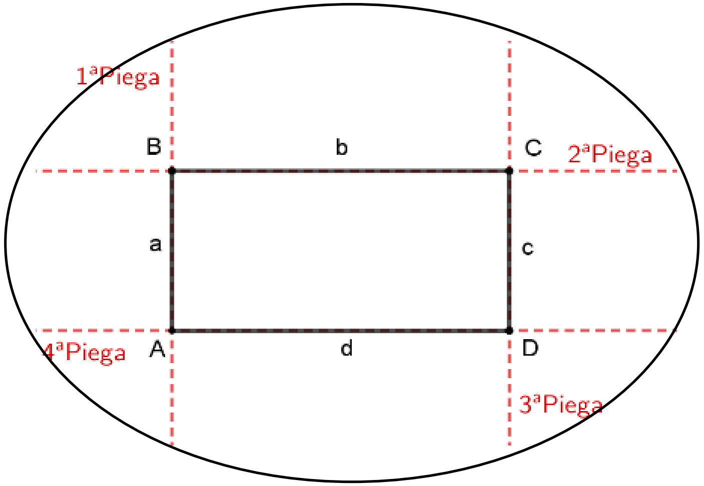
    …………………….

La costruzione del rettangolo con la piegatura della carta

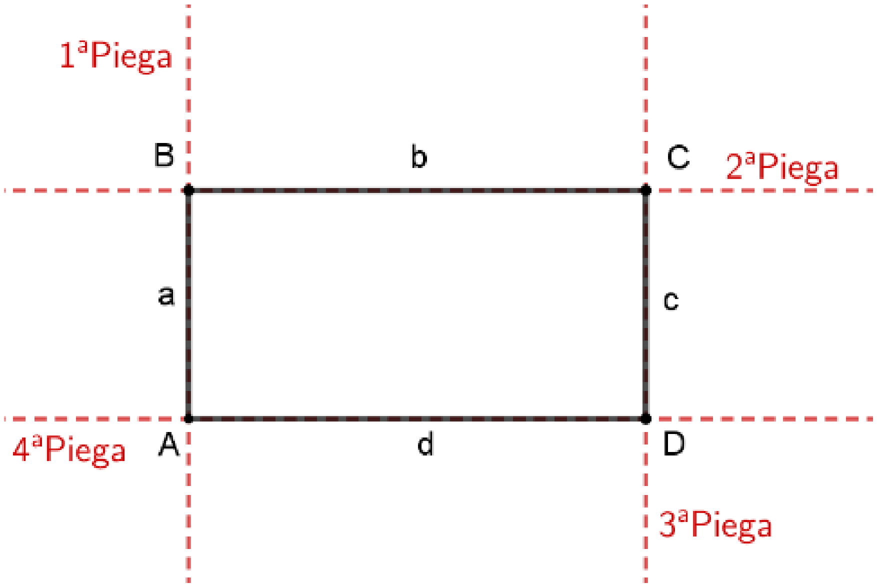
Si parte da un foglio a margini non rettilinei. Ad esempio un foglio di forma ovale o circolare

1. Si traccia la prima piega **a** per due punti assegnati (vertici A e B del rettangolo)
2. Si piega **a** su se stessa ottenendo la piega **b** passante per **B**.
3. Scelto un punto **C** sulla retta **b** si piega **b** su se stessa in modo che la piega passi per **C.**
4. Si piega c su se stessa ottenendo una piega **d** passante per **A**

Con quattro piegature si costruisce il rettangolo



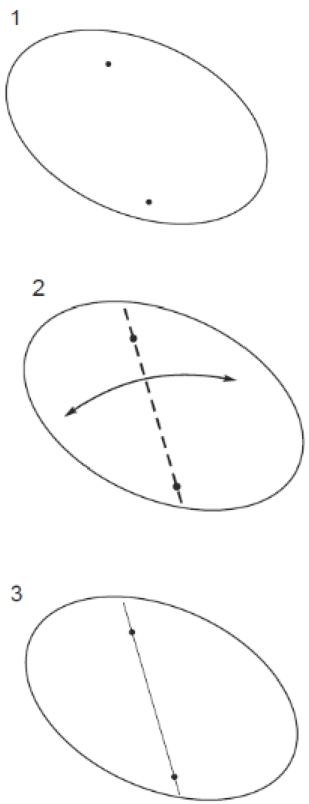
Gli assiomi della Geometria Origami utilizzati per la costruzione del rettangolo.



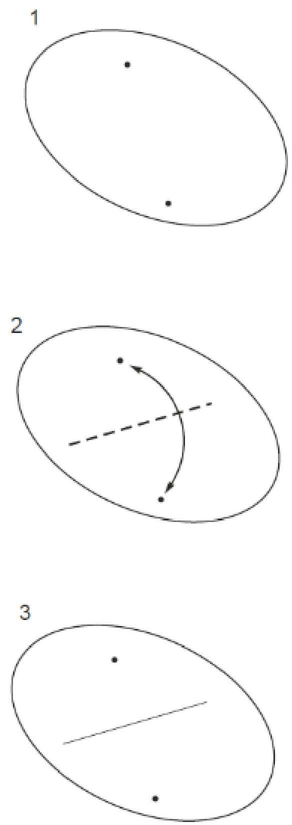
1. Piega **a** per due punti assegnati A e B. Assioma I G.O.
2. Si piega **a** su se stessa ottenendo la piega **b** passante per **B**. Assioma III G.O.
3. Scelto un punto **C** sulla retta **b** si piega **b** su se stessa in modo che la piega passi per **C.** Assioma III G.O.
4. Si piega c su se stessa ottenendo una piega **d** passante per **A.** Assioma III G.O.

Le costruzioni fondamentali della G.O.: Assiomi 1 – 2 - 3

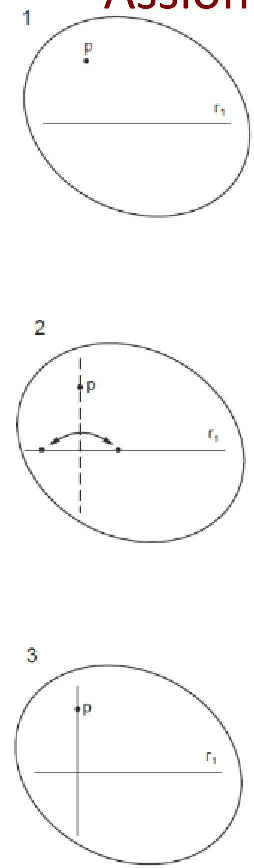
Assioma 1



Assioma 2

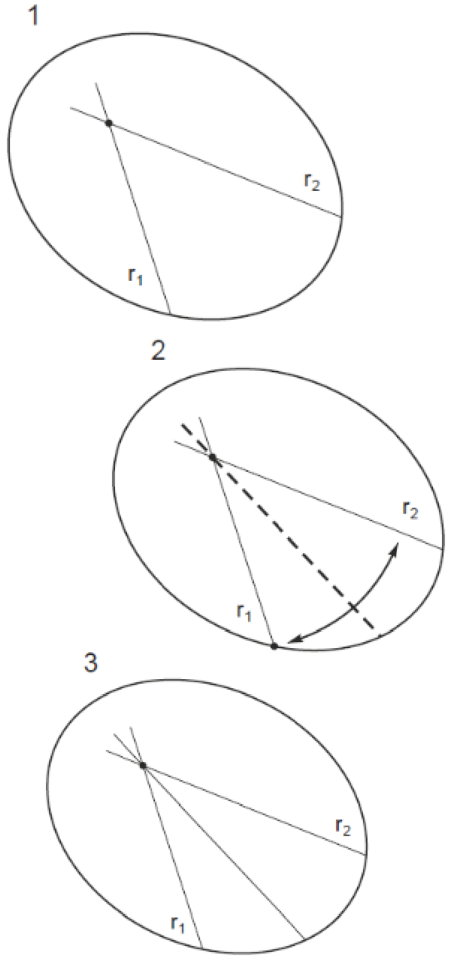


Assioma 3

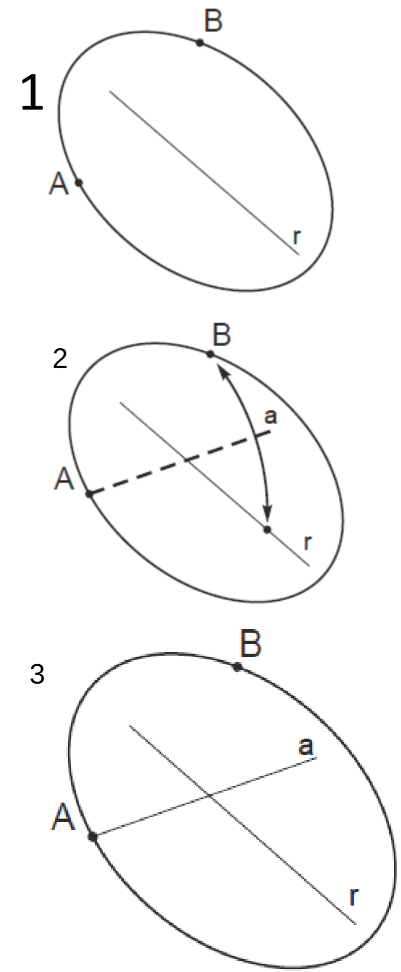


Le costruzioni fondamentali della G.O.: Assiomi 4 – 5 - (6 – 7)

Assioma 4



Assioma 5



Il rettangolo e la misura di aree

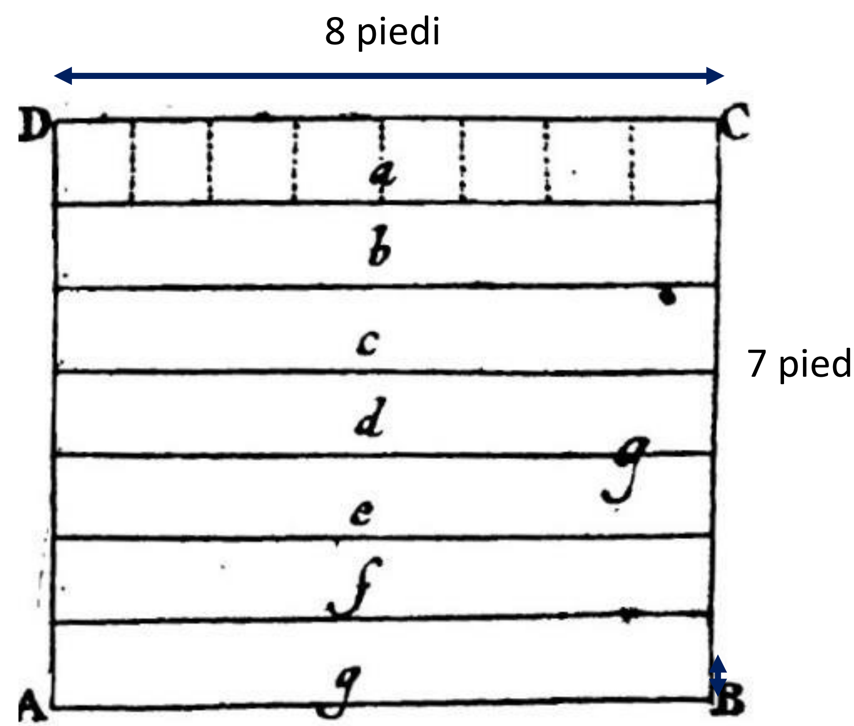
DI GEOMETRIA. 25

XII.

Rechiamone, per ſollevare un po la mente, un'eſempio. Supponghiamo, che il rettangolo dato ABCD abbia 7. piedi di altezza sù una baſe di 8. piedi; Si potrà riguardare queſto rettangolo, come diviſo in ſette traverſe *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, delle quali ciaſcuna contenga 8. piedi quadrati; ſarà dunque il valore del rettangolo 7. volte 8. piedi quadrati; cioè 56. piedi quadrati.

Ora ſe uno rifletta ai primi Elementi del calcolo Aritmetico, e che moltiplicare due numeri non è altro, che prendere uno di eſſi tante volte, quante unità ſono contenute nell'altro; troverà, che vi corre una perfetta analogia tra la moltiplicazione ordinaria, e l'operazione fatta per miſurare il rettangolo.

Torniamo a Clairaut

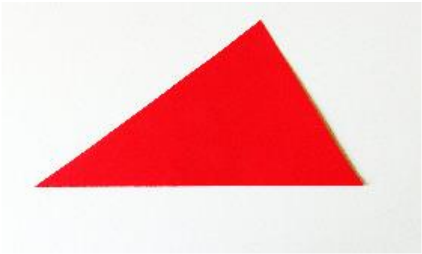
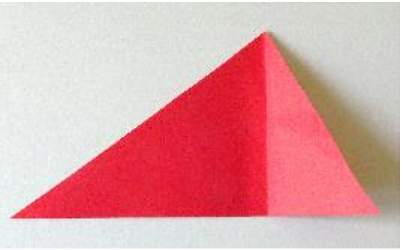
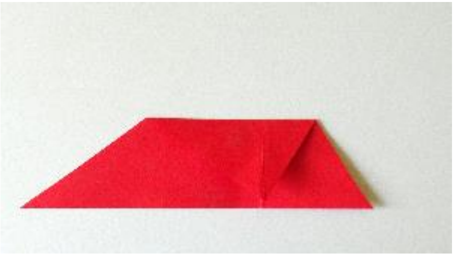


Alcuni rettangoli particolarmente interessanti

- Il rettangolo metà triangolo
- Il triangolo metà rettangolo
- Il rettangolo 3 x 4 del quadrato 4 x 4: Il teorema di Pitagora e i due teoremi di Euclide sul triangolo rettangolo
- Piegare un rettangolo aureo
- ……………………………….

Il rettangolo metà triangolo

Come fare per ottenere da un triangolo un rettangolo?

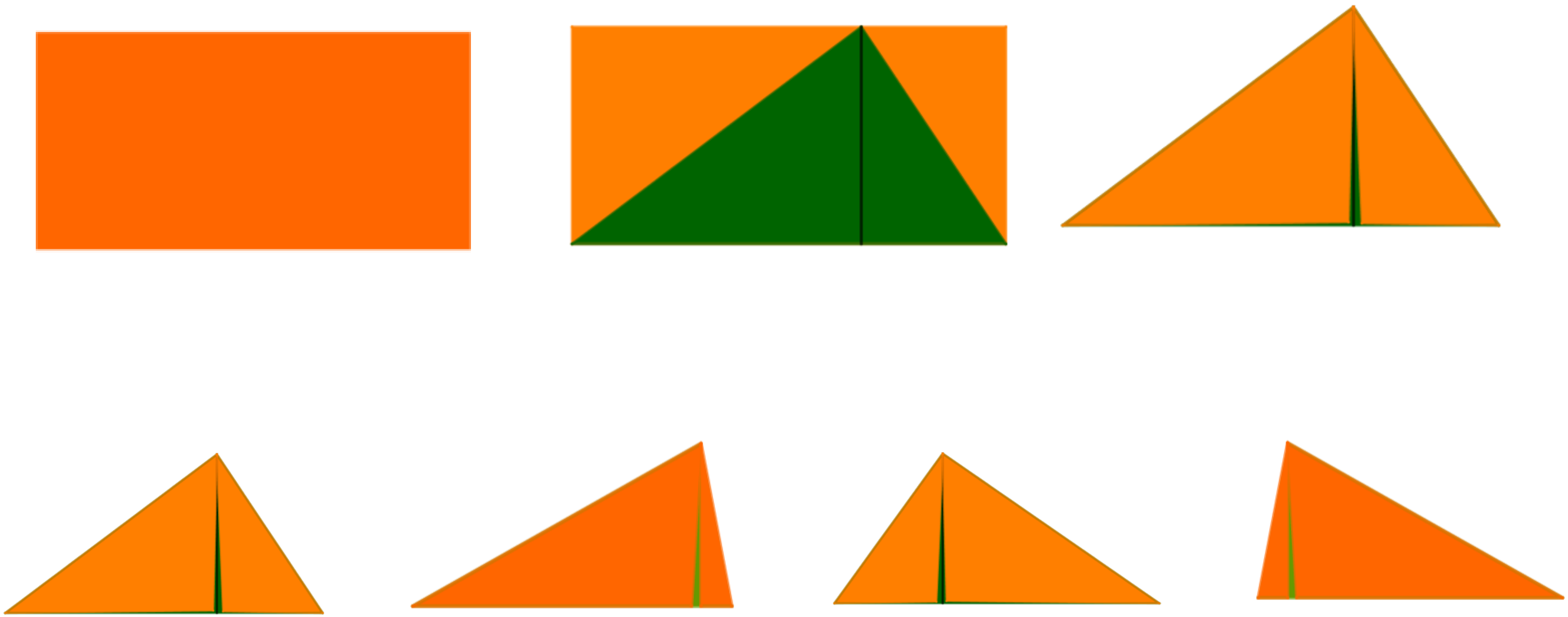

Oggetto matematico che incorpora due significati

Somma degli angoli interni del triangolo: angolo piatto

$$A_{Triangolo} = 2 \cdot A_{Rettangolo} = 2 \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{2} b \cdot h$$

Il triangolo metà rettangolo

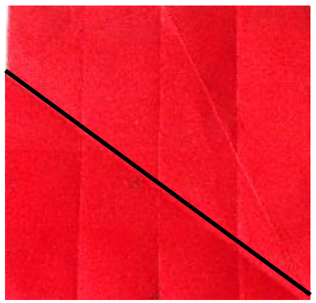
Come ottenere da un rettangolo un triangolo che sia la sua metà?

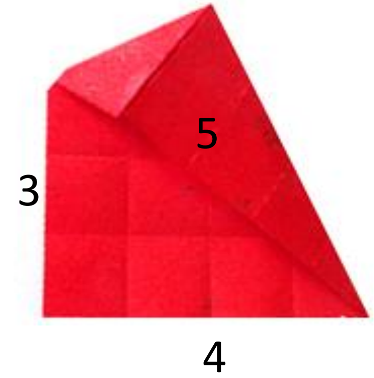


Ogni triangolo avente per base la base del rettangolo e il terzo vertice sul lato opposto ha area uguale alla metà di quella del rettangolo.

$$A_{Triangolo} = \frac{b \times h}{2}$$

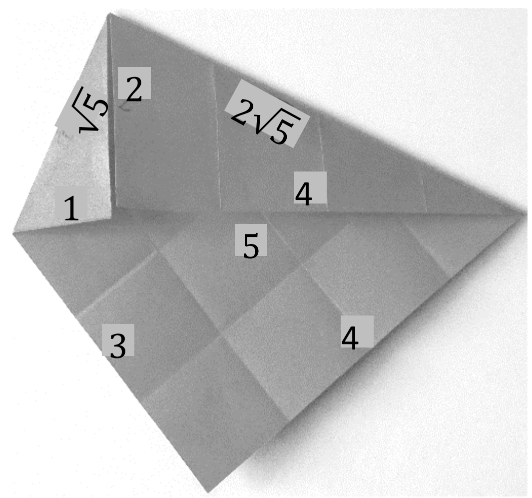
Il rettangolo 3 x 4: teorema di Pitagora e teoremi di Euclide





Esemplificazione numerica

- Teorema di Pitagora
- I Teorema di Euclide
- II Teorema di Euclide



Sviluppare il senso del numero

Il senso del numero.

- Comprensione generale dei numeri e del significato delle operazioni.
- Abilità nel confrontare e stimare quantità numeriche.
- Abilità nel formulare giudizi matematici e sviluppare strategie basate sui numeri.
- Capacità di usare numeri e metodi quantitativi per interpretare le informazioni e modellizzare situazioni problematiche.
- Capacità di usare numeri e metodi quantitativi per comunicare ed elaborare informazioni.

E' fondamentale sviluppare ''senso del numero''. Come?

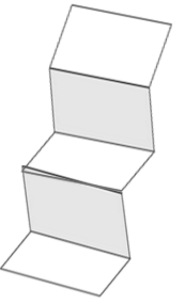
- Utilizzando rappresentazioni che favoriscono la creazione di immagini mentali.
- Utilizzando artefatti cognitivi fisici e digitali: dita delle mani, linee dei numeri, abaci, cannucce, software ……

Baccaglini [2014]

Una proposta laboratoriale basata sull'artefatto cognitivo carta che, con le regole di piegatura, diventa uno strumento cognitivo.

Piegare una striscia di carta per contare e per misurare

Piegatura a soffietto: piega a valle – *capovolgere* – piega a valle – *capovolgere* - ….



Conteggio: numerosità dei quadretti

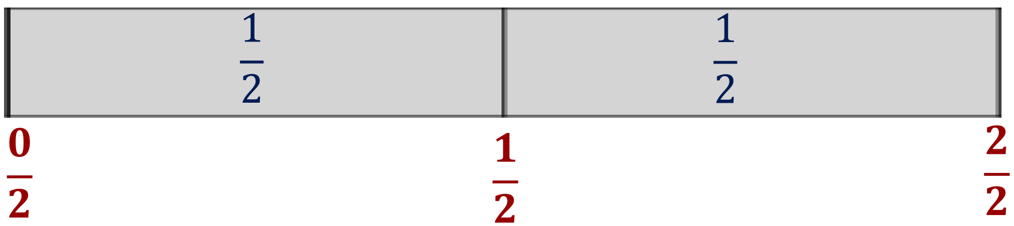
Misura: lunghezza del tratto di striscia

La piegatura della striscia evidenzia e tiene insieme
il contare oggetti discreti ed il misurare quantità continue.

Studi in ambito neuroscientifico hanno evidenziato che il cervello umano, fin dalla nascita, utilizza una **''linea interna'' dei numeri** che permette di valutare la **numerosità discreta** degli oggetti reali **con segmento continuo** "interno", "mentale" . (Dehaene, 1997).

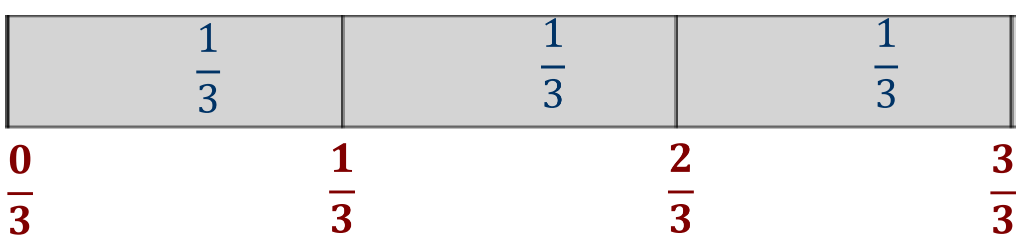
Strisce di carta e linea dei numeri

Senso del numero: frazioni, numeri razionali e linea dei numeri



Strisce di carta per rappresentare **frazioni**

Strisce di carta per rappresentare **numeri razionali** sulla linea dei numeri



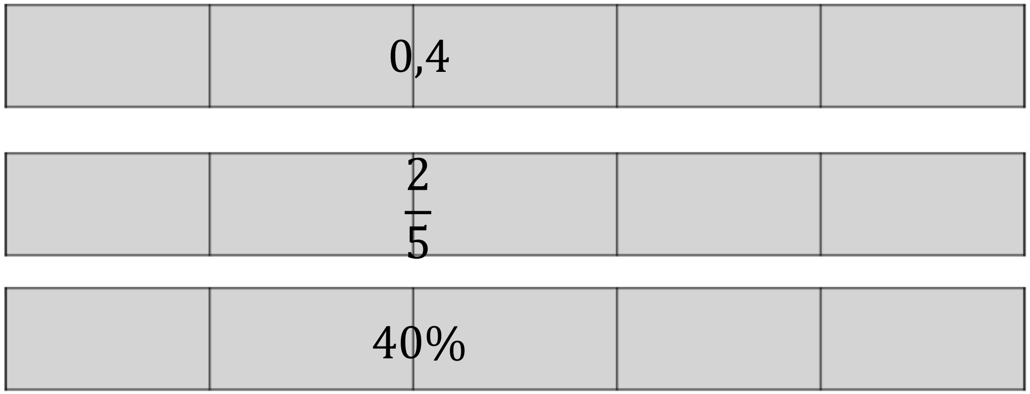
Strisce di carta per rappresentare **frazioni**

Strisce di carta per rappresentare **numeri razionali** sulla linea dei numeri

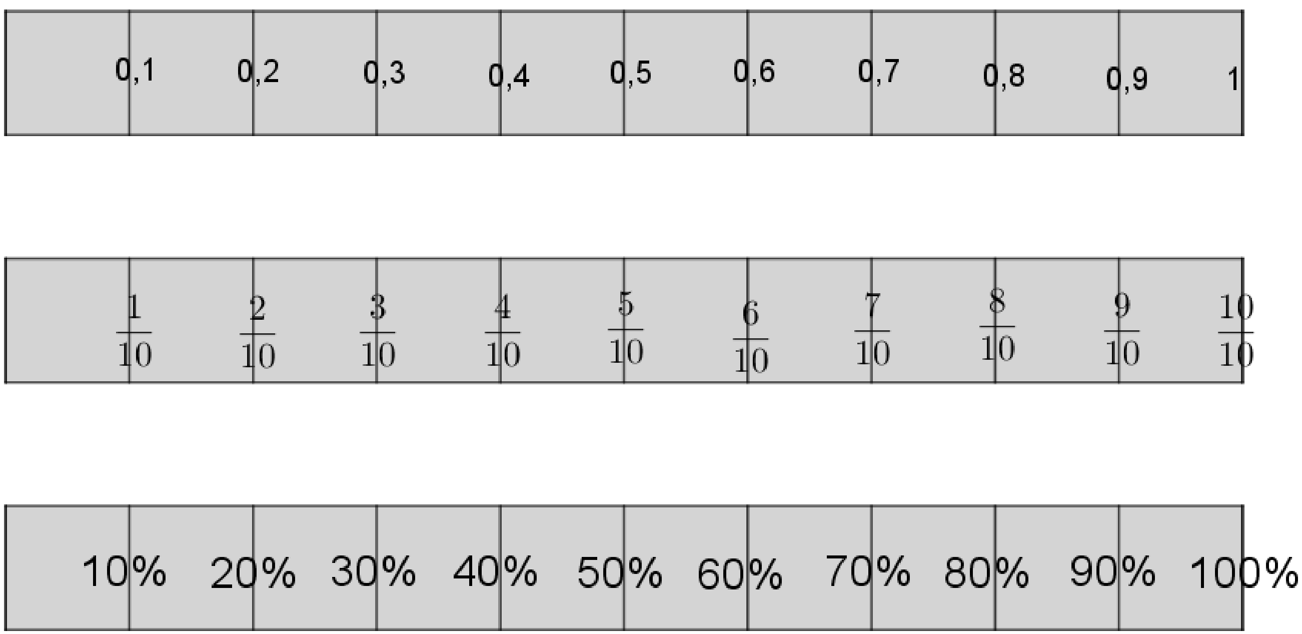
Importante consapevolezza: ogni frazione ha un posto sulla linea dei numeri.

Senso del numero: Frazione – Numero decimale - Percentuale

Strisce di carta per rappresentare i numeri razionali



Per padroneggiare le tre diverse rappresentazioni dei numeri razionali



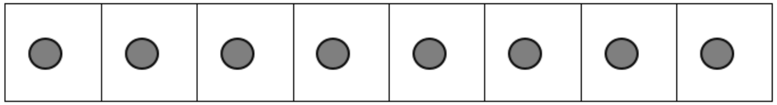
Rappresentazione mentale della quantità

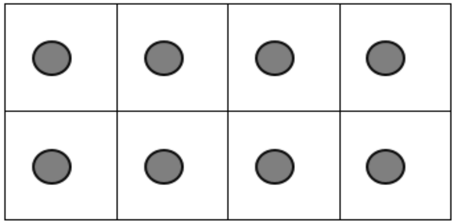
Il concetto di numerosità è mediato dall'attivazione di una rappresentazione mentale della quantità che è indipendente da abilità linguistiche.

Esiste una competenza numerica non verbale

mediata da una rappresentazione mentale della quantità.

Baccaglini [2014]





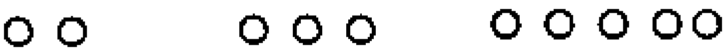
Nelle attività di piegatura si privilegiano canali d'apprendimento non verbali: cinestetico-tattile, visivo non verbale,

Rappresentazione analogica dei numeri: configurazioni geometriche di punti

Gli schieramenti rettangolari

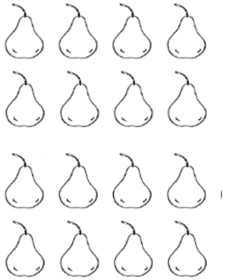
Tutti i numeri naturali possono essere rappresentati da schieramenti rettangolari

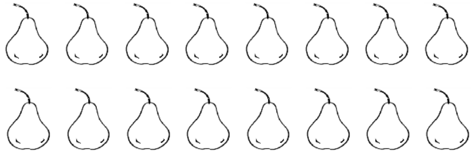
Schieramento per uno, allineamento



Numeri primi: schieramento solo per allineamento

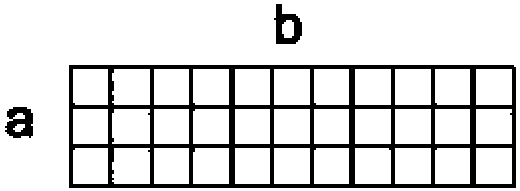
Numeri composti: più schieramenti





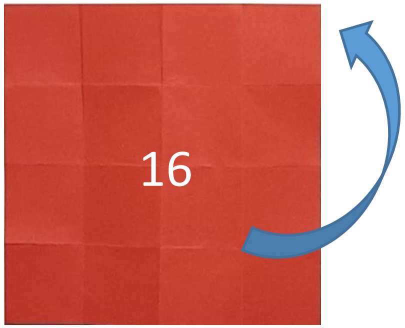
Schieramenti con fogli quadrettati

Schieramenti con la piegatura della carta

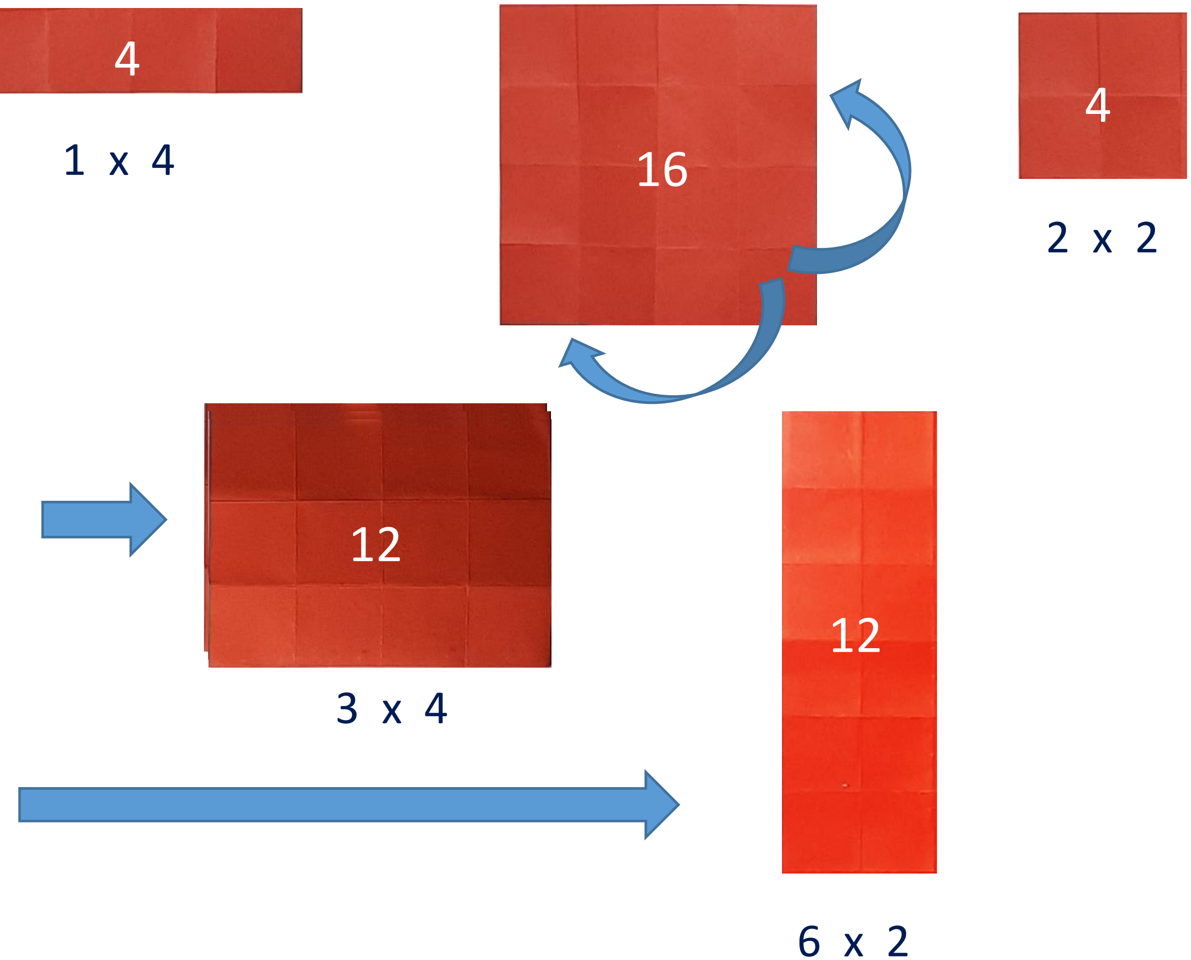


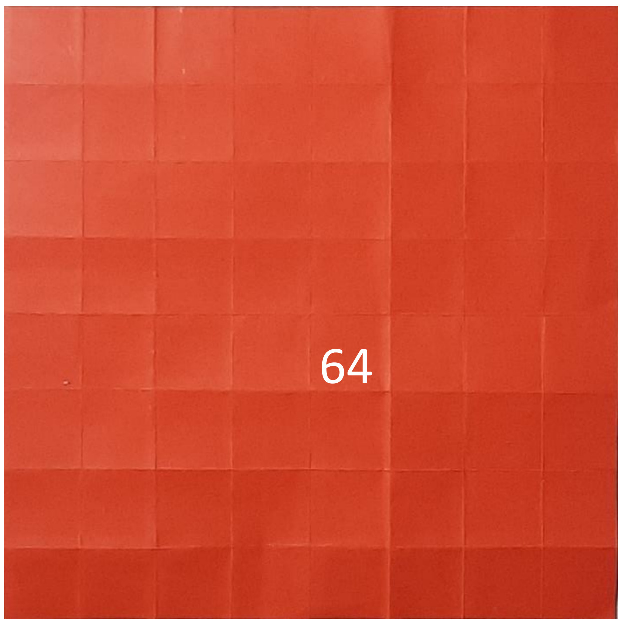
Gli schieramenti possono essere realizzati piegando opportunamente un foglio rettangolare

Schieramenti numerici con la piegatura della carta



Griglia 4 x 4





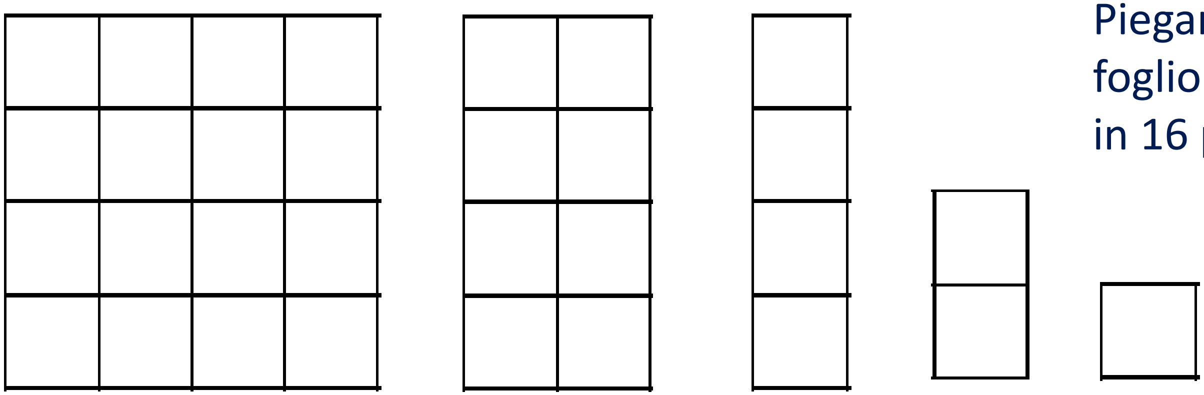
Griglia 8 x 8

La griglia di piegatura: un artefatto cognitivo dinamico.
Il foglio a quadretti del quaderno: un artefatto cognitivo statico

Un oggetto matematico in cui sono incorporate rappresentazioni di più numeri e diverse rappresentazioni di uno stesso numero.

Senso del numero: frazioni equivalenti con la piegatura della carta

Piegare un foglio quadrato, o un foglio A4 o A5, in modo da dividerlo in 16 parti uguali.



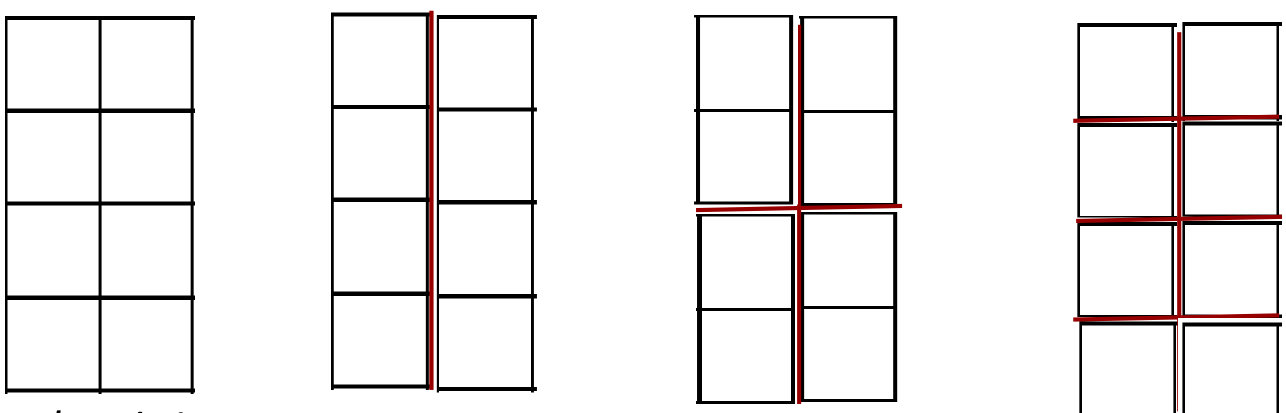
$1 \qquad \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{8} \qquad \frac{1}{16}$

Piegare la griglia 4 x 4 in modo da ottenere le frazioni:

$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{16}$

A partire da ciascuna delle frazioni verificare, attraverso la piegatura, le seguenti equivalenze:

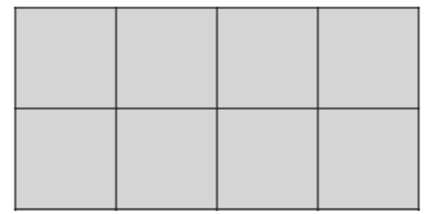
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$



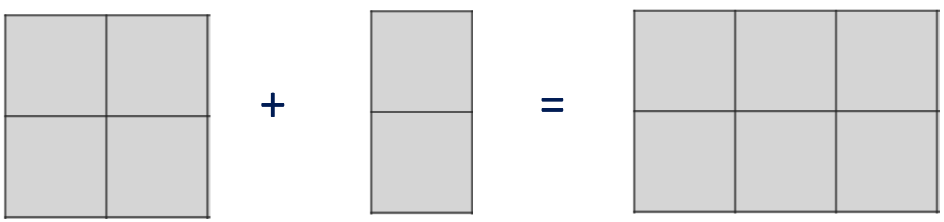
da foglio a quadretti 1 cm

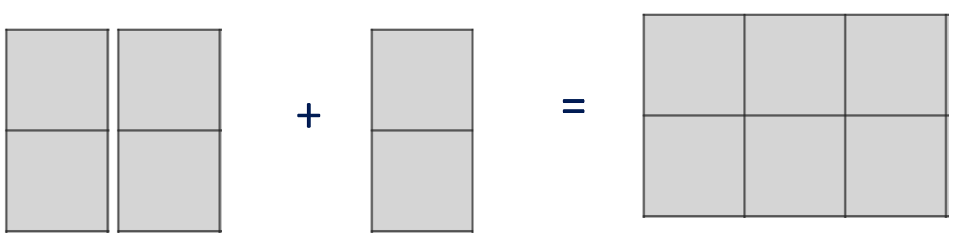
Senso del numero:
rappresentare, **addizionare** e sottrarre frazioni con la piegatura della carta

Piegare una griglia 2 x 4 di dimensioni pari ai denominatori delle due frazioni.



$$\frac{1}{2} \quad + \quad \frac{1}{4}$$



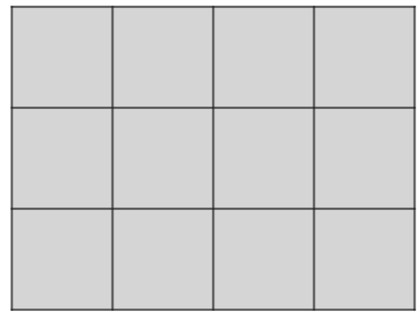


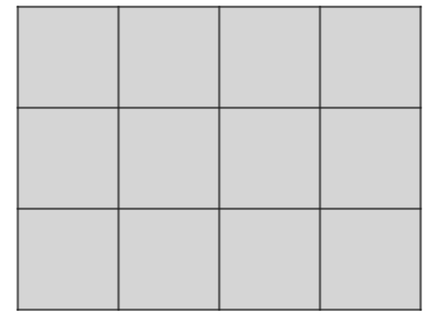
$$\frac{2}{4} \quad + \quad \frac{1}{4} \quad = \quad \frac{3}{4}$$

Senso del numero:
rappresentare, **addizionare** e sottrarre frazioni con la piegatura della carta

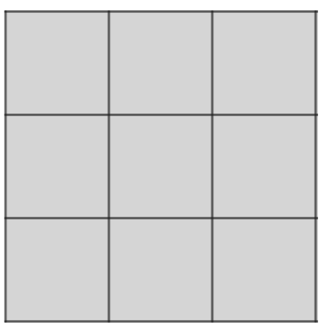
Piegare due griglie 3 x 4 di dimensioni pari ai denominatori delle due frazioni.

$\mathbf{\frac{1}{12}}$

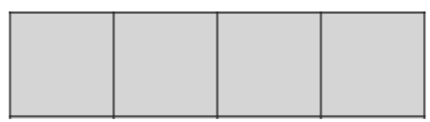




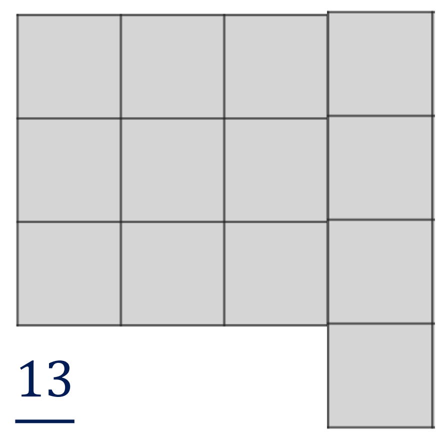
$$\frac{3}{4} \quad + \quad \frac{1}{3}$$



+



=

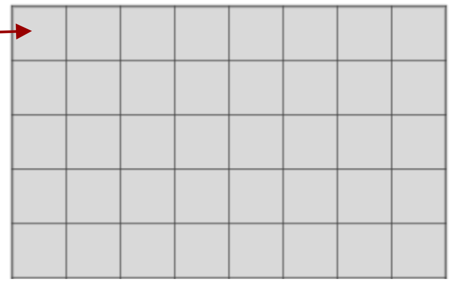


$$\frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{13}{12}$$

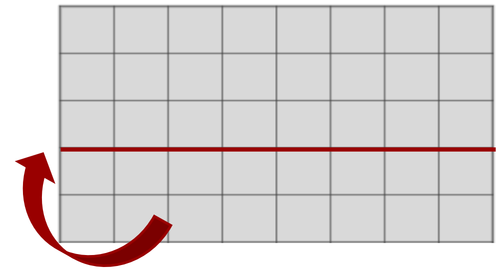
Senso del numero: rappresentare e moltiplicare frazioni

$$\frac{7}{8}\ x\ \frac{3}{5}$$

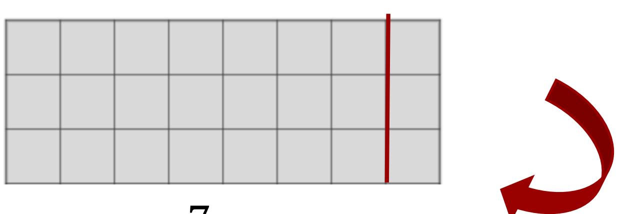
$$\frac{1}{40}$$



Griglia 5 righe per 8 colonne
per rappresentare sia quinti e ottavi

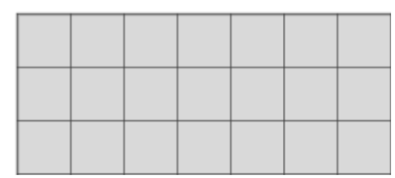


$$\frac{3}{5}$$



$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{3}{5}\ \mathrm{x}\ \frac{7}{8} = \frac{21}{40}$$

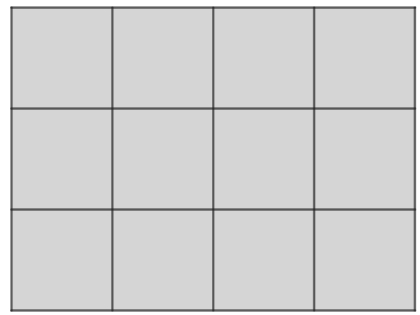


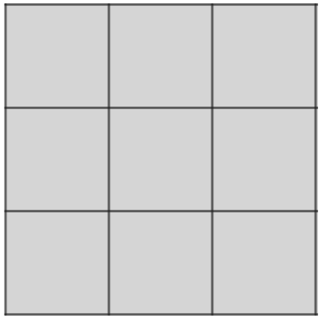
Senso del numero:
rappresentare, addizionare e **sottrarre** frazioni con la piegatura della carta

Piegare una grigia 3 x 4 di dimensioni pari ai denominatori delle due frazioni.

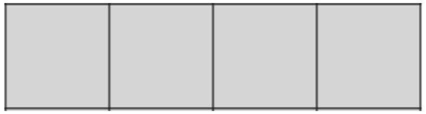
$\frac{3}{4}$ - $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{12}$

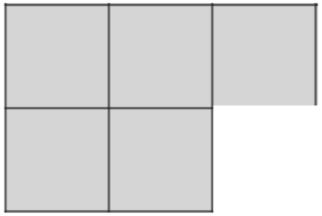




-



=



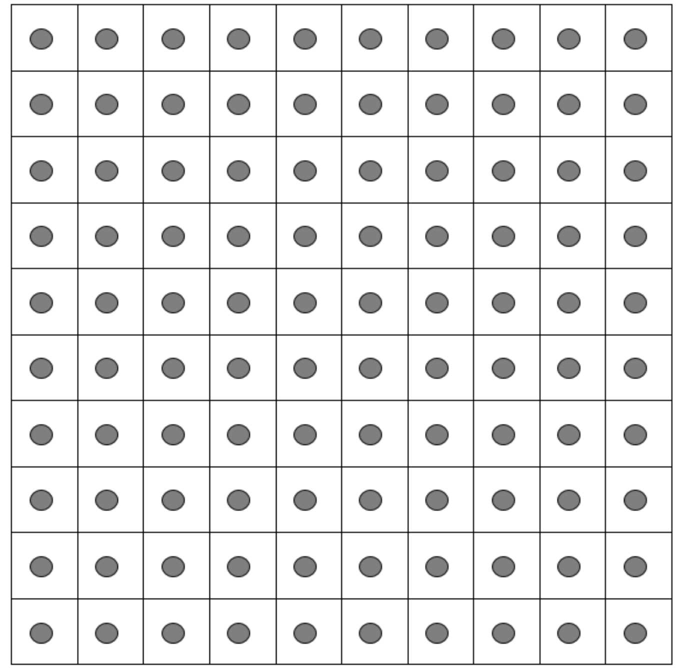
$\frac{3}{4}$ - $\frac{1}{3}$ = $\frac{5}{12}$

Piegando la tavola della moltiplicazione

Fronte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Retro



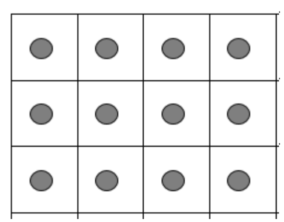
4
8
12
16
20
24
28
32
36
40

Tabellina del 4

4 x 3 volte

4
8
12

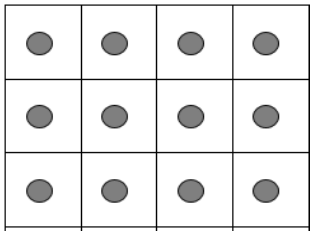
4 x 3 volte



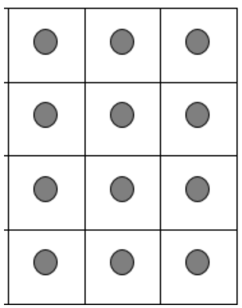
12

Piegando la tabella della moltiplicazione

Piegando la tabella della moltiplicazione individuare i divisori di 12

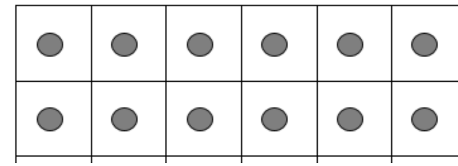


1	2	3	4
2	4	6	8
3	6	9	12

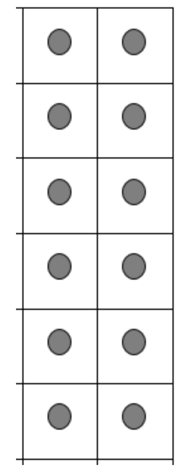


1	2	3
2	4	6
3	6	9
4	8	12

1	2	3	4	5	6
2	4	6	8	10	12



1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12



Piegando e osservando la tabella della moltiplicazione

Si può rispondere ai quesiti piegando e/o osservando la tabella della moltiplicazione

- La moltiplicazione è un'operazione interna all'insieme N dei numeri naturali?

  Sì, comunque scelti due numeri naturali, il loro prodotto è presente nella tabella.

- Il numero uno è l'elemento neutro della moltiplicazione?

  Sì, vedi prima riga/colonna.

- Il numero dieci come si comporta nella moltiplicazione?

  Aggiunge uno zero al fattore.

- La moltiplicazione è un'operazione commutativa?

  Sì, c'è simmetria rispetto ad una delle diagonali.

- I numeri quadrati dove sono collocati?

  Lungo la diagonale.

Piegando e osservando la tavola pitagorica

Si può rispondere ai quesiti piegando e/o osservando la tabellina

- Quali tra i numeri naturali minori o uguali a 100 non compaiono nella tabella?

  Tutti i numeri primi maggiori di 10.

- Quale caratteristica è comune ai numeri primi presenti nella tabella?

  Sono presenti solo nella prima riga e nella prima colonna.

Quante volte un numero compare nella tabella?

  Dipende dal numero, da 1 a 4 volte, lungo un ramo di iperbole equilatera.

- Ci sono righe/colonne formate solo da numeri pari? Come sono disposte?

  Sì, sono disposte in modo alternato.

- Ci sono righe/colonne formate solo da numeri dispari?

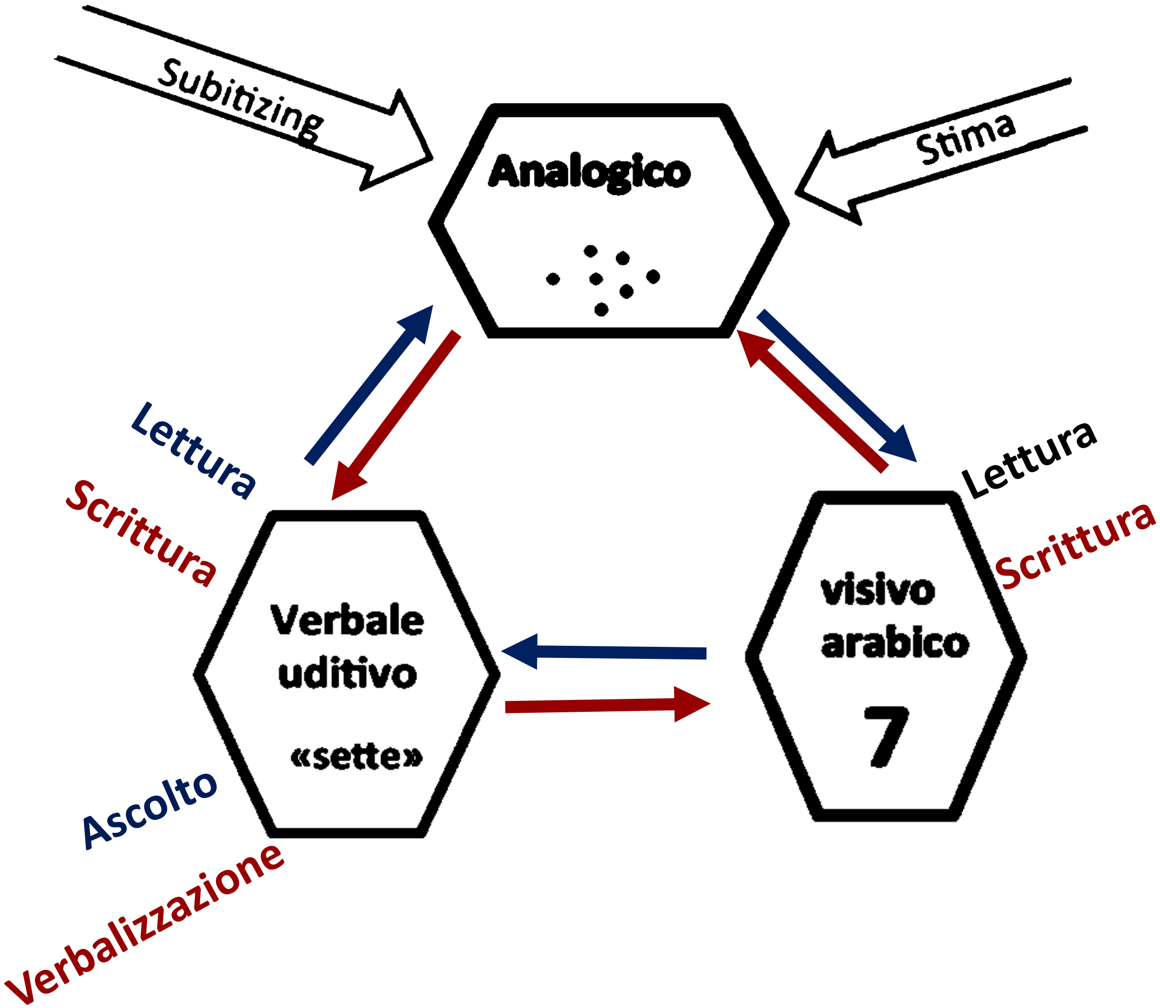
  No, perché per ottenere un dispari è necessario moltiplicare due dispari

- Nella tabella sono in numero maggiore i pari o i dispari?

  Pari 75, dispari 25

Numeri: il modello del triplo codice

I numeri sono rappresentati con
tre diversi codici in tre diverse aree cerebrali



MODELLO DEL TRIPLO CODICE
(Dehaene, 1992)

Il codice della rappresentazione analogica dei numeri, di natura preverbale, elabora i numeri sotto forma di grandezze e fornisce le basi per il confronto numerico, le stime e le operazioni di subitizing.

Il codice verbale/uditivo consente la numerazione e il recupero in memoria delle operazioni aritmetiche semplici di addizione e di moltiplicazione.

Il codice visivo arabico viene utilizzato per eseguire operazioni aritmetiche con numeri a più cifre.

A. Baccaglini Frank[2014]

Alla base delle proposte di didattica laboratoriale con la piegatura della carta

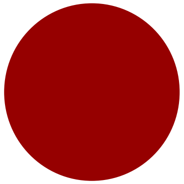
Attività laboratoriali con l'uso di artefatti cognitivi fondati sulla piegatura della carta possono contribuire allo sviluppo di:

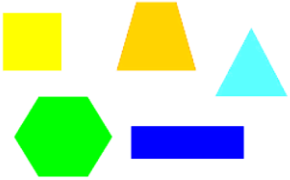
- capacità di visualizzazione spaziale e di osservazione di proprietà geometriche;
- abilità nel riconoscere e applicare procedimenti operativi;
- abilità nel congetturare e verificare proprietà matematiche;
- ''senso del numero'';

…**attraverso** l'utilizzo privilegiato di alcuni canali di comunicazione per l'apprendimento: **cinestetico-tattile, visivo non verbale**,e uditivo/verbale per favorire un processo di 'internalizzazione' per la costruzione di conoscenze.

Canali sensoriali e stili d'apprendimento privilegiati nelle attività di piegatura della carta

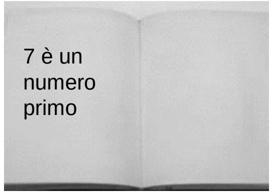
Uditivo/Verbale
Si impara ascoltando





Visivo non verbale
Si impara attraverso la memoria visiva

Cinestetico -Tattile
Si impara facendo



Visivo – Verbale
Si impara leggendo

Grazie

antonio.criscuolo@unibg.it

Bibliografia

- E.Castelnuovo, Un metodo attivo nell'insegnamento della geometria intuitiva, Periodico di Matematiche, Zanichelli, Bologna, 1946 n.3
- A.Criscuolo Le proprietà del formato della carta 1: $\sqrt{2}$ spunti didattici per un laboratorio matematico con la piegatura della carta, L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate vol. 38b n. 1 2015
- E. Frigerio, M.L. Spreafico, Ed ora , Origami, Ed. Kangourou, 2018
- T.Hull Project Origami Activities for Exploring Mathematics, A K Peters/CRC Press, 2006.
- H. Huzita and B.Scimemi, The algebra of paper-folding (Origami), Proceed. of the meeting of Origami Science and Technology, Ferrara 1989.
- T.K. Lam, S.Pope, Learning Mathematics with origami, ATM, 2016
- B. Scimemi Algebra e Geometria in Matematica: gioco ed apprendimento, a cura di B.d'Amore, ed. Apeiron, Bologna,1990.
- B. Scimemi, Draw of a regular heptagon by the folding," Proceedings of the First International Meeting of Origami Science and Technology, Humiaki Huzita, ed., 1989
- T.S. Row, Geometric Exercises in Paper Folding, Chicago: The Open Court Pub.Co., 1905, reprint by Dover Pub.Inc., New York, 1966.