

8 ottobre 2020

**Scegliere e (ri)formulare problemi:
alcune riflessioni**

Rosetta Zan
rosetta.zan@unipi.it

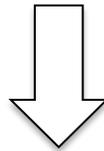
Il rapporto che gli allievi costruiscono con la matematica fin dalla scuola primaria è fondamentale.

Spesso purtroppo è un rapporto difficile...

Dal tema: *Io e la matematica*

Posso dire che per me la matematica è una malattia di cui non riesco a guarire.

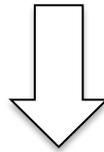
Comunque io mi impegno lo stesso per quanto possa riuscirci, ma ormai mi sono convinta che la matematica **non mi entra in testa**. (Alessandra, 5^a primaria)



scarso senso di autoefficacia

Dal tema: *Io e la matematica*

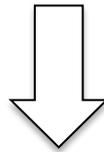
Io non so il 'perché' della matematica, perché quello schema, quel procedimento e non un altro; vorrei proprio sapere i motivi, le cause, perché così mi sembrano tutte regole astratte e appiccate qui e là. (Tommaso, 1^a secondaria di primo grado)



visione distorta della matematica

Dal tema: *Io e la matematica*

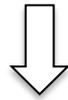
Quando eseguo dei test di matematica spesso anzi molto spesso ho **paura** ed è questo che mi crea dei problemi ad eseguirlo, perché **ho paura che la paura mi faccia sbagliare molte cose**, mi blocca nell'eseguirlo. (Silvia, 5^a primaria)



paura, forti emozioni negative

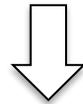
Cosa emerge dalla ricerca:

- visione 'distorta' della matematica, vista come un insieme di regole da ricordare e applicare
- scarso senso di autoefficacia (convinzione di non essere in grado)
- paura, per lo più associata alla paura di sbagliare



atteggiamento negativo verso la matematica

- visione 'distorta' della matematica, vista come un insieme di regole

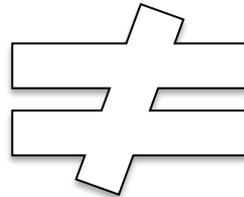


dirige i comportamenti

- ricordare piuttosto che comprendere
- agire piuttosto che riflettere
- successo in matematica = risposte corrette (date velocemente)
- ...paura di sbagliare

- visione 'distorta' della matematica, vista come un insieme di regole

PROCEDURALE



CONCETTUALE

condivisa dai matematici

centrata sui
PRODOTTI

centrata sui
PROCESSI

ESPLORARE

CONGETTURARE

...

RAPPRESENTARE

STABILIRE
CONVENZIONI

DIMOSTRARE

DEFINIRE

ATTIVARE PROCESSI
DI CONTROLLO

ESPLORARE

CONGETTURARE

...

RAPPRESENTARE

PORSI / AFFRONTARE
PROBLEMI
RISOLVERE

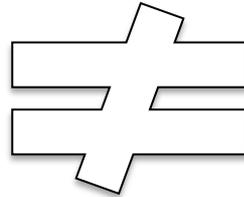
STABILIRE
CONVENZIONI

DIMOSTRARE

DEFINIRE

ATTIVARE PROCESSI
DI CONTROLLO

PROCEDURALE



CONCETTUALE

condivisa dalle Indicazioni
Nazionali



centrata sui
PRODOTTI



centrata sui
PROCESSI

Favorire l'esplorazione e la scoperta, al fine di promuovere il gusto per la ricerca di nuove conoscenze. In questa prospettiva, **la problematizzazione svolge una funzione insostituibile**: sollecita gli alunni a individuare problemi, a sollevare domande, a mettere in discussione le conoscenze già elaborate, a trovare appropriate piste d'indagine, a cercare soluzioni originali.

Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.

- **Riesce a risolvere facili problemi** in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.
- **Riconosce e risolve problemi** in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.

• Ambiente d'apprendimento

• Premessa

• Traguardi di competenza

ruolo cruciale dei
PROBLEMI

CONCETTUALE

condivisa dalle Indicazioni
Nazionali

centrata sui
PROCESSI

MATEMATICA

**INDICAZIONI
NAZIONALI**

PROBLEMI

**LA PRATICA
DIDATTICA**

Mettere i problemi al centro:

- favorisce lo sviluppo delle competenze
- favorisce la costruzione di un atteggiamento *positivo* verso la matematica

PROBLEMI

**LA PRATICA
DIDATTICA**

Mettere i problemi al centro:

- favorisce lo sviluppo delle competenze
- favorisce la costruzione di un atteggiamento *positivo* verso la matematica

- visione adeguata della matematica, come disciplina di processi
- adeguato senso di autoefficacia (convinzione di essere in grado)
- emozioni positive

Quali problemi?
Come sceglierli?

PROBLEMI

Come proporli?
Quale metodologia adottare?

Quali problemi?
Come sceglierli?

INDICAZIONI NAZIONALI:

Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come **questioni autentiche e significative**, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.

Come proporli?
Quale metodologia adottare?

CRITERI DI SCELTA

È autentico: “legato alla vita quotidiana”, non artificioso.

È significativo rispetto agli obiettivi dell’educazione matematica:

- favorisce lo sviluppo di una visione adeguata della matematica e di un buon senso di autoefficacia
- permette di lavorare su *processi* matematici significativi (comprendere, esplorare, rappresentare, congetturare, argomentare, attivare processi di controllo, comunicare...)
- mette in gioco contenuti matematici significativi.

È di una complessità adeguata:

- mette l’allievo di fronte a una situazione nuova, impegnativa (cioè è effettivamente un problema, e non un semplice esercizio);
- al tempo stesso è *affrontabile* (non necessariamente risolto) con gli strumenti che si ritiene l’allievo abbia a disposizione;
- in particolare è comprensibile.

È inclusivo, ovvero:

- è comprensibile alla luce della conoscenza del mondo che ha l’allievo;
- permette l’esplorazione;
- permette approcci risolutivi diversi;
- permette idee e processi significativi anche se non si concludono con la soluzione.

La metodologia è cruciale per rendere un problema ...un 'buon' problema

Perché il problema risulti:

...l'insegnante deve:

SIGNIFICATIVO

- sollecitare e valorizzare i processi:
 - ✓ richiedere di argomentare
 - ✓ discutere le argomentazioni
 - ✓ favorire il lavoro collaborativo
 - ✓ ...

**DI COMPLESSITÀ
ADEGUATA**

- lasciare la libertà di sbagliare
- evitare una valutazione sommativa
- dare tempo
- ...

INCLUSIVO

- accettare approcci risolutivi diversi
- dare valore ai processi parziali
- ...

Ma anche la formulazione del testo è importante per rendere un problema ...un 'buon' problema

Perché il problema risulti:

...il testo:

AUTENTICO

DI COMPLESSITÀ
ADEGUATA

INCLUSIVO

- non deve avere elementi di artificiosità
- deve essere comprensibile alla luce delle conoscenze che ha l'allievo
- deve fare riferimento al vissuto dell'allievo

Ma anche la formulazione del testo è importante per rendere un problema ...un 'buon' problema

Il tema della formulazione del testo è cruciale per l'attività con i problemi in classe...

Perché?

PROBLEMI REALI

Sono **autoposti**:

Chi pone il problema è la stessa persona che lo deve (vuole) risolvere.

PROBLEMI SCOLASTICI

Sono **eteroposti**:

Chi pone il problema *non* è la stessa persona che lo deve risolvere.

Stamane mia figlia di 2 anni è malata e io devo andare a lavorare.

Carlo compra un quaderno e due penne. Spende 2 euro. Una penna costa 60 centesimi.

Quanto costa il quaderno?

PROBLEMI REALI

Sono **autoposti**:

Chi pone il problema è la stessa persona che lo deve (vuole) risolvere.

PROBLEMI SCOLASTICI

Sono **eteroposti**:

Chi pone il problema *non* è la stessa persona che lo deve risolvere.

Stamane mia figlia di 2 anni è malata e io devo andare a lavorare.



...non c'è bisogno della domanda!

PROBLEMI REALI

Sono **autoposti**:

Chi pone il problema è la stessa persona che lo deve (vuole) risolvere.

PROBLEMI SCOLASTICI

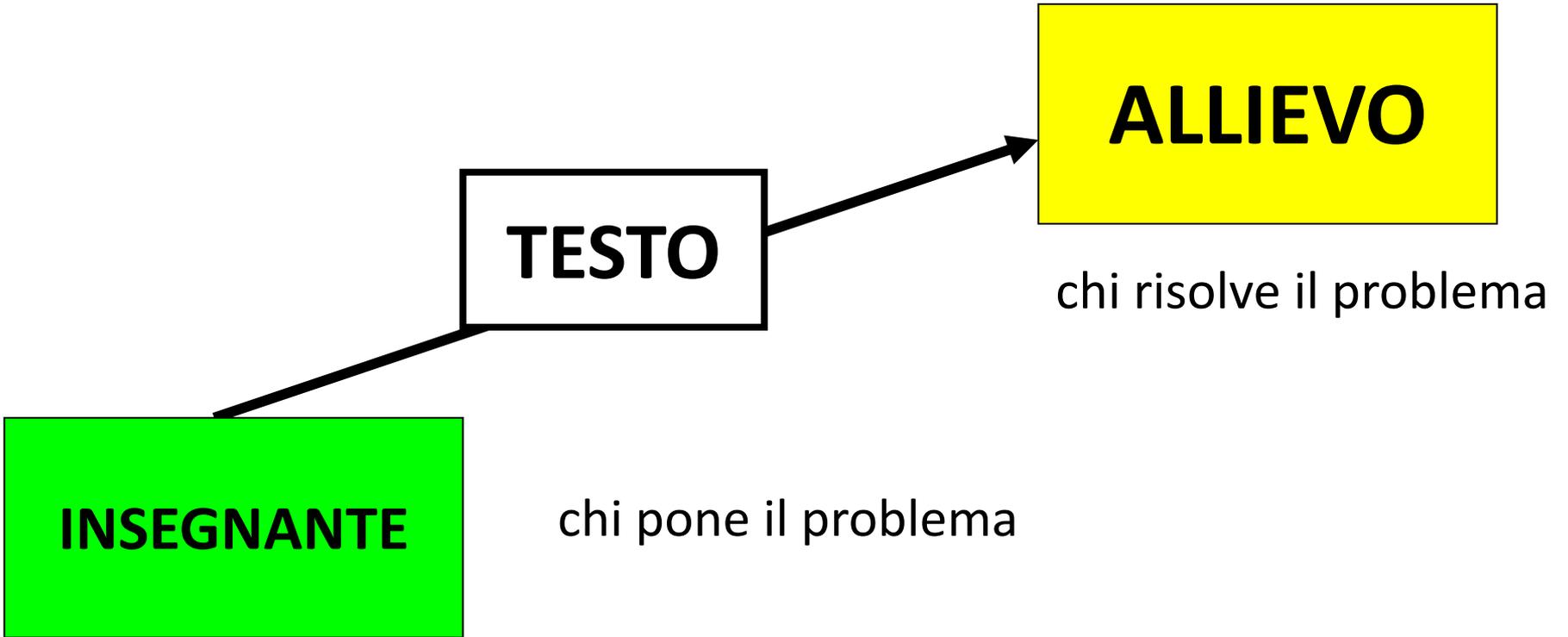
Sono **eteroposti**:

Chi pone il problema *non* è la stessa persona che lo deve risolvere.

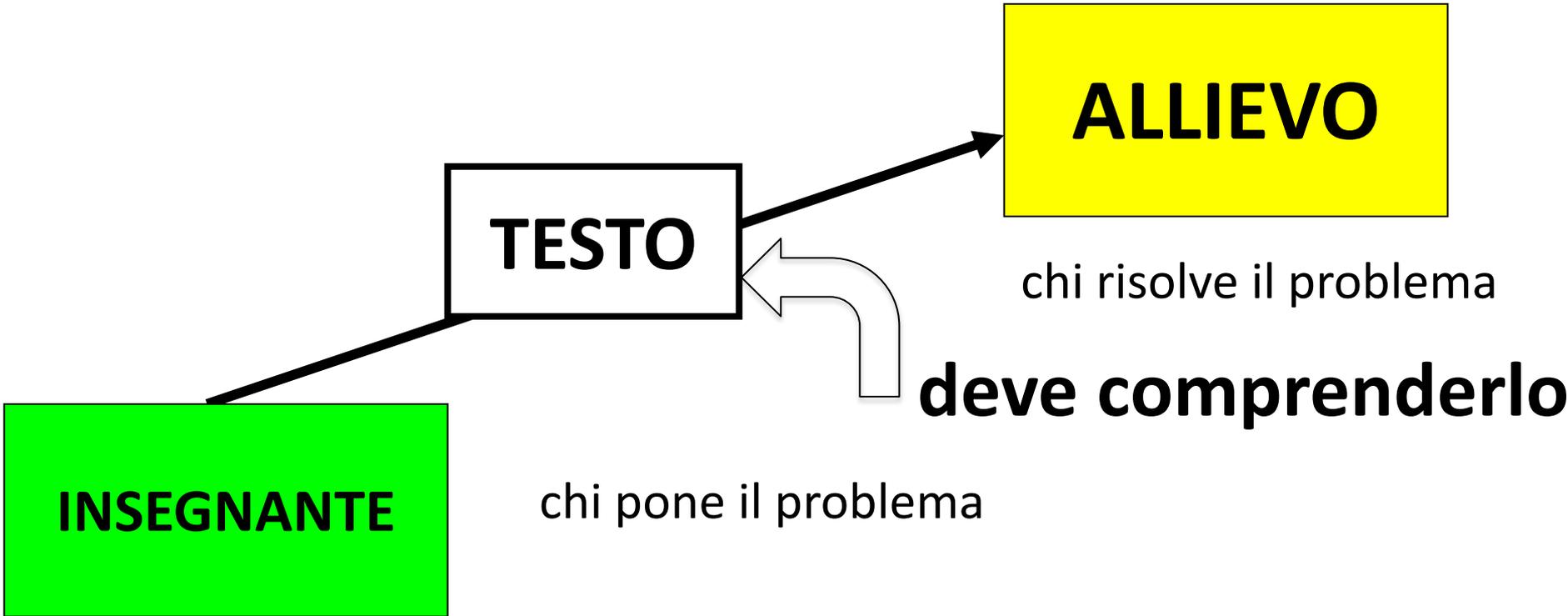
Ruolo cruciale del modo in cui si presenta il problema (in particolare attraverso un testo) e in particolare della domanda

Carlo compra un quaderno e due penne. Spende 2 euro. Una penna costa 60 centesimi.

Quanto costa il quaderno?



problema espresso attraverso un testo scritto



problema espresso attraverso un testo scritto



Secondo molti ricercatori (e insegnanti) le difficoltà degli allievi sono spesso dovute a difficoltà nella fase iniziale di **comprensione**.

In genere quando si parla di comprensione del testo di un problema si fa riferimento per lo più al **lessico**, cioè alla conoscenza del significato delle parole

L'insalata

Un agricoltore raccoglie 50 cespi di insalata; ne vende la metà a €2 cadauno e l'altra metà diminuita di 5 unità a €1,50 cadauno. Quanto incassa? Quanto guadagna se dovrà pagare un'imposta di €0,25 per ogni cespo di insalata venduto?

Ma in realtà il lessico non è l'aspetto più importante per vari motivi:

- in un clima collaborativo e non valutativo il significato delle parole sconosciute si condivide in classe nel momento della lettura del testo
- nella comprensione di un problema entrano in gioco altri aspetti meno evidenti e più insidiosi

Il testo di un problema è particolare:

- a differenza di altri testi richiede da parte del lettore un comportamento...
- ...una RISPOSTA



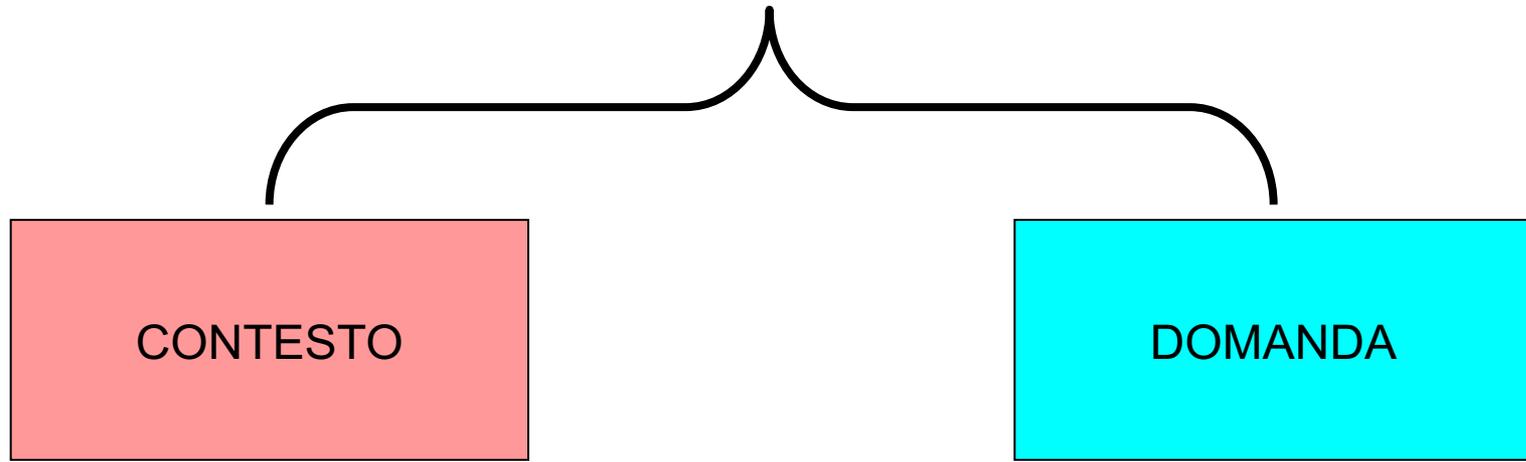
nei problemi in genere c'è una domanda

“Quanto...?” “Quale...?”

A volte la domanda è espressa come richiesta esplicita a chi legge:

“Trova...” “Calcola...”

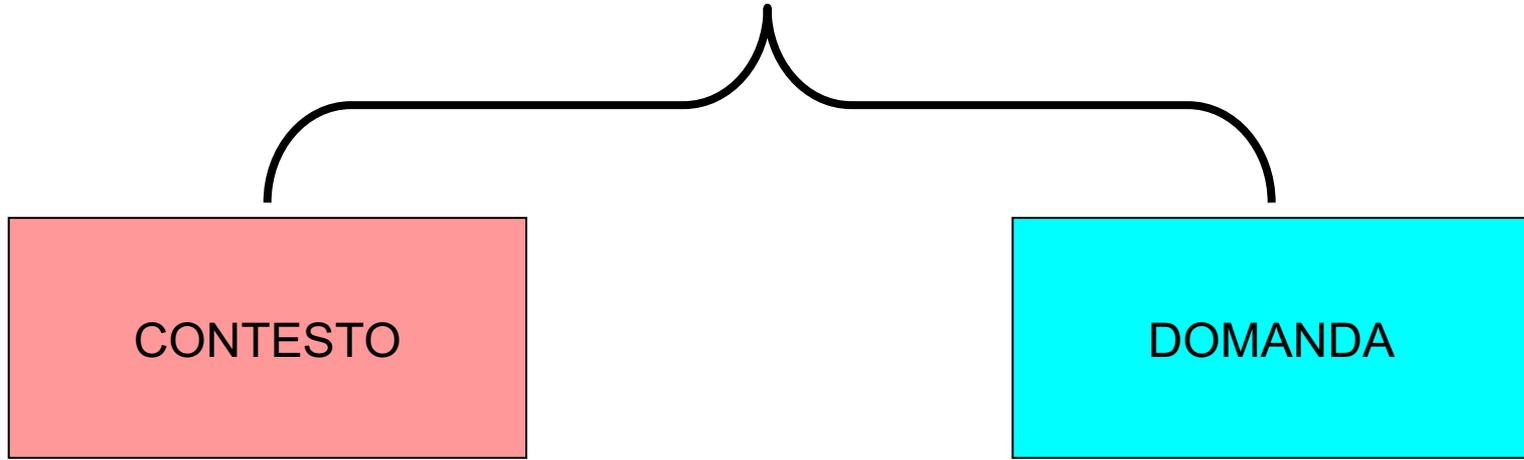
IL TESTO DI UN PROBLEMA



Il problema come *genere*

... possiamo individuare diversi *sottogeneri* a seconda della FORMULAZIONE del testo

LA FORMULAZIONE



- matematica

Un numero è triplo di un altro, e la loro somma è 60.
Quali sono i due numeri?

Una formulazione matematica è la più adeguata se vogliamo stimolare congetture aritmetiche, e quindi per far argomentare le congetture fatte.

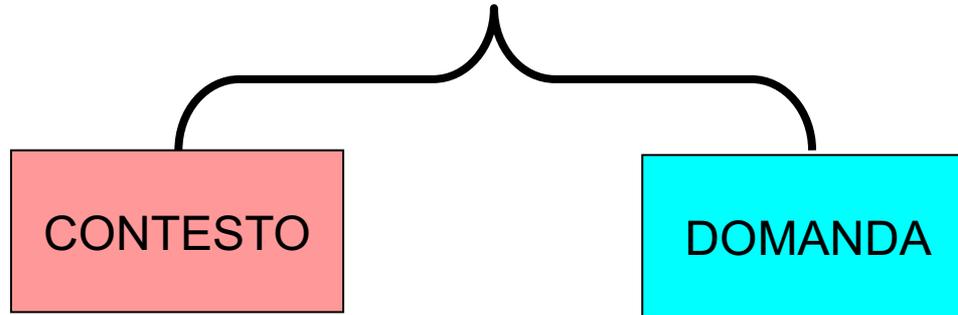
ESEMPI:

Che tipo di numero ottengo se sommo due numeri dispari?

Quanti sono i numeri?

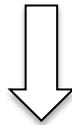
...non interessano tanto le risposte, ma i processi di pensiero stimolati da queste domande.

LA FORMULAZIONE



- matematica
- 'realistica'

...spesso però si ritiene che una formulazione matematica sia troppo astratta, e quindi risulti difficile



A scuola si privilegiano formulazioni che fanno riferimento a situazioni 'realistiche'

- Questa scelta viene giustificata anche col richiamo alla motivazione...
- ...affrontare un problema 'realistico' sarebbe più motivante che affrontare un problema puramente matematico.

Nella realtà questa giustificazione viene smentita dalle testimonianze degli allievi sull'attività con i problemi:

Alle elementari non mi piacevano e non li sopportavo proprio i problemi perché penso che se questo ha 2 biglie e il suo amico ne ha 5 a me che me ne importa?

(Giovanni, 1^a secondaria di 1° grado)

Al di là di un generico riferimento alla difficoltà d'astrazione e alla motivazione, sono due i motivi importanti che giustificano questa scelta:

- Educare alla *matematizzazione*, cioè a utilizzare la matematica per affrontare e risolvere **situazioni e problemi reali**

Indicazioni Nazionali (Premessa):

Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il "pensare" e il "fare" e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani. In particolare, **la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana (...).**

Al di là di un generico riferimento alla difficoltà d'astrazione e alla motivazione, sono due i motivi importanti che giustificano questa scelta:

- Educare alla *matematizzazione*, cioè a utilizzare la matematica per affrontare e risolvere **situazioni** e problemi reali
- Facendo riferimento al vissuto dell'allievo, richiamare le sue conoscenze sia per **comprendere** il problema che per **affrontarlo** ed eventualmente **risolverlo**.

Un numero è triplo di un altro, e la loro somma è 60.
Quali sono i due numeri?

Quale versione preferireste proporre? Perché?

A

In un acquario ci sono 60 pesci, neri e rossi.
I pesci rossi sono il triplo di quelli neri.
Quanti sono i pesci rossi? Quanti sono quelli neri?

B

Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanai.
Giulio nel suo salvadanaio ha trovato il triplo di quello che ha trovato Andrea.
Insieme hanno trovato 60 euro.
Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaio?

C

Tommaso e Giovanni per giocare mettono insieme le loro automobiline.
Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.
Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?
Giovanni ricorda che ne aveva il triplo di Tommaso.
Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

Le nostre domande:

1. Ma è davvero realistica la formulazione tipica dei problemi standard?

2. Tale formulazione facilita davvero i processi dei bambini, sia nella fase di comprensione che in quella di soluzione?

Sono domande generali, che ci possiamo porre anche di fronte a un singolo problema.

1. Ma è davvero realistica la formulazione tipica dei problemi standard?

realistico

autentico



artificioso

Nella formulazione standard dei problemi possiamo individuare diversi elementi di artificiosità:

- artificiosità della situazione e delle informazioni essenziali per risolvere il problema

Artificiosità della situazione e delle informazioni necessarie per la soluzione

Carlo sta leggendo un libro di 280 pagine.

Ogni giorno legge 4 pagine.

Quanti giorni impiegherà per leggere tutto il libro?

Luca e Franco hanno aperto il loro salvadanaio. Luca ha trovato meno soldi di Franco. Allora Franco dà 50 € a Luca che, ora, ne possiede 120.

Quanti soldi aveva trovato Luca nel suo salvadanaio?

Artificiosità della situazione e delle informazioni necessarie per la soluzione

In un cesto sono contenuti 1,75 kg di tartufi neri, che devono essere divisi fra tre persone in modo tale che alla seconda spettino 30 g in più della prima e alla terza 40 g in più della seconda.

Calcola quanti grammi di quei tartufi riceverà ogni persona.

Giulio e Andrea per giocare mettono insieme le loro automobiline.

Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.

Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?

Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio.

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

1. Ma è davvero realistica la formulazione tipica dei problemi standard?

realistico

autentico



artificioso

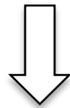
Nella formulazione standard dei problemi possiamo individuare diversi elementi di artificiosità:

- artificiosità della situazione e delle informazioni essenziali per risolvere il problema
- artificiosità del modo di dare le informazioni

Artificiosità del modo di dare le informazioni

Il modo in cui vengono date le informazioni necessarie per risolvere il problema spesso viola le regole di comunicazione, che è finalizzata a *far capire*

L'autore di un problema spesso sembra voler complicare la comunicazione invece di semplificarla...
...non è diretto e trasparente nel dare le informazioni



è poco cooperativo

Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanai.
Giulio nel suo salvadanaio ha trovato il triplo di quello
che ha trovato Andrea. Insieme hanno trovato 60 euro.
Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaio?

L'autore dice quello che sa
in un modo contorto...

...è poco cooperativo

1. Ma è davvero realistica la formulazione tipica dei problemi standard?

realistico

autentico

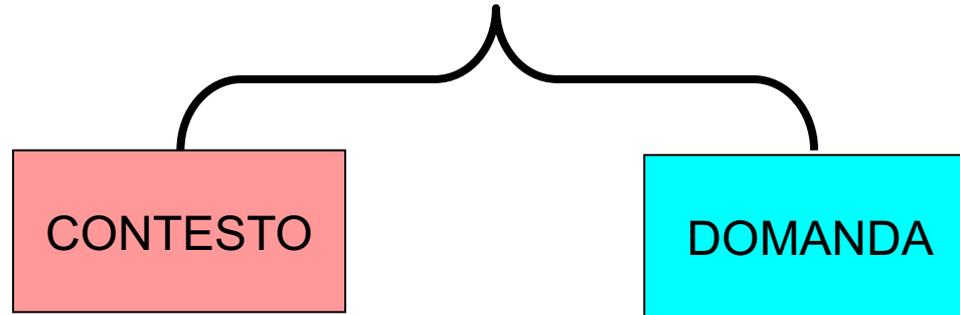


artificioso

Nella formulazione standard dei problemi possiamo individuare diversi elementi di artificiosità:

- artificiosità della situazione e delle informazioni essenziali per risolvere il problema
- artificiosità del modo di dare le informazioni
- artificiosità della domanda

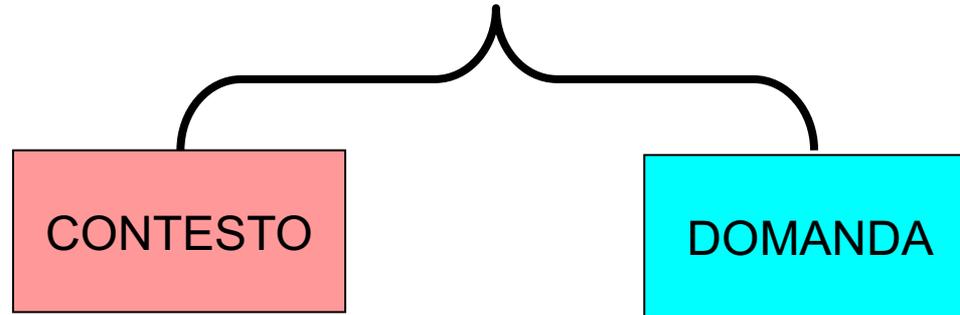
Artificiosità della domanda



- Quando si parla di problema 'realistico', in genere si fa riferimento al contesto, ignorando completamente la domanda.
- Ma un problema è costituito da contesto + domanda...
...perché sia realistico deve essere realistico non solo il contesto, ma anche la domanda.
- Cioè la domanda deve essere 'realistica' rispetto alla situazione descritta nel contesto.

Ma che significato possiamo dare all'espressione
'domanda realistica'?

Artificiosità della domanda



Potremmo dire che una domanda è realistica se...
... è realistico porsi *quella* domanda in *quella* situazione...

... cioè se una persona in quella situazione si porrebbe effettivamente tale domanda.

Artificiosità della domanda

Giacomo ha nel suo borsellino € 15,00; suo fratello Marco ha il doppio dei suoi soldi e il fratello più piccolo, Antonio, ha € 5,00 meno di Giacomo.

Hanno in tutto € 60,00? Se no, quanto manca?

In un cesto sono contenuti 1,75 kg di tartufi neri, che devono essere divisi fra tre persone in modo tale che alla seconda spettino 30 g in più della prima e alla terza 40 g in più della seconda.
Calcola quanti grammi di quei tartufi riceverà ogni persona.

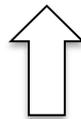
Alla luce delle informazioni che dà il testo, a chi interessa o serve conoscere la risposta alla domanda?

Il problema per me è un quiz che serve per vedere che, se è capitato quello che li hanno insegnato. [Elena, 5^a primaria]

Per me un problema è una serie di domande che formano un test, che serve per vedere le capacità di un bambino. [Matteo, 5^o primaria]

Per me un problema è come una prova di capacità, che serve per riconoscere l'intelligenza del ragazzo o della ragazza. [Stefano, 5^a primaria]

All'insegnante, per controllare se l'allievo 'sa' o 'non sa', o addirittura se è 'bravo' o no...

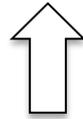


Alla luce delle informazioni che dà il testo, a chi interessa o serve conoscere la risposta alla domanda?

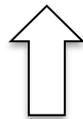
Mi fa venire in mente problema di una storietta corta dove finita la storia bisogna risolverla e quando non riesco a concentrarmi sul problema mi immagino sempre: ecco perché l'hanno chiamata problema. [Sara, 4^a primaria]

Un esempio di problema può essere quello di un problema di matematica che non mi riesce. [Alessio, 5^a primaria]

Il 'problema' di matematica diventa un problema reale per chi non sa rispondere!



All'insegnante, per controllare se l'allievo 'sa' o 'non sa', o addirittura se è 'bravo' o no...



Alla luce delle informazioni che dà il testo, a chi interessa o serve conoscere la risposta alla domanda?

Le nostre domande:

1. Ma è davvero realistica la formulazione tipica dei problemi standard?

Abbiamo individuato alcuni aspetti critici:

- artificiosità della situazione e delle informazioni date
- artificiosità del modo di dare le informazioni
- artificiosità della domanda

Quest'analisi ci dà anche elementi per rispondere alla domanda 2:

2. La formulazione standard ('realistica') facilita davvero i processi dei bambini, sia nella fase di comprensione che in quella di soluzione?

Infatti alcuni degli elementi di artificiosità evidenziati incidono negativamente sulla **comprensione** del testo.

LA CONOSCENZA ENCICLOPEDICA o conoscenza delle cose del mondo



Per capire questo legame dobbiamo fare una breve digressione su un tipo di conoscenza importante per comprendere un testo.

Quest'analisi ci dà anche elementi per rispondere alla domanda 2:

2. La formulazione standard ('realistica') facilita davvero i processi dei bambini, sia nella fase di comprensione che in quella di soluzione?

Infatti alcuni degli elementi di artificiosità evidenziati incidono negativamente sulla **comprensione** del testo.

Levinson (1983)

"Giovanni voleva comprare un regalo a Carlo per il suo compleanno, perciò andò a prendere il suo maialino; lo agitò ma non udì nessun rumore; avrebbe dovuto fare un regalo a Carlo con le sue mani".



Giovanni voleva comprare un regalo a Carlo per il suo compleanno

perciò andò a prendere il suo maialino;

lo agitò ma non udì nessun rumore;

avrebbe dovuto fare un regalo a Carlo con le sue mani.

?

?

?

Importanza della conoscenza enciclopedica

- Leggi attentamente il testo del seguente problema e, senza risolverlo, individua i dati mancanti o superflui:
- Un allevatore possiede 47 mucche e 10 cavalli. Una mucca produce in media 15 litri di latte al giorno. Quanto latte viene prodotto ogni giorno nell'allevamento?
- Nel problema c'è un dato:
 - superfluo
 - mancante
- Quale?.....

V primaria

- Leggi attentamente il testo del seguente problema e, senza risolverlo, individua i dati mancanti o superflui:
- Un allevatore possiede 47 mucche e 10 cavalli. Una mucca produce in media 15 litri di latte al giorno. Quanto latte viene prodotto ogni giorno nell'allevamento?
- Nel problema c'è un dato:
 - superfluo
 - mancante
- Quale?.....

Non sappiamo quanto latte producono i cavalli ogni giorno

Sceneggiature comuni

- La conoscenza enciclopedica è organizzata in schemi più o meno complessi e collegati gli uni agli altri, presenti nella memoria a lungo termine.
- Tali schemi in letteratura sono indicati come *frames, schemata, scripts, plans*.
- Umberto Eco parla di *sceneggiature comuni (frames)*.

Umberto Eco

[*Lector in fabula*, p. 81]

Riteniamo che la comprensione testuale sia ampiamente dominata dalla applicazione di sceneggiature pertinenti, così come le ipotesi testuali destinate all'insuccesso (...) dipendano dall'applicazione di sceneggiature sbagliate e "infelici".

AUTORE

LETTORE

La comprensione del testo

- è ostacolata se:
 - il testo fa riferimento a sceneggiature sconosciute

Vacanze al campeggio (4a)

Tommaso ha deciso di passare una decina di giorni in campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni.

Se prenderanno una tenda con 4 posti letto, allora prevedono di spendere 15 euro al giorno per l'affitto della piazzola, 18 euro a testa per i pasti e 8 euro al giorno per l'ombrellone.

Quanto spendono i 4 ragazzi per stare al mare?

Vacanze al campeggio (4a)

Tommaso ha deciso di passare una decina di giorni in campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni.

I bambini che non hanno disponibile la 'sceneggiatura' del campeggio non possono capire che l'affitto della piazzola è una spesa unica per tutti e 4 gli amici.

della piazzola, 18 euro a testa per i pasti e 8 euro al giorno per l'ombrellone.

Quanto spendono i 4 ragazzi per stare al mare?

Vacanze al campeggio (4a)

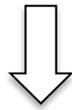
Tommaso ha deciso di passare una decina di giorni in campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni.

Se prenderanno una tenda con 4 posti letto, allora prevedono di spendere 15 euro al giorno per l'affitto della piazzola, 18 euro a testa per i pasti e 8 euro al giorno per l'ombrellone.

L'espressione '8 euro al giorno per l'ombrellone' risulta oscura per i bambini che non hanno esperienze di giornate al mare con il noleggio dell'ombrellone, tanto che molti moltiplicano tale spesa per il numero degli amici.

La comprensione del testo

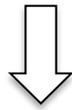
- è ostacolata se:
 - il testo fa riferimento a sceneggiature sconosciute



OPACO

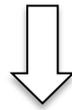
La comprensione del testo

- è ostacolata se:
 - il testo fa riferimento a sceneggiature sconosciute



OPACO

- o addirittura a sceneggiature che violano le sceneggiature comuni



ARTIFICIOSO

Il torneo

(Invalsi 2013, SNV06 D17)

D17. Gianni partecipa a un torneo.

Il regolamento del torneo stabilisce che:

- ogni giocatore gioca 5 partite e parte con un punteggio iniziale di 100 punti;
- a ogni partita vinta, il punteggio raggiunto raddoppia;
- a ogni partita persa, il punteggio raggiunto si dimezza.

Gianni perde la seconda e la quarta partita, vince tutte le altre.

a. Completa la tabella.

	<i>Punteggio di Gianni</i>
<i>Punteggio iniziale</i>	100
Partita 1	200
Partita 2	400
Partita 3	800
Partita 4	160
Partita 5	320

...e poi sommano!

b. Se Gianni avesse vinto tutte le partite, quale sarebbe stato il suo punteggio finale?

Risposta:

D17a: 74,1% risposte corrette

D17b: 29,4% corrette; 66,8% errate

In definitiva...

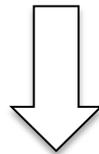
- se il testo fa riferimento a sceneggiature sconosciute...
...l'allievo non riesce a costruirsi una rappresentazione mentale del testo
- se il testo fa riferimento a sceneggiature che violano le sceneggiature comuni...
...l'allievo si costruisce una rappresentazione mentale del testo diversa da quella attesa dall'autore

Conseguenze dell'artificialità della
domanda sulla comprensione

- Non sono solo le criticità evidenziate sul ‘realismo’ della situazione a influire sulla comprensione
- Anche l’artificiosità della domanda incide in modo negativo

Margaret Donaldson

“Come ragionano i bambini”



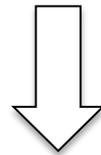
sottolinea l’importanza della coerenza fra *contesto* e *domanda* per la comprensione della domanda



Donaldson propone un' interpretazione alternativa dei risultati negativi alle prove di Piaget

Margaret Donaldson

“Come ragionano i bambini”



sottolinea l' importanza della coerenza fra *contesto* e *domanda* per la comprensione della domanda



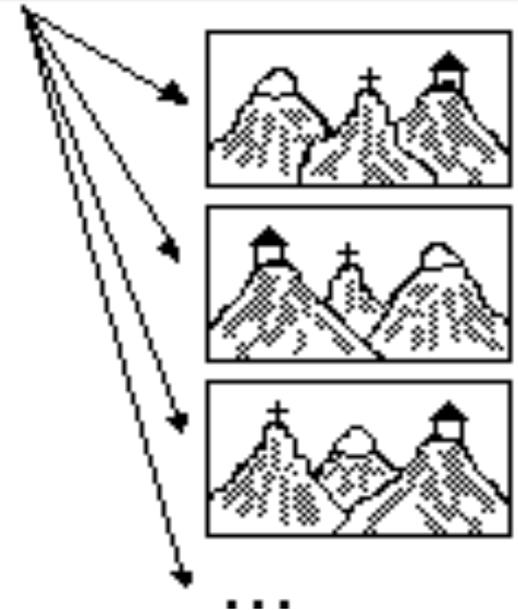
Il test delle 3 montagne (Piaget)

Che cosa vede il pupazzo?

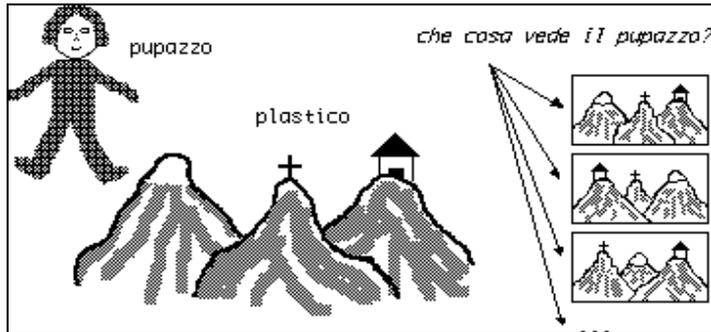


pupazzo

plastico



I DATI (Donaldson, *Come ragionano i bambini*)



La maggior parte dei bambini fino a 8-9 anni non sono in grado di svolgere correttamente il compito. I bambini al di sotto dei 6-7 anni tendono a scegliere l'immagine che rappresenta il loro punto di vista.

Il test delle montagne: la modifica di Martin Hughes

pupazzo-bambino

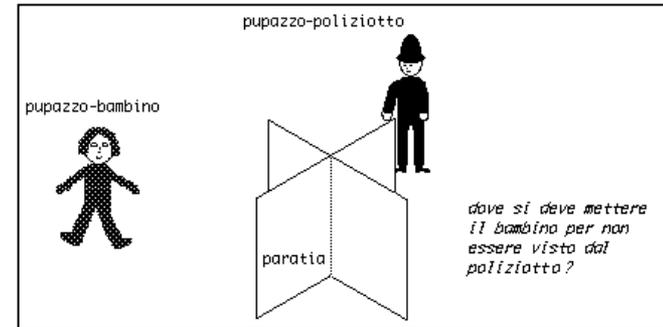
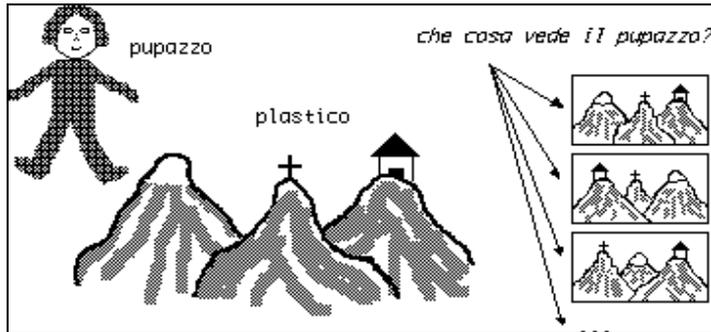


pupazzo-poliziotto



Dove si deve mettere il pupazzo
per non essere visto dal
poliziotto?

I DATI (Donaldson, *Come ragionano i bambini*)



La maggior parte dei bambini fino a 8-9 anni non sono in grado di svolgere correttamente il compito. I bambini al di sotto dei 6-7 anni tendono a scegliere l'immagine che rappresenta il loro punto di vista.

Bambini dai 3 anni e mezzo a 5:
- 90% di risposte esatte

“Il punto è che i *motivi* e le *intenzioni* dei personaggi sono interamente comprensibili, anche per un bambino di tre anni. Il compito richiede al bambino di agire secondo schemi in carattere con certi scopi e certe interazioni fondamentali (fuga e inseguimento) – ed ha un *senso umano*. Quindi non è affatto difficile trasmettere al bambino ciò che si richiede da lui: egli lo afferra immediatamente. [...]

Quanto al fatto di essere umanamente comprensibile, il compito delle «montagne» è all’ estremo opposto. Nel compito stesso, non giocano motivi di rapporti interpersonali, di natura tale da renderlo istantaneamente comprensibile.

Perciò il compito delle «montagne» è *astratto*, in un senso psicologico molto importante: nel senso che è lontano da tutti gli scopi, i sentimenti e gli sforzi umani fondamentali. Ha un sangue totalmente freddo. Nelle vene di un bambino di tre anni, il sangue scorre ancora caldo.”

[Margaret Donaldson, 1978, pp. 25-26]

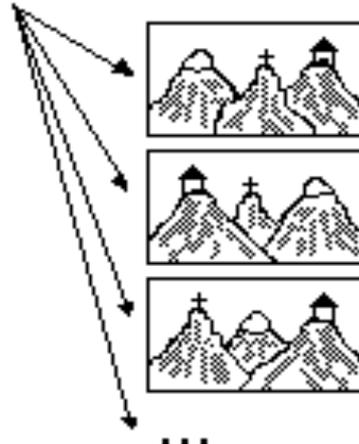
Il contesto è solo una scusa per porre una domanda



Che cosa vede il pupazzo?



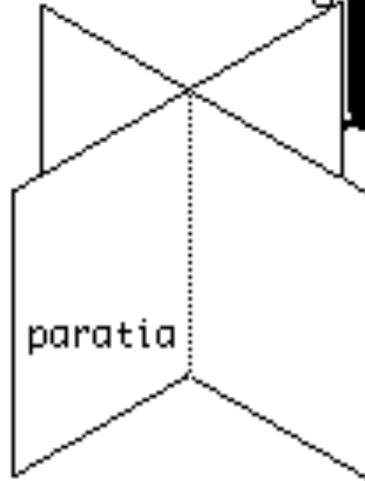
plastico



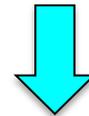
pupazzo-poliziotto



pupazzo-bambino



Dove si deve mettere il pupazzo per non essere visto dal poliziotto?



La risposta alla domanda serve al personaggio-pupazzo per agire, per prendere decisioni

Le nostre domande:

1. Ma è davvero realistica la formulazione tipica dei problemi standard?

No, ci sono diversi elementi di artificialità.

- artificialità della situazione e delle informazioni essenziali per risolvere il problema
- artificialità del modo di dare le informazioni
- artificialità della domanda

2. La formulazione standard ('realistica') facilita davvero i processi dei bambini, sia nella fase di comprensione che in quella di soluzione?

No, gli elementi di artificialità che abbiamo evidenziato incidono negativamente sulla comprensione del testo...

...e quindi possono ostacolare anche il processo di soluzione.

PARTE 2

Le osservazioni fatte fin qui ci danno già dei suggerimenti per evidenziare delle criticità nella formulazione di un problema, e quindi:

- per valutare il testo di un problema
- per evitare alcune scelte nella formulazione

Ma allora...

...come possiamo formulare un problema in modo davvero realistico?

...in grado di:

- educare al processo di matematizzazione
- richiamare le conoscenze dell'allievo così da favorire sia la comprensione del problema che i processi risolutivi

Alcuni suggerimenti operativi

Mostrerò un modello di formulazione...

...naturalmente non l'unico possibile

Ma allora...

...come possiamo formulare un problema in modo davvero realistico?

...in grado di:

- educare al processo di matematizzazione
- richiamare le conoscenze dell'allievo così da favorire sia la comprensione del problema che i processi risolutivi

Per far questo ci serve distinguere alcune tipologie significative di formulazione 'realistica'

Un numero è triplo di un altro, e la loro somma è 60.
Quali sono i due numeri?

Formulazioni 'realistiche' equivalenti:

A

In un acquario ci sono 60 pesci, neri e rossi.
I pesci rossi sono il triplo di quelli neri.
Quanti sono i pesci rossi? Quanti sono quelli neri?

B

Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanai.
Giulio nel suo salvadanaio ha trovato il triplo di quello che ha trovato Andrea.
Insieme hanno trovato 60 euro.
Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaio?

C

Tommaso e Giovanni per giocare mettono insieme le loro automobiline.
Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.
Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?
Giovanni ricorda che ne aveva il triplo di Tommaso.
Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

A

In un acquario ci sono 60 pesci, neri e rossi.

I pesci rossi sono il triplo di quelli neri.

Quanti sono i pesci rossi? Quanti sono quelli neri?

C

Tommaso e Giovanni per giocare mettono insieme le loro automobiline.

Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.

Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?

Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio.

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

Confrontate i testi dei due problemi.

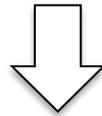
Quali differenze osservate?

In un acquario ci sono 60 pesci, neri e rossi.
I pesci rossi sono il triplo di quelli neri.
Quanti sono i pesci rossi? Quanti sono quelli neri?

Si descrive una situazione STATICA, cioè una situazione che non evolve nel tempo

- senza legami di causalità
- senza 'personaggi'

...i pesci non sono descritti come personaggi animati, ma hanno il ruolo di oggetti (fiori in un vaso, caramelle in una scatola...)



formulazione 'descrittiva'

Automobiline

Tommaso e Giovanni per giocare mettono insieme le loro automobiline.

Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.

Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?

Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio.

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

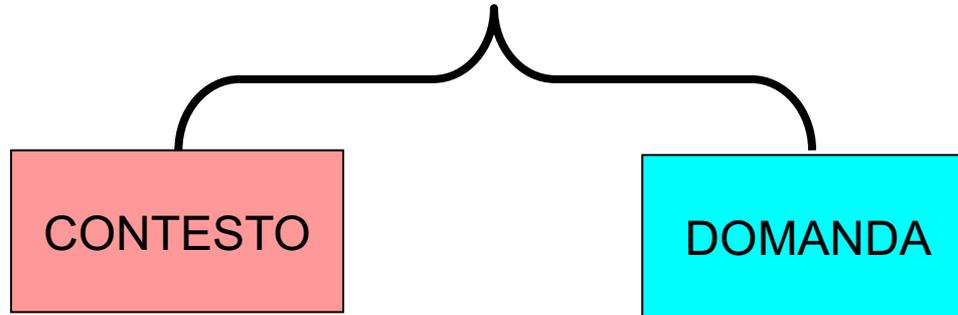
La situazione è **dinamica**, non statica; descrive:

- uno o più eventi collegati da legami di
 - **causalità**
 - **temporalità**
- **personaggi mossi da scopi → intenzionalità**



UNA STORIA

LA FORMULAZIONE



- matematica
- 'realistica'
 - descrittiva
 - narrativa (una breve 'storia')

FORMULAZIONE DESCRITTIVA

Fa riferimento ad una situazione:

- che non evolve nel tempo
- senza legami di causalità
- non ci sono personaggi

FORMULAZIONE NARRATIVA

Fa riferimento a uno o più eventi:

- descritti nella loro dimensione temporale e causale
- personaggi animati mossi da scopi

TESTO

DESCRITTIVO

PROBLEMA
DESCRITTIVO

NARRATIVO

PROBLEMA
NARRATIVO

FORMULAZIONE DESCRITTIVA

Fa riferimento ad una situazione:

- che non evolve nel tempo
- senza legami di causalità
- non ci sono personaggi

PROBLEMA
DESCRITTIVO

Animali domestici

Agli alunni di una classe viene chiesto quanti animali domestici hanno.

8 alunni non possiedono animali. 3 alunni possiedono 2 animali.

Il numero degli alunni che hanno 3 animali è la metà di quelli che non hanno nessun animale. Nessun alunno ha più di 3 animali.

I bambini di quella classe sono 19. Sapresti dire quanti animali hanno in tutto?

Il testo di un problema descrittivo può anche essere lungo...

FORMULAZIONE DESCRITTIVA

FORMULAZIONE NARRATIVA

Problemi descrittivi e narrativi rappresentano gli estremi delle situazioni possibili.
Fra queste due tipologie c'è una varietà di situazioni.

TESTO

DESCRITTIVO

NARRATIVO

PROBLEMA
DESCRITTIVO

PROBLEMA
NARRATIVO

Le mele

Una cassetta di mele contiene 18 mele.

Ogni giorno ne vengono mangiate 3.

[Dopo 4 giorni quante mele saranno rimaste?]

Il campeggio

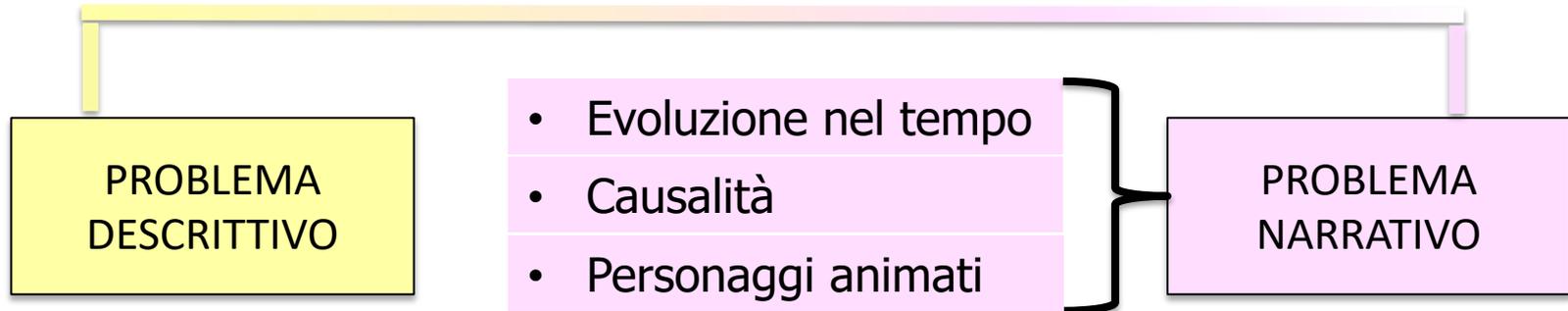
Tommaso ha deciso di passare una decina di giorni in campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni.

Se prenderanno una tenda con 4 posti letto, allora prevedono di spendere 15 euro al giorno per l'affitto della piazzola, 18 euro a testa per i pasti e 8 euro al giorno per l'ombrellone.

[Quanto spendono i 4 ragazzi per stare al mare?]

- Evoluzione nel tempo

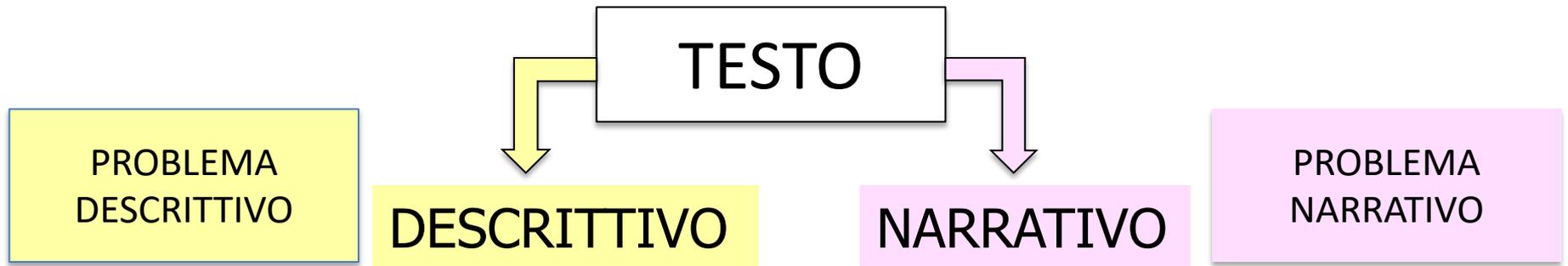
- Personaggi



PROBLEMA
DESCRITTIVO

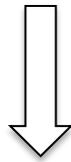
- Evoluzione nel tempo
- Causalità
- Personaggi animati

PROBLEMA
NARRATIVO



Il testo si riduce ad una lista di descrizioni/informazioni relative ad uno stesso oggetto o situazione, valide simultaneamente: mancano legami fra le varie parti del testo di tipo temporale o causale.

La coerenza si limita al fatto che le descrizioni/informazioni si riferiscono alla stessa situazione.



La comprensione di un'informazione non favorisce la comprensione delle altre, come invece succede in un testo narrativo.

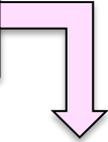
Le varie parti sono connesse da legami:

- di tipo temporale
- di tipo causale, in cui entrano in gioco gli scopi dei personaggi



La ricerca ha dimostrato che un testo narrativo, in particolare una storia, è più facile da comprendere rispetto ad altri tipi di testo.

TESTO



NARRATIVO

Le varie parti sono connesse da legami:

- di tipo temporale
- di tipo causale, in cui entrano in gioco gli scopi dei personaggi



La ricerca ha dimostrato che un testo narrativo, in particolare una storia, è più facile da comprendere rispetto ad altri tipi di testo.

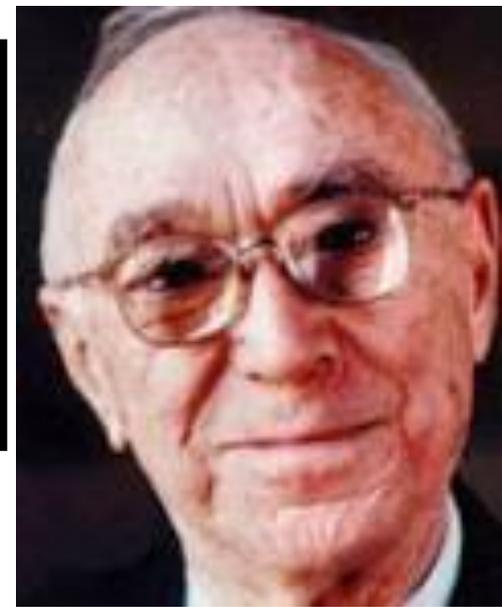
Perché una storia è più facile da comprendere?



2009 Faruffa



La narrazione di storie è profondamente radicata nell'esperienza umana, sia a livello individuale e sociale. Secondo Bruner le storie rappresentano per l'uomo la modalità principale di organizzare l'esperienza.



Jerome Bruner

Umberto Eco

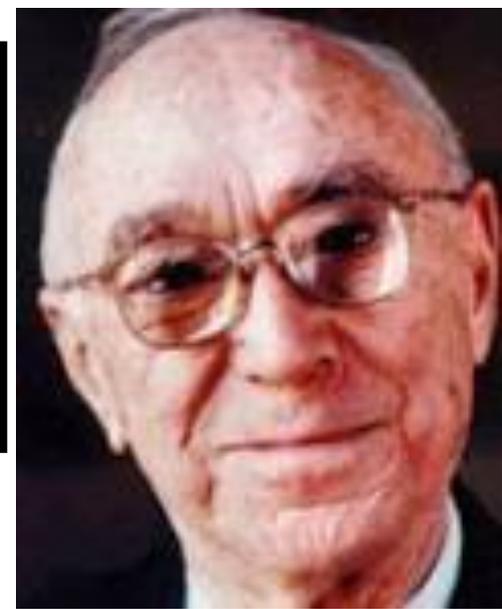


“(...) leggere racconti significa fare un gioco attraverso il quale si impara a dar senso alla immensità delle cose che sono accadute e accadono e accadranno nel mondo reale. Leggendo romanzi sfuggiamo all’angoscia che ci coglie quando cerchiamo di dire qualcosa di vero sul mondo reale.

Questa è la funzione terapeutica della narrativa e la ragione per cui gli uomini, dagli inizi dell’umanità, raccontano storie. Che è poi la funzione dei miti: **dar forma al disordine dell’esperienza.**”

[Eco, *Sei passeggiate nei boschi narrativi*, p. 107]

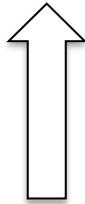
La narrazione di storie è profondamente radicata nell'esperienza umana, sia a livello individuale e sociale. Secondo Bruner le storie rappresentano per l'uomo la modalità principale di organizzare l'esperienza.



Jerome Bruner

Attraverso la costruzione di una storia l'individuo può attribuire un senso ad una situazione che apparentemente non ne ha.

L'età del capitano



Attraverso la costruzione di una storia
l'individuo può attribuire un senso ad una
situazione che apparentemente non ne ha.

L'età del capitano

Su una nave ci sono 26 pecore e 10 capre;
quanti anni ha il capitano?

$$26 + 10 = 36$$

'Forse il capitano ad ogni compleanno ha
ricevuto un animale in regalo'

Variazioni sul tema

Problema: Su una nave ci sono 36 pecore, durante la traversata 10 muoiono affogate. Quanti anni ha il capitano?

Ho risposto "è morto" perché dal peso delle pecore la barca si ribalta e il capitano affoga.

Variazioni sul tema

Problema: In un prato ci sono 20 pecore, 7 capre, e 2 cani. Quanti anni ha il pastore?

'Ho fatto un ragionamento particolare: il pastore se ha due cani per così poche bestie uno dei due cani forse gli serve perché è non vedente. Quindi deduco che abbia sui 70-76 anni.'

TESTO

NARRATIVO

Le varie parti sono connesse da legami:

- di tipo temporale
- di tipo causale, in cui entrano in gioco gli scopi dei personaggi



La ricerca ha dimostrato che un testo narrativo, **in particolare una storia**, è più facile da comprendere rispetto ad altri tipi di testo.



La scelta di formulare problemi come (brevi) storie appare sensata

La scelta di formulare problemi come (brevi) storie appare sensata



...purché tale testo sia formulato in modo adeguato, cioè sia una storia 'ben' raccontata

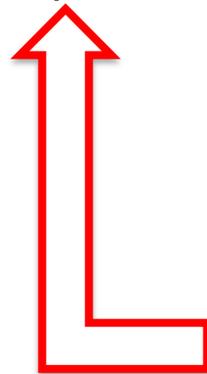
Nella comprensione della storia di un problema narrativo quindi entrano in gioco gli aspetti generali che riguardano la comprensione di qualsiasi tipo di testo:

realismo della situazione → *verosimiglianza*

autore poco cooperativo → *narratore*

...ma anche altri aspetti:

- la **dimensione temporale**
- la **causalità** che lega gli eventi
- l'**intenzionalità**, cioè gli scopi dei personaggi



...purché tale testo sia formulato in modo adeguato, cioè sia una storia 'ben' raccontata

dimensione temporale



sequenzialità

Un esempio poco felice:

I grappoli di uva

Graziano, dopo la vendemmia, *ha preparato* 36 cestini di uva nera da dare ai suoi invitati per la festa della vendemmia.

Regala 2 cestini a ciascun invitato.

Quanti *sono* gli invitati?

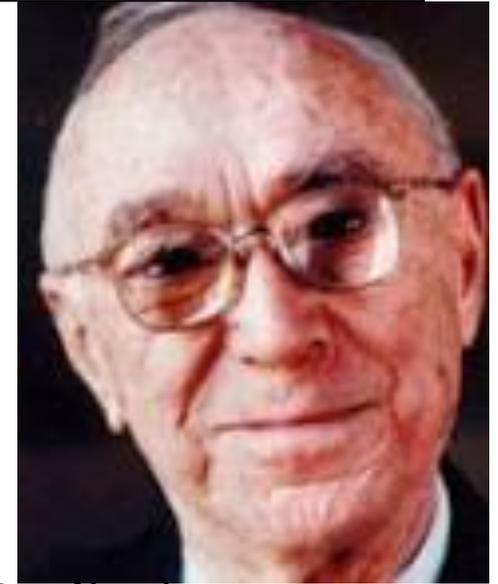
Se ogni cestino pesa 2,5 Kg, quanti chilogrammi di uva *userà* per confezionare tutti i cestini?

nessi causali



causalità

Nella comprensione di una storia sono particolarmente importanti i legami di *causalità* che legano le varie parti del testo. Si tratta di un tipo di causalità diverso da quello che caratterizza un'argomentazione logica.



‘La struttura di un’argomentazione logica ben costruita è radicalmente diversa da quella di un racconto efficacemente impostato. [...] Il termine «allora» riveste funzioni molto diverse nell’enunciato logico “se X, allora Y” e nel testo narrativo “il re morì e allora morì anche la regina”. Nel primo caso esso allude a una ricerca delle condizioni universali di verità, nel secondo a probabili rapporti particolari fra due eventi: un dolore mortale, il suicidio o un delitto’ [Bruner, 1986, tr. it. p.16].

La comprensione di una storia quindi mette in gioco un tipo di pensiero in grado di comprendere le persone, le loro intenzioni, i loro sentimenti...



‘La struttura di un’argomentazione logica ben costruita è radicalmente diversa da quella di un racconto efficacemente impostato. [...] Il termine «allora» riveste funzioni molto diverse nell’enunciato logico “se X, allora Y” e nel testo narrativo “il re morì e allora morì anche la regina”. Nel primo caso esso allude a una ricerca delle condizioni universali di verità, nel secondo a probabili rapporti particolari fra due eventi: un dolore mortale, il suicidio o un delitto’ [Bruner, 1986, tr. it. p.16].

La comprensione di una storia quindi mette in gioco un tipo di pensiero in grado di comprendere le persone, le loro intenzioni, i loro sentimenti...



PENSIERO
LOGICO



PENSIERO
NARRATIVO

si occupa di categorizzare la realtà, di ricercare cause di ordine generale, applicando argomentazioni dimostrative...

PENSIERO
LOGICO

PENSIERO
NARRATIVO

...ma appare inadeguato a interpretare fatti umani, cioè a mettere in relazione azioni e intenzioni, desideri, convinzioni e sentimenti, a coglierne il significato

nessi causali



causalità

Nel caso dei problemi verbali...

...c'è evidenza sperimentale dell'importanza dei legami di **tipo causale** fra le parti del testo

- I tre operai

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.
Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

Da una ricerca di D' Amore et al. (1995)

Ad allievi della scuola primaria e secondaria di 1° grado viene proposto il testo di un problema standard.

Si richiede agli allievi – senza risolverlo! – di riformularlo per proporlo ad altri allievi...

...nel modo che ritengono migliore perché altri lo possano capire

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.
Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro? descrittivo



gli allievi riformulano così

Tre operai impiegano 3 giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.

Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.

Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.

Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo?
Perché?

Calcola quanto tempo impiegheranno.

- non è un dato essenziale per risolvere il problema
- ...ma è essenziale per ***comprenderlo!***

Tre operai fanno tutti i giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.

Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.

Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.

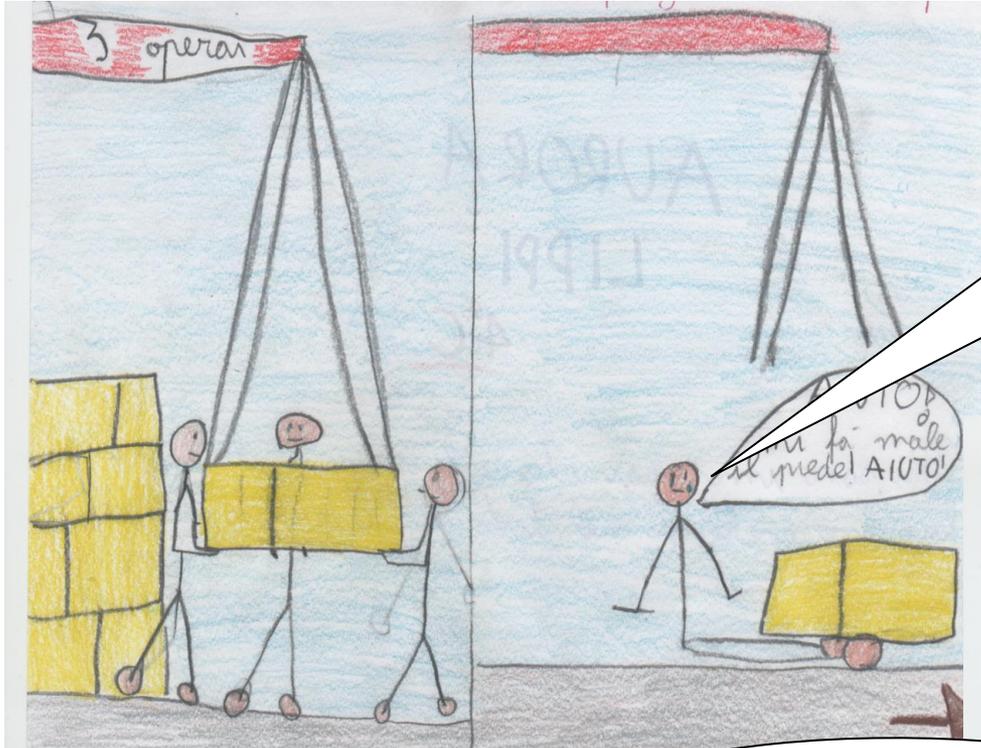
Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo?
Perché?

Calcola quanto tempo impiegheranno

Tre operai...



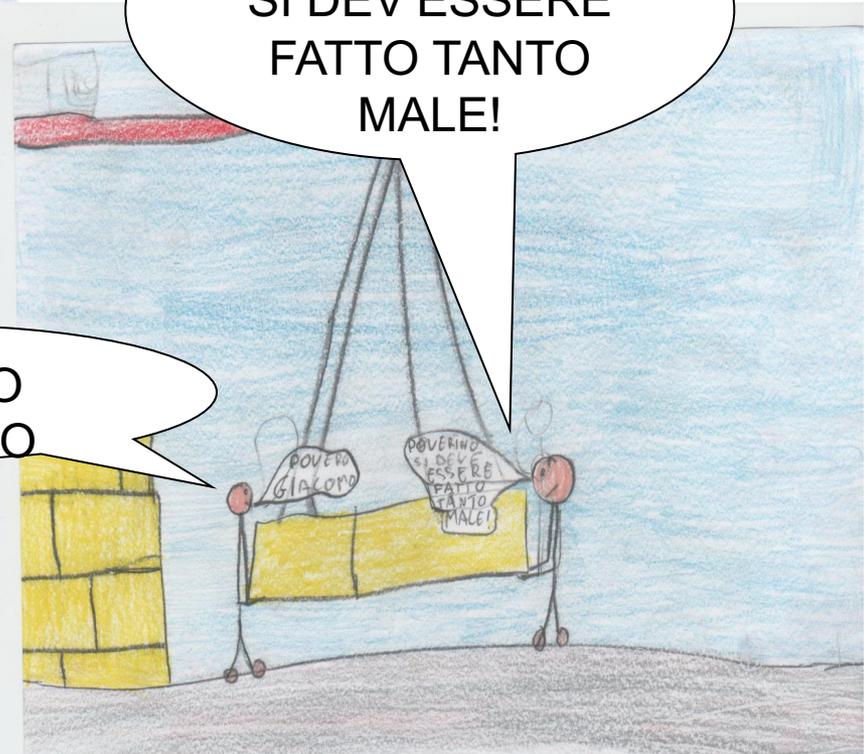
Due operai allo *stesso lavoro*



AIUTO!
Mi fa male il
piede!
AIUTO!

POVERINO!
SI DEV'ESSERE
FATTO TANTO
MALE!

POVERO
GIACOMO



Non riesco a immaginare la scena perchè non so che lavoro fanno.

Non capisco come rispondere alla domanda perchè all'inizio gli operai sono tre, e poi sono due, non è spiegato molto bene.

Questo problema è troppo corto e non si riesce a capire bene quello che succede.

Osservazione

- Dopo che i bambini hanno analizzato il testo e lo hanno riformulato introducendo nessi espliciti di causalità...

→ ...aumenta il numero dei bambini che sa risolvere il problema



alcune risposte mancate o scorrette erano dovute a mancanza di comprensione

nessi causali



intenzionalità

B Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanai.
Giulio nel suo salvadanaio ha trovato il triplo di quello che ha trovato Andrea. Insieme hanno trovato 60 euro.
Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaio?



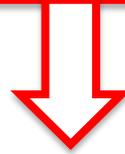
autore non cooperativo (contorto)

Perché Giulio e Andrea hanno aperto 'insieme' i loro salvadanai?
E 'insieme' in che senso? Contemporaneamente? Erano vicini, nella stessa stanza?
Sono fratelli e vogliono fare un regalo a qualcuno?
È per questo che interessa che 'insieme' hanno 60 euro?



mancano informazioni narrativamente rilevanti

- dimensione temporale
- causalità
- intenzionalità



informazioni NARRATIVAMENTE RILEVANTI

≠

informazioni LOGICAMENTE RILEVANTI

LA FORMULAZIONE



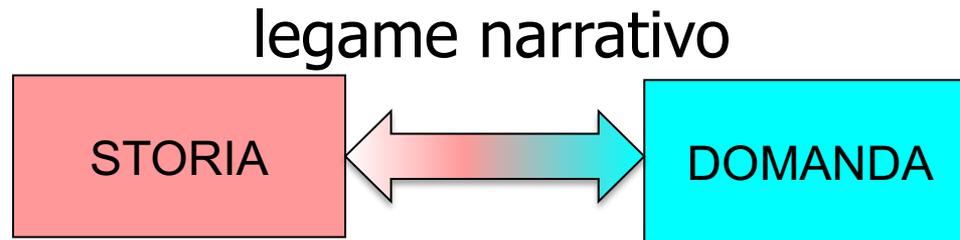
STORIA



DOMANDA

- Per comprendere il problema l'allievo deve comprendere la storia
- ...ma deve comprendere anche la domanda

LA FORMULAZIONE



La domanda deve essere narrativamente
collegata alla storia

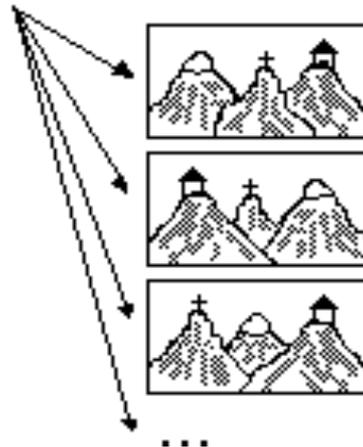
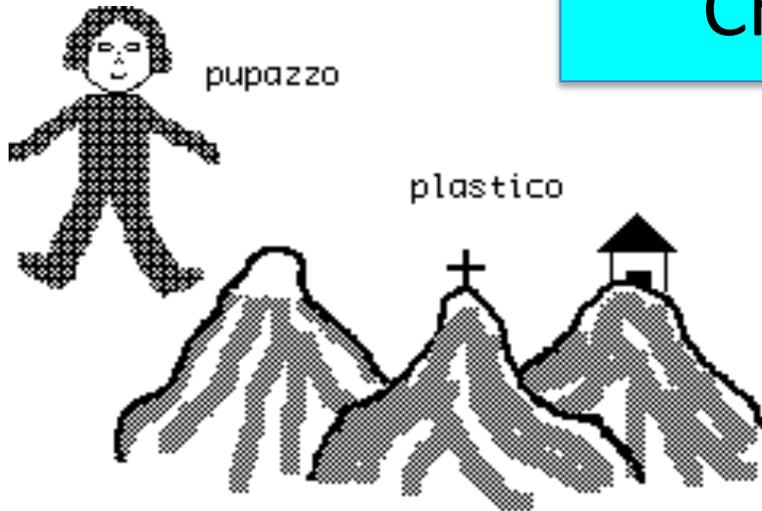
Se non c'è legame narrativo fra storia e domanda, la presenza di una storia:

- non favorisce la risposta alla domanda
- addirittura la può ostacolare



Il test delle montagne: versione originale

Che cosa vede il pupazzo?



Il contesto è
solo una
scusa per
porre una
domanda.

Il test delle montagne: la modifica di Martin Hughes

pupazzo-bambino



pupazzo-poliziotto

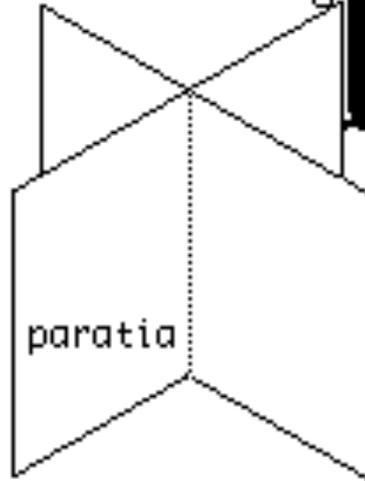


Dove si deve mettere il pupazzo
per non essere visto dal
poliziotto?

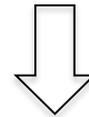
pupazzo-poliziotto



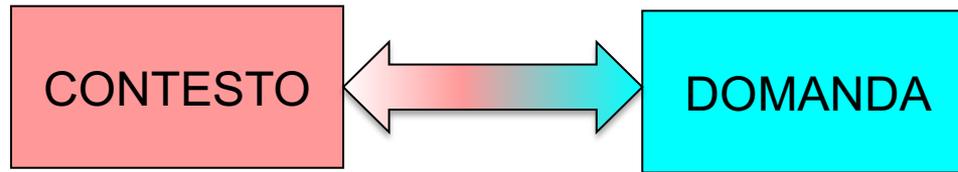
pupazzo-bambino



Dove si deve mettere il pupazzo per non essere visto dal poliziotto?



La risposta alla domanda serve al personaggio per agire, per prendere decisioni...
...per raggiungere il suo scopo



legame narrativo

La domanda è narrativamente collegata al contesto, cioè alla storia narrata

La risposta alla domanda serve al personaggio per agire, per prendere decisioni...
...per raggiungere il suo scopo

Test di continuità narrativa

La risposta alla domanda serve al protagonista per raggiungere il suo scopo?

SÌ

c'è continuità narrativa
fra la domanda e la storia

NO

c'è una frattura narrativa
fra la domanda e la storia

La risposta alla domanda serve al
personaggio per agire,
per prendere decisioni...
...per raggiungere il suo scopo

Test di continuità narrativa

La risposta alla domanda serve al protagonista per raggiungere il suo scopo?

SÌ

c'è continuità narrativa
fra la domanda e la storia

Tommaso e Giovanni per giocare mettono insieme **ARTIFICIOSITA' DELLE INFORMAZIONI** bambino. Quando vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco. Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle? Giovanni ricorda che ne aveva il triplo di Tommaso. Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

NO

c'è una frattura narrativa
fra la domanda e la storia

Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanaï. Giulio nel suo salvadanaïo ha trovato il triplo di quello che ha trovato Andrea. Insieme hanno trovato 60 euro. Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaïo?

Se non c'è legame narrativo fra storia e domanda, la presenza di una storia:

- non favorisce la risposta alla domanda
- addirittura la può ostacolare



Il bambino che si è calato nella storia:

- risponde a una domanda diversa, più coerente con la storia stessa
- oppure per rispondere trae inferenze di tipo narrativo dalla storia

Nel parco

(INVALSI 2009-'10, D2, V primaria)

- Davide sta andando in bicicletta nel parco. Si ferma davanti al bivio dove vede queste indicazioni:



a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?

- 5 km
- 9,5 km
- 14,5 km
- 17 km

b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?

Risposta: km

Nel parco

(INVALSI 2009-'10, D2, V primaria)

- Davide sta andando in bicicletta nel parco. Si ferma davanti al bivio dove vede queste indicazioni:



ALCUNE RISPOSTE:

a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?

• Davide non vede i cartelli perché ha la faccia girata'

- 14,5 km
- 17 km

b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?

Risposta: km

Nel parco

(INVALSI 2009-'10, D2, V primaria)

- Davide sta andando in bicicletta nel parco. Si ferma davanti al bivio dove vede queste indicazioni:



ALCUNE RISPOSTE:

a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?

- 5 km
- 9,5 km
- 14,5 km
- 17 km

• Davide sembra arrivare dal lago e non essere a un bivio'

b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?

Risposta: km

Nel parco

(www.1000.it D2, V primaria)

• 'Dalle domande, siccome si parla sempre di rifugio, sembra di capire che Davide sia al rifugio'

cicletta nel parco. Si ferma a queste indicazioni:

ALCUNE RISPOSTE:



a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?

- 5 km
- 9,5 km
- 14,5 km
- 17 km

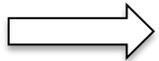
b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?

Risposta: km

B

Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanai.
Giulio nel suo salvadanaio ha trovato il triplo di quello che ha trovato Andrea. Insieme hanno trovato 60 euro.

Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaio?



autore non cooperativo (contorto)



mancano informazioni narrativamente rilevanti



c'è frattura narrativa fra contesto e domanda

UNA FORMULAZIONE CHE SUPERA LE CRITICITÀ EVIDENZIATE

LA RICOMPENSA

Il papà ha promesso a Marta e a suo fratello maggiore Luca 60 euro, che potranno dividere fra loro se dipingono il cancello e il recinto del giardino.

Tutti contenti i fratelli accettano, ma Marta ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse, dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di dipingere tutto, il papà dice soddisfatto: *'Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Eccovi i 60 euro: 30 per ciascuno.'*

Marta protesta: *'Non è giusto! Io ho lavorato il triplo di lui! Ho lavorato tre pomeriggi e Luca uno solo, e devo avere il triplo dei soldi!'*

Il papà chiede a Luca se è vero, e Luca fa sì con la testa.

'D'accordo, allora' dice il papà *'Questi sono i 60 euro: tu, Marta, ne prendi il triplo di Luca!'* . E se ne va.

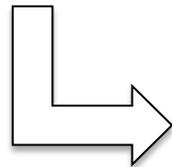
'Ma quanti ne devo prendere allora?' chiede Marta, che non ha mai fatto problemi così difficili.

'Non sarò certo io a dirtelo... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!' risponde Luca tutto soddisfatto.

Marta deve capire quanti soldi le spettano, ma non sa come fare. Aiutala tu!

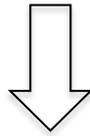
In un problema formulato con attenzione a tutti gli aspetti che abbiamo individuato:

- Il testo racconta una breve storia, in cui il protagonista deve raggiungere uno scopo
- tale scopo non viene raggiunto nella storia...
... la storia è 'aperta'
- in ogni caso la domanda assume la forma "Come può fare xxx a...(raggiungere il suo scopo)?"



PROBLEMA A RIGHE

PROBLEMA A QUADRETTI



PROBLEMA A RIGHE

Mancata integrazione fra
dimensione logica e dimensione
narrativa

Integrazione fra dimensione logica e
narrativa:

→ Racconta di un personaggio che ha uno
scopo, per raggiungere il quale c'è bisogno
della matematica.

→ La domanda in genere è del tipo:

'Come può fare xxx a raggiungere il suo
scopo?'

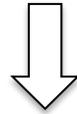
Oppure, per favorire l'immedesimazione :

'Come faresti se tu fossi xxx?'

'Aiuta xxx a...(raggiungere il suo scopo)'

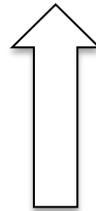
In un problema a righe :

- Il testo racconta una breve storia, in cui il protagonista deve raggiungere uno scopo
- in ogni caso la domanda assume la forma “Come può fare xxx a...?”



- la risposta alla domanda prefigura una possibile direzione da dare agli eventi
- e quindi una possibile conclusione della storia.

La risposta alla domanda costituirà al tempo stesso la soluzione del problema e il completamento della storia. In questo modo si realizza un'integrazione profonda fra dimensione narrativa e dimensione logica.



- la risposta alla domanda prefigura una possibile direzione da dare agli eventi
- e quindi una possibile conclusione della storia.

LA RICOMPENSA

Il papà ha promesso a Marta e a suo fratello maggiore Luca 60 euro, che potranno dividere fra loro se dipingono il cancello e il recinto del giardino.

Tutti contenti i fratelli accettano, ma Marta ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse, dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di dipingere tutto, il papà dice soddisfatto: *'Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Eccovi i 60 euro: 30 per ciascuno.'*

Marta protesta: *'Non è giusto! Io ho lavorato il triplo di lui! Ho lavorato tre pomeriggi e Luca uno solo, e devo avere il triplo dei soldi!'*

Il papà chiede a Luca se è vero, e Luca fa sì con la testa. *'D'accordo, allora'* dice il papà *'Questi sono i 60 euro: tu, Marta, ne prendi il triplo di Luca!'* . E se ne va.

'Ma quanti ne devo prendere allora?' chiede Marta, che non ha mai fatto problemi così difficili.

'Non sarò certo io a dirtelo... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!' risponde Luca tutto soddisfatto.

Marta deve capire quanti soldi le spettano, ma non sa come fare. Aiutala tu!

La risposta alla domanda 'chiude' la storia.

La risposta alla domanda individua una possibile direzione da dare agli eventi
Marta chiederà 45 €

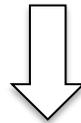
C'è continuità narrativa fra la storia e la domanda



A Marta serve sapere quanti soldi le spettano, perché deve chiedere la sua quota di ricompensa

...e la lunghezza del testo?

- In genere il testo di un problema a righe è più lungo di quello di un problema standard (a quadretti):
- infatti contiene informazioni narrativamente rilevanti...
- ...mentre nel problema standard l'autore si preoccupa solo delle informazioni rilevanti per la soluzione.



aumentano le difficoltà di comprensione?

1. Un testo narrativo coerente è più facile da comprendere rispetto a un testo sintetico ma criptico o artificioso (→ *I tre operai*).

2. Lavorare sulle competenze linguistiche è importante e necessario in ogni disciplina (→ *Indicazioni nazionali*)

Si tratterà di individuare le modalità adeguate per gestire eventuali difficoltà legate alla lunghezza del testo:

- fare una prima lettura ad alta voce
- dedicare tempo alla comprensione del testo
- far rappresentare, drammatizzare...
- ...

aumentano le difficoltà di comprensione?

1. Un testo narrativo coerente è più facile da comprendere rispetto a un testo sintetico ma criptico o artificioso (→ *I tre operai*).

2. Lavorare sulle competenze linguistiche è importante e necessario in ogni disciplina (→ *Indicazioni nazionali*)

3. Quando si affronta un problema reale si devono selezionare le informazioni rilevanti per la soluzione da un contesto denso di informazioni di tutti i tipi...

...far lavorare i bambini su problemi realistici ricchi di dettagli costituisce quindi anche un modo per educarli ad affrontare problemi reali.

aumentano le difficoltà di comprensione?

CONCLUSIONI

Le nostre domande iniziali:

1. Ma è davvero realistica la formulazione tipica dei problemi standard?

No, ci sono diversi elementi di artificiosità.

- artificiosità della situazione e delle informazioni essenziali per risolvere il problema
- artificiosità del modo di dare le informazioni
- artificiosità della domanda

2. La formulazione standard ('realistica') facilita davvero i processi dei bambini, sia nella fase di comprensione che in quella di soluzione?

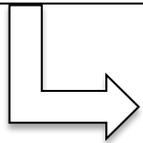
No, gli elementi di artificiosità che abbiamo evidenziato incidono negativamente sulla comprensione del testo...

...e quindi possono ostacolare anche il processo di soluzione.

...la Domanda

Ma allora...

...come possiamo formulare un problema in modo davvero realistico?

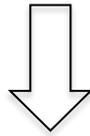


problemi narrativi...

...purché 'ben' formulati, cioè con attenzione:

- al realismo (→verosimiglianza) della situazione e delle informazioni date
- al realismo (→verosimiglianza) del modo di dare le informazioni (autore non maligno → narratore non maligno)
- alle informazioni narrativamente rilevanti, anche se non rilevanti per la soluzione
- agli scopi dei personaggi, cioè all'intenzionalità
- al legame narrativo fra la storia e la domanda

PROBLEMA A QUADRETTI



PROBLEMA A RIGHE

Mancata integrazione fra
dimensione logica e dimensione
narrativa

Integrazione fra dimensione logica e
narrativa:

→ Racconta di un personaggio che ha uno
scopo, per raggiungere il quale c'è bisogno
della matematica.

→ La domanda in genere è del tipo:

'Come può fare xxx a raggiungere il suo
scopo?'

Oppure, per favorire l'immedesimazione :

'Come faresti se tu fossi xxx?'

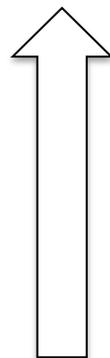
'Aiuta xxx a...(raggiungere il suo scopo)'

Che fare in presenza di un problema a quadretti?

Quando si pone la questione?

- quando un problema ha una struttura matematica significativa...
- ...ma criticità nella formulazione

L'insegnante ha diverse possibilità



...che fare?

1. Possiamo eliminare i dettagli narrativi non rilevanti per la soluzione

...che fare?

Nel parco

(INVALSI 2009-'10, D2, V primaria)

- Davide sta andando in bicicletta nel parco. Si ferma davanti al bivio dove vede queste indicazioni:



a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?

- 5 km
- 9,5 km
- 14,5 km
- 17 km

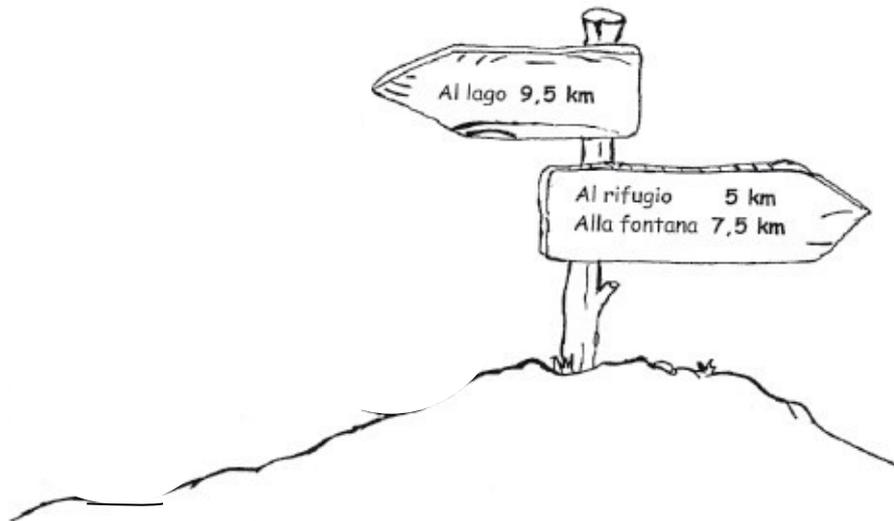
b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?

Risposta: km

Nel parco

(INVALSI 2009-'10, D2, V primaria)

- Nel parco c'è un bivio con queste indicazioni:



a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?

- 5 km
- 9,5 km
- 14,5 km
- 17 km

b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?

Risposta: km

In un acquario ci sono 60 pesci, neri e rossi.
I pesci rossi sono il triplo di quelli neri.
Quanti sono i pesci rossi? Quanti sono quelli neri?



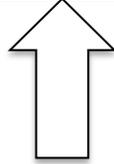
Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanai.
Giulio nel suo salvadanaio ha trovato il triplo di quello che ha trovato Andrea.
Insieme hanno trovato 60 euro.
Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaio?

Tommaso e Giovanni per giocare mettono insieme le loro automobiline.
Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.
Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?
Giovanni ricorda che ne aveva il triplo di Tommaso.
Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

1. Possiamo eliminare i dettagli narrativi non rilevanti per la soluzione
2. Possiamo rinunciare addirittura ad una contestualizzazione concreta

...che fare?

Un numero è triplo di un altro, e la loro somma è 60.
Quali sono i due numeri?



In un acquario ci sono 60 pesci, neri e rossi.
I pesci rossi sono il triplo di quelli neri.
Quanti sono i pesci rossi? Quanti sono quelli neri?

Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanai.
Giulio nel suo salvadanaio ha trovato il triplo di quello che ha trovato Andrea.
Insieme hanno trovato 60 euro.
Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaio?

Tommaso e Giovanni per giocare mettono insieme le loro automobiline.
Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.
Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?
Giovanni ricorda che ne aveva il triplo di Tommaso.
Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

1. Possiamo eliminare i dettagli narrativi non rilevanti per la soluzione
2. Possiamo rinunciare addirittura ad una contestualizzazione concreta
3. Possiamo *non* riformulare, e:
 - essere consapevoli dei possibili ostacoli che il problema presenta
 - lavorare con gli allievi in modo critico sul testo

...che fare?

Lettori esigenti

PARTE 1

Un maestro ha dato alla sua classe un foglio con questo problema:

Le pizze

Un pizzaiolo prepara ogni sera i panetti per fare le pizze.

Sopra ogni pizza mette 10 grammi di capperi.

Stasera ha consumato 1500 grammi di capperi.

Quante pizze ha preparato?

Gli alunni non lo devono risolvere, ma devono dare la loro opinione sul testo: sui dati, sulla domanda, sulla situazione che descrive, ... su tutto quello che vogliono.

Qui di seguito sono riportate le osservazioni che ha fatto Tommaso, numerate da 1 a 6.

Rileggi con attenzione il problema.

Poi leggi le osservazioni di Tommaso, e per ognuna scrivi se sei d'accordo oppure no, e perché.

Lettori esigenti

1) *Perché deve essere così preciso e mettere sempre 10 grammi? E come fa a mettere proprio 10 grammi di capperi?*

Sei d'accordo? Perché?

2) *Perché si parla solo di capperi e non degli altri ingredienti?*

3) *Chissà a chi interessa sapere quante pizze ha preparato il pizzaiolo... Al pizzaiolo non credo che interessi, perché secondo me lo sa già: le ha preparate lui!*

Sei d'accordo? Perché?

4) *Insomma, secondo me è un problema assurdo: nessun pizzaiolo mai si potrebbe trovare in una situazione come quella, a pesare capperi ogni volta che fa una pizza, e poi a controllare alla fine quanti ne ha consumati!*

Sei d'accordo? Perché?

Al posto di Tommaso avresti fatto altre osservazioni?

Lettori esigenti

PARTE 2

Ora sei tu che devi fare delle osservazioni su un problema.

Il problema è questo:

I grappoli di uva

Giovanni, dopo la vendemmia, ha preparato 24 cestini di uva da dare ai suoi invitati per la festa della vendemmia. Vuole regalare 2 cestini a ciascun invitato.

Quanti sono gli invitati?

Se ogni cestino pesa 1,5 Kg, quanti chilogrammi di uva userà per confezionare tutti i cestini?

Non devi risolverlo, ma devi dare la tua opinione sul testo: sui dati, sulla domanda, sulla situazione che descrive, ... su tutto quello che vuoi.

1. Possiamo eliminare i dettagli narrativi non rilevanti per la soluzione
2. Possiamo rinunciare addirittura ad una contestualizzazione concreta
3. Possiamo *non* riformulare, e:
 - essere consapevoli dei possibili ostacoli che il problema presenta
 - lavorare con gli allievi in modo critico sul testo
4. Possiamo riformulare in modo da ottenere un problema “a righe”

...che fare?

A volte la riformulazione è semplice...

La marmellata di pesche

Per preparare la marmellata di pesche la nonna ha usato 10 kg di pesche e 5 kg di zucchero.

La marmellata che si ottiene (togliendo gli scarti e tenendo conto della cottura) è $\frac{3}{5}$ del peso iniziale di pesche e zucchero.

Quanti vasetti della capacità di 250 grammi ha utilizzato la nonna?

A chi serve saperlo? La nonna li ha già utilizzati!

Basta 'aprire' la storia...

...formulando la domanda in modo che conoscere la risposta serva al protagonista per raggiungere il suo scopo.

La marmellata di pesche

Per preparare la marmellata di pesche la nonna ha usato 10 kg di pesche e 5 kg di zucchero.

La marmellata che si ottiene (togliendo gli scarti e tenendo conto della cottura) è $\frac{3}{5}$ del peso iniziale di pesche e zucchero.

Quanti vasetti della capacità di 250 grammi ha utilizzato la nonna?

La marmellata di pesche (riformulazione 1)

La nonna deve preparare la marmellata di pesche con 10 kg di pesche e 5 kg di zucchero.

La marmellata che si ottiene (togliendo gli scarti e tenendo conto della cottura) è $\frac{3}{5}$ del peso iniziale complessivo di pesche e zucchero.

Quanti vasetti della capacità di 250 grammi servono alla nonna?

La riformulazione può essere complessa...

A In un acquario ci sono 60 pesci, neri e rossi.
I pesci rossi sono il triplo di quelli neri.
Quanti sono i pesci rossi? Quanti sono quelli neri?

B Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanai.
Giulio nel suo salvadanaio ha trovato il triplo di quello che ha trovato Andrea.
Insieme hanno trovato 60 euro.
Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaio?

C Tommaso e Giovanni per giocare mettono insieme le loro automobiline.
Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.
Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?
Giovanni ricorda che ne aveva il triplo di Tommaso.
Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

...e può cambiare la storia originaria:

LA RICOMPENSA

Il papà ha promesso a Marta e a suo fratello maggiore Luca 60 euro, che potranno dividere fra loro se dipingono il cancello e il recinto del giardino.

Tutti contenti i fratelli accettano, ma Marta ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse, dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di dipingere tutto, il papà dice soddisfatto: *'Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Eccovi i 60 euro: 30 per ciascuno.'*

Marta protesta: *'Non è giusto! Io ho lavorato il triplo di lui! Ho lavorato tre pomeriggi e Luca uno solo, e devo avere il triplo dei soldi!'*

Il papà chiede a Luca se è vero, e Luca fa sì con la testa.

'D'accordo, allora' dice il papà *'Questi sono i 60 euro: tu, Marta, ne prendi il triplo di Luca!'* . E se ne va.

'Ma quanti ne devo prendere allora?' chiede Marta, che non ha mai fatto problemi così difficili.

'Non sarò certo io a dirtelo... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!' risponde Luca tutto soddisfatto.

Marta deve capire quanti soldi le spettano, ma non sa come fare. Aiutala tu!

Se la riformulazione è complessa...
...ne deve valere la pena!

...che fare?

Quando 'ne vale la pena'?

- In presenza di un problema significativo dal punto di vista matematico
- In particolare quando il problema vuole introdurre o comunque far lavorare su un concetto particolarmente significativo:
 - La proporzionalità
 - Il concetto di area, la differenza area/ perimetro
 - Le frazioni (e le operazioni...)
 - ...
- In presenza di allievi 'narrativi'
- In presenza di allievi che hanno un rapporto negativo con la matematica
- Quando si vuol far lavorare gli allievi sulla modellizzazione

In sintesi: alcuni suggerimenti

- L'aspetto matematico su cui si vuole lavorare dev'essere significativo
- Lasciare 'aperta' la storia

In sintesi: alcuni suggerimenti

- L'aspetto matematico su cui si vuole lavorare dev'essere significativo
- Lasciare 'aperta' la storia
- Scegliere un contesto adeguato al concetto matematico su cui vogliamo lavorare

Scegliere un contesto adeguato al concetto 'matematico' su cui vogliamo lavorare

In un acquario ci sono 60 pesci, neri e rossi.
I pesci rossi sono il triplo di quelli neri.
Quanti sono i pesci rossi? Quanti sono quelli neri?

Giulio e Andrea hanno aperto insieme i loro salvadanai.
Giulio nel suo salvadanaio ha trovato il triplo di quello che ha trovato Andrea.
Insieme hanno trovato 60 euro.
Quanto aveva Andrea nel suo salvadanaio?

Tommaso e Giovanni per giocare mettono insieme le loro automobiline.
Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.
Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?
Giovanni ricorda che ne aveva il triplo di Tommaso.
Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

UNA FORMULAZIONE CHE SUPERA LE CRITICITÀ EVIDENZIATE

LA RICOMPENSA

Il papà ha promesso a Marta e a suo fratello maggiore Luca 60 euro, che potranno dividere fra loro se dipingono il cancello e il recinto del giardino.

Tutti contenti i fratelli accettano, ma Marta ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse, dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di dipingere tutto, il papà dice soddisfatto: *'Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Eccovi i 60 euro: 30 per ciascuno.'*

Marta protesta: *'Non è giusto! Io ho lavorato il triplo di lui! Ho lavorato tre pomeriggi e Luca uno solo, e devo avere il triplo dei soldi!'*

Il papà chiede a Luca se è vero, e Luca fa sì con la testa.

'D'accordo, allora' dice il papà *'Questi sono i 60 euro: tu, Marta, ne prendi il triplo di Luca!'* . E se ne va.

'Ma quanti ne devo prendere allora?' chiede Marta, che non ha mai fatto problemi così difficili.

'Non sarò certo io a dirtelo... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!' risponde Luca tutto soddisfatto.

Marta deve capire quanti soldi le spettano, ma non sa come fare. Aiutala tu!

In sintesi: alcuni suggerimenti

- L'aspetto matematico su cui si vuole lavorare dev'essere significativo
- Lasciare 'aperta' la storia
- Scegliere un contesto adeguato al concetto matematico su cogliamo lavorare
- Non aver paura della complessità

Non aver paura della complessità

I problemi reali sono per loro natura complessi.

È importante tener conto di questo se vogliamo rendere il problema verosimile, cioè autentico, più *realistico*.

Anna ha 8 euro.
Marco ha 7 euro.

Quanti euro hanno in tutto?

In due hanno 17
euro?



Anna e Marco vorrebbero comprare per il compleanno della nonna un profumo che le piace molto e che si chiama “*Gelsomino*”.

Si sono informati in una profumeria e hanno visto che la confezione più piccola costa 17 euro.

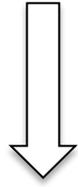
Anna ha 8 euro e Marco 7.

Marco chiede a Anna:

“Ma ci basteranno i soldi che abbiamo?”

Non voglio fare una brutta figura se lo chiediamo e poi non possiamo pagare!!”

Puoi aiutare Marco a risolvere il suo problema?



I problemi più autentici in genere hanno una maggiore complessità matematica

È una complessità che non deve spaventare:

- perché è quella che dà senso alla richiesta
- e quindi sostiene la comprensione del problema
- ...permettendo così al bambino di far riferimento al proprio vissuto e di mobilitare le proprie risorse.

Vacanze al campeggio

Tommaso ha deciso di passare una decina di giorni in campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni. Se prenderanno una tenda con 4 posti letto, allora prevedono di spendere 15 euro al giorno per l'affitto della piazzola, 18 euro a testa per i pasti e 8 euro al giorno per l'ombrellone.

Quanto spendono i 4 ragazzi per stare al mare?

Vacanze al campeggio (riformulazione)

Tommaso, Alessio, Marco e Giovanni hanno deciso di passare 10 giorni in campeggio al mare.

Telefonano al campeggio Miramare per avere un'idea della spesa, e il proprietario dice che può fare un prezzo complessivo di 1000 euro, che comprende il posto per la tenda, 2 pasti al giorno per tutti e 4, e anche un ombrellone sulla spiaggia.

Telefonano quindi all'altro campeggio del paesino, il campeggio Spiaggiabella. Il proprietario spiega che per l'affitto della piazzola si spendono 15 euro al giorno, per i due pasti 18 euro a testa al giorno, e l'ombrellone costa 8 euro al giorno.

I ragazzi vogliono scegliere il campeggio più economico.

Come possono fare per decidere qual è?

Grazie dell'attenzione!