GIOVANNI ALBINI

CONSERVATORIO “J. TOMADINI” DI UDINE / CONSERVATORIO “F. VITTADINI” DI PAVIA / EESTI MUUSIKA- JA TEATRIAKADEEMIA

MUSICA E MATEMATICA

ESPERIENZE DIDATTICHE INTERDISCIPLINARI

bach: A Procedural Video Game Featuring Music Visualization for an Interdisciplinary Computer Based Approach to the Mathemusical Education

Giovanni Albini
Conservatorio "Jacopo Tomadini", Udine, Italy
Eesti Muusika- ja Teatriakadeemia, Tallinn, Estonia
mail@giovannialbini.it

ABSTRACT

bach, a side-scroller video game developed by the author aiming to strengthen the interdisciplinary teaching of musical and mathematical knowledge, is introduced. Its gaming experience and the implications of its procedural level generation in the context of music visualization are then discussed in terms of their potential educational effectiveness with reference to experimentation results of a case study.

1. INTRODUCTION

Game-based learning environments provide a powerful resource for teaching and learning and have given rise in the last three decades to a specific and established area of research. It has been shown that "video games have the capacity to engage children in learning experiences", [1], and that they "not only teach content [...] but they may also teach us to learn, accelerating cognitive development", [2]. "Some evidence suggests that important skills may be built or reinforced by video games", [1], promoting "problem-solving, goal-oriented behavior, engagement and motivation", [3], and "research has shown how targeted games (i.e., games focused around particular concepts) might be used to create conceptual change", [4] But, although that should be all the more true in music learning, where the recreational element itself is foundational and underlined in many languages by musical words - *play*, *spielen*, *jouer*, etc. - it is well known that the recreational element is often overlooked in the teaching of music theory, [5], and that the potential of video games as tools to support and enrich formal music education have been mostly neglected, [6].

In this connection, the aim of this paper is to present *bach*, a video game designed by the author [1] to support interdisciplinary teaching of some fundamentals of counterpoint and Cartesian geometry. In fact, in [7] the author proposed an activity that was tested in 2007 for the second and third years of the junior secondary school in which mathematics assisted music learning and conversely music theory supported learning mathematics, through a graphical visualization of Bach's works in the Cartesian plane. More specifically, it was targeted to "reinforce the [student's] ability to identify and analyze the perceptual properties of the musical sound through their abstraction and formal representation, [...] as well as to develop the mathematical skills in discerning invariant properties through the study of music and counterpoint" [2] [7]. *bach* has thus been designed with the goal to aid and strengthen such activity.

2. THE GAMEPLAY

The setting and the core of the gameplay of *bach* are briefly explained in its short tutorial: "*bach* [...] is a little bird who loves the music of J.S. Bach. In his dreams he flies over huge sounding cities born from the music of the German Maestro. Each note is a building: tall if the pitch is high and large if the note is long. He has to fly as close as possible to the skyline to truly enjoy the music he loves and to keep his dream afloat". MIDI files storing some of the keyboard music by Bach [3] are visualized as city skylines. *bach* moves horizontally at a constant speed (the tempo of the score) and while he flies over a building the associated note is played. Therefore, levels can be intended as a sort of city-like piano roll. Tapping and holding the screen makes *bach* ascend, otherwise he slowly loses altitude. A life-bar is given at the bottom of the screen: flying far from buildings, ascending and colliding consumes it, while flying close to the skyline replenishes it. If the life-bar runs out the player loses. The goal is to reach the end of the level (hence ending the listening of the score).

3. A CASE STUDY

To preliminarily test the effectiveness of *bach*, a study took place in two classes of the third year of a junior secondary school, 3A and 3B. [4] The activity described in [7] was condensed in two hours and carried out in the two classes independently. For pupils of class 3A the activity started introducing *bach* and always referring to it while introducing

[1] *bach* has been developed in *Unity* game engine with *C#* language and built for Android, iOS, MacOS and Windows. It has been selected to be presented publicly for the first time at the third *Biennale d'Arte Contemporanea di Salerno*, Video Games and New Technologies of Art and Media section, October, 6th - November, 18th 2018.

[2] This author's translation.

[3] At present, they are: Inventions and Sinfonias, BWV 772-801, and Preludes and Fugues from the *The Well Tempered Clavier*, BWV 846-893. However, the software can generate levels from any MIDI file.

[4] The activity took place on September, 21st 2018 in the classes 3A (25 pupils) and 3B (24 pupils) of the *Scuola Secondaria di Primo Grado "Pacifico Valussi"* in Udine. Professors Luigina Rascbun, Domenica Di Vano and Mariateresa Squadrito assisted the author in carrying it out.

Copyright: © 2018 Giovanni Albini et al. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License 3.0 Unported, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

G. Albini: bach: A Procedural Video Game Featuring Music Visualization for an Interdisciplinary Computer Based Approach to the Mathemusical Education. In: Federico Fontana and Andrea Gulli (eds.), Machine Sounds, Sound Machines. Atti del XXII CIM – Colloquio di Informatica Musicale, DADI – Dip. Arti e Design Industriale. Università IUAV di Venezia, 2019, pp. 187-188.

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE
VOL. 33A N. 1
GENNAIO 2010

Musica e Matematica: una proposta didattica

Giovanni Albini

1. Introduzione

La mia attività di compositore e i miei studi universitari paralleli in matematica mi hanno condotto a prestare una particolare attenzione ai legami tra le due discipline. Un'attenzione innanzitutto di tipo teorico, attraverso la ricerca nell'ambito della teoria musicale studiata da un punto di vista matematico come illustrato nelle mie tesi di laurea triennale e specialistica (nonché in una serie di seminari tenuti per accademie e università), e un'attenzione di tipo pratico, nella definizione del mio stile, applicando alcuni risultati delle mie ricerche matematiche sulla teoria musicale alla composizione. I forti legami che andavo mano a mano scoprendo mi hanno anche indotto ad esperienze di proposte interdisciplinari nella scuola secondaria: questa proposta didattica nasce proprio a partire da un ciclo di cinque incontri di due ore ciascuno dal titolo "Matematica e Musica" che ho tenuto tra febbraio e marzo 2007 in una seconda classe della scuola media statale "G. Plana" di Voghera. Gli insegnanti coinvolti nel progetto sono stati la Prof.ssa Flavia Cantarella (per l'educazione musicale) e la Prof.ssa Laura Tiengo (per le scienze matematiche, chimiche, fisiche e naturali). Il modello di intervento didattico che mi accingo a descrivere nasce quindi proprio, attraverso opportuni aggiustamenti, da tale esperienza.

Lo scopo della presente proposta didattica è quello di rafforzare alcune competenze matematiche in possesso degli studenti mediante una loro applicazione per la rappresentazione di strutture musicali, e viceversa fissare e approfondire specifiche competenze musicali degli studenti mediante l'ausilio di strumenti matematici. La musica, difatti, si configura come l'applicazione di regole, di codici, processi, automatismi, e sistemi che lasciano trasparire le strutture su cui si fonda, e che evidentemente suggeriscono un legame con la matematica. Come già ben sottolineato in [Clavarino, Somaglia 2001] guardare un'opera d'arte, e quindi in linea più generale anche la teoria musicale, da un punto di vista matematico porta proprio a «mostrare la sottostante teoria dell'arte, a

G. Albini: Musica e Matematica: una Proposta Didattica. In: L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, Vol. 33A N.1, gennaio 2010. pp. 65-83.

Febbraio/Marzo 2007
Incontri alla scuola media
“G. Plana” di Voghera

Gennaio 2010
Pubblicazione

Primavera 2017
Corso di aggiornamento
“F. Casorati” di Pavia

Estate 2018
Programmazione di *bach*

Ottobre 2018
Premi per *bach*

Settembre 2018
Incontri alla scuola media
“P. Valussi” di Udine

Novembre 2018
Pubblicazione

bach: A Procedural Video Game Featuring Music Visualization for an Interdisciplinary Computer Based Approach to the Mathemusical Education

Giovanni Albini
Conservatorio "Jacopo Tomadini", Udine, Italy
Eesti Muusika- ja Teatriakadeemia, Tallinn, Estonia
mail@giovannialbini.it

ABSTRACT

bach, a side-scroller video game developed by the author aiming to strengthen the interdisciplinary teaching of musical and mathematical knowledge, is introduced. Its gaming experience and the implications of its procedural level generation in the context of music visualization are then discussed in terms of their potential educational effectiveness with reference to experimentation results of a case study.

1. INTRODUCTION

Game-based learning environments provide a powerful resource for teaching and learning and have given rise in the last three decades to a specific and established area of research. It has been shown that "video games have the capacity to engage children in learning experiences", [1], and that they "not only teach content [...] but they may also teach us to learn, accelerating cognitive development", [2]. "Some evidence suggests that important skills may be built or reinforced by video games", [1], promoting "problem-solving, goal-oriented behavior, engagement and motivation", [3], and "research has shown how targeted games (i.e., games focused around particular concepts) might be used to create conceptual change", [4] But, although that should be all the more true in music learning, where the recreational element itself is foundational and underlined in many languages by musical words - *play*, *spielen*, *jouer*, etc. - it is well known that the recreational element is often overlooked in the teaching of music theory, [5], and that the potential of video games as tools to support and enrich formal music education have been mostly neglected, [6].

In this connection, the aim of this paper is to present *bach*, a video game designed by the author [1] to support interdisciplinary teaching of some fundamentals of counterpoint and Cartesian geometry. In fact, in [7] the author proposed an activity that was tested in 2007 for the second and third years of the junior secondary school in which mathematics assisted music learning and conversely music theory supported learning mathematics, through a graphical visualization of Bach's works in the Cartesian plane. More specifically, it was targeted to "reinforce the [student's] ability to identify and analyze the perceptual properties of the musical sound through their abstraction and formal representation, [...] as well as to develop the mathematical skills in discerning invariant properties through the study of music and counterpoint" [2] [7]. *bach* has thus been designed with the goal to aid and strengthen such activity.

2. THE GAMEPLAY

The setting and the core of the gameplay of *bach* are briefly explained in its short tutorial: "*bach* [...] is a little bird who loves the music of J.S. Bach. In his dreams he flies over huge sounding cities born from the music of the German Maestro. Each note is a building: tall if the pitch is high and large if the note is long. He has to fly as close as possible to the skyline to truly enjoy the music he loves and to keep his dream afloat". MIDI files storing some of the keyboard music by Bach [3] are visualized as city skylines. *bach* moves horizontally at a constant speed (the tempo of the score) and while he flies over a building the associated note is played. Therefore, levels can be intended as a sort of city-like piano roll. Tapping and holding the screen makes *bach* ascend, otherwise he slowly loses altitude. A life-bar is given at the bottom of the screen: flying far from buildings, ascending and colliding consumes it, while flying close to the skyline replenishes it. If the life-bar runs out the player loses. The goal is to reach the end of the level (hence ending the listening of the score).

3. A CASE STUDY

To preliminarily test the effectiveness of *bach*, a study took place in two classes of the third year of a junior secondary school, 3A and 3B. [4] The activity described in [7] was condensed in two hours and carried out in the two classes independently. For pupils of class 3A the activity started introducing *bach* and always referring to it while introducing

[1] *bach* has been developed in *Unity* game engine with *C#* language and built for Android, iOS, MacOS and Windows. It has been selected to be presented publicly for the first time at the third *Biennale d'Arte Contemporanea di Salerno*, Video Games and New Technologies of Art and Media section, October, 6th - November, 18th 2018.

Copyright: © 2018 Giovanni Albini et al. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License 3.0 Unported, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

[2] This author's translation.

[3] At present, they are: Inventions and Sinfonias, BWV 772-801, and Preludes and Fugues from the *The Well-Tempered Clavier*, BWV 846-893. However, the software can generate levels from any MIDI file.

[4] The activity took place on September, 21st 2018 in the classes 3A (25 pupils) and 3B (24 pupils) of the *Scuola Secondaria di Primo Grado "Pacifico Valussi"* in Udine. Professors Luigina Raschiani, Domenica Di Vano and Mariseonnetta Squadrito assisted the author in carrying it out.

G. Albini: bach: A Procedural Video Game Featuring Music Visualization for an Interdisciplinary Computer Based Approach to the Mathemusical Education. In: Federico Fontana and Andrea Gulli (eds.), Machine Sounds, Sound Machines. Atti del XXII CIM – Colloquio di Informatica Musicale, DADI – Dip. Arti e Design Industriale. Università IUAV di Venezia, 2019, pp. 187-188.

Musica e Matematica: una proposta didattica

Giovanni Albini

1. Introduzione

La mia attività di compositore e i miei studi universitari paralleli in matematica mi hanno condotto a prestare una particolare attenzione ai legami tra le due discipline. Un'attenzione innanzitutto di tipo teorico, attraverso la ricerca nell'ambito della teoria musicale studiata da un punto di vista matematico come illustrato nelle mie tesi di laurea triennale e specialistica (nonché in una serie di seminari tenuti per accademie e università), e un'attenzione di tipo pratico, nella definizione del mio stile, applicando alcuni risultati delle mie ricerche matematiche sulla teoria musicale alla composizione. I forti legami che andavo mano a mano scoprendo mi hanno anche indotto ad esperienze di proposte interdisciplinari nella scuola secondaria: questa proposta didattica nasce proprio a partire da un ciclo di cinque incontri di due ore ciascuno dal titolo "Matematica e Musica" che ho tenuto tra febbraio e marzo 2007 in una seconda classe della scuola media statale "G. Plana" di Voghera. Gli insegnanti coinvolti nel progetto sono stati la Prof.ssa Flavia Cantarella (per l'educazione musicale) e la Prof.ssa Laura Tiengo (per le scienze matematiche, chimiche, fisiche e naturali). Il modello di intervento didattico che mi accingo a descrivere nasce quindi proprio, attraverso opportuni aggiustamenti, da tale esperienza.

Lo scopo della presente proposta didattica è quello di rafforzare alcune competenze matematiche in possesso degli studenti mediante una loro applicazione per la rappresentazione di strutture musicali, e viceversa fissare e approfondire specifiche competenze musicali degli studenti mediante l'ausilio di strumenti matematici. La musica, difatti, si configura come l'applicazione di regole, di codici, processi, automatismi, e sistemi che lasciano trasparire le strutture su cui si fonda, e che evidentemente suggeriscono un legame con la matematica. Come già ben sottolineato in [Clavarino, Somaglia 2001] guardare un'opera d'arte, e quindi in linea più generale anche la teoria musicale, da un punto di vista matematico porta proprio a «mostrare la sottostante teoria dell'arte, a

G. Albini: Musica e Matematica: una Proposta Didattica. In: L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, Vol. 33A N.1, gennaio 2010. pp. 65-83.

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA
E DELLE SCIENZE INTEGRATE

VOL.33 A N.1
GENNAIO 2010

Musica e Matematica: una proposta didattica

Giovanni Albini

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA
E DELLE SCIENZE INTEGRATE

VOL.33 A N.1
GENNAIO 2010

Musica e Matematica: una proposta didattica

Prerequisiti richiesti che con l'esperienza interdisciplinare ci si propone di rafforzare (in riferimento al D.M. 9/2/1979)

- per la musica:

1. la capacità di osservare e analizzare il suono nei suoi vari parametri (altezza, intensità, timbro, durata);
2. la comprensione della corrispondenza suono-segno e le capacità per un uso consapevole della notazione musicale di tipo tradizionale;
3. una conoscenza elementare delle tecniche contrappuntistiche.

- per la matematica:

1. la capacità di riconoscere proprietà varianti ed invarianti, analogie e differenze;
2. le competenze nell'uso del piano cartesiano per esprimere e rappresentare leggi e relazioni;
3. la conoscenza delle trasformazioni geometriche piane, ed eventualmente la loro rappresentazione analitica in particolari.

I QUATTRO CARATTERI DISTINTIVI DEL SUONO (IN MUSICA)

ALTEZZA

DURATA

INTENSITÀ

TIMBRO

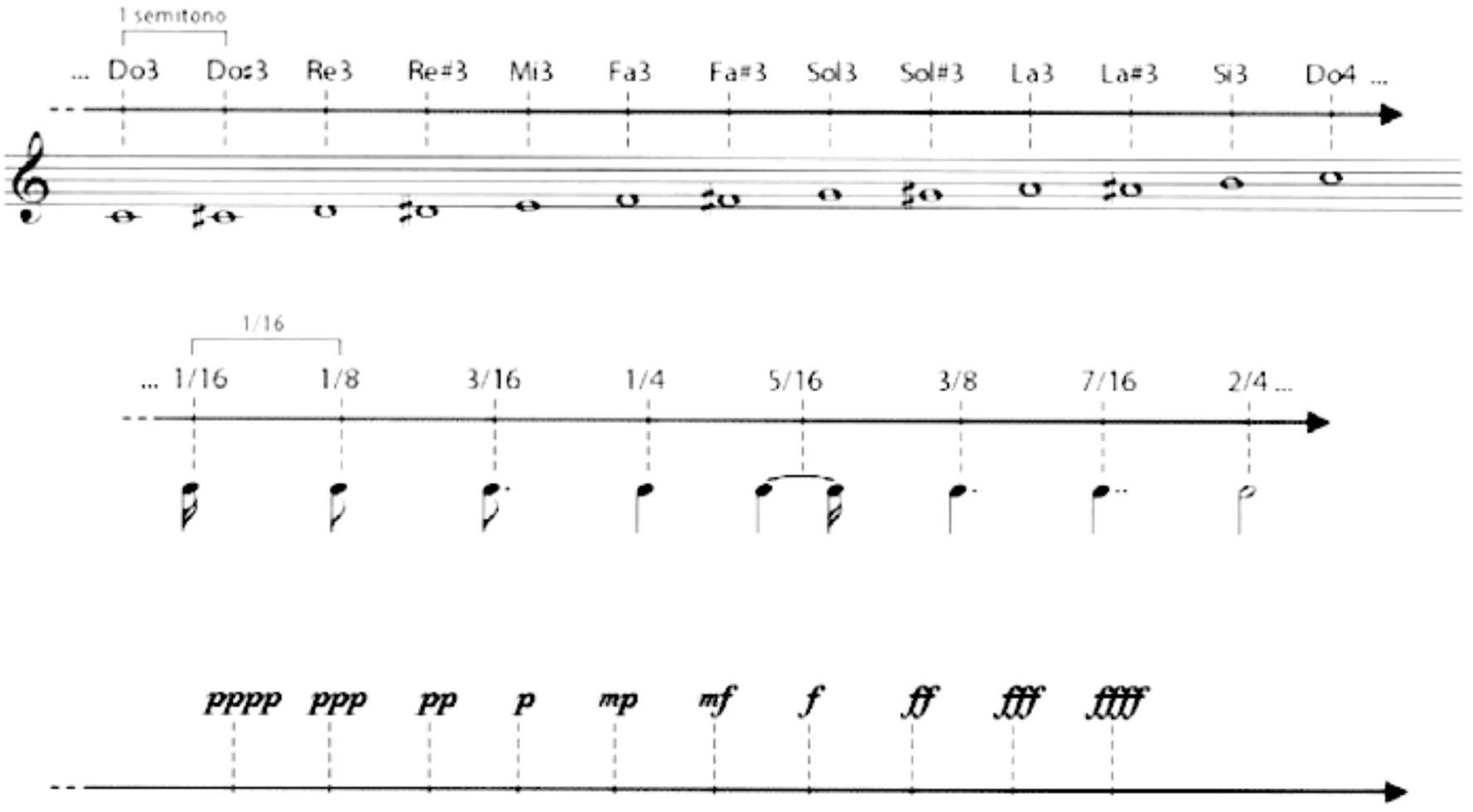
ALTEZZA

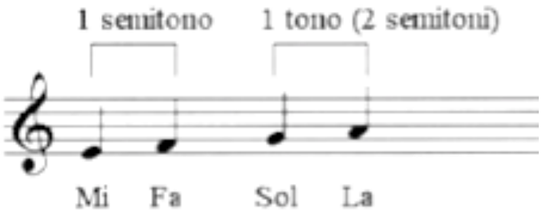
DURATA

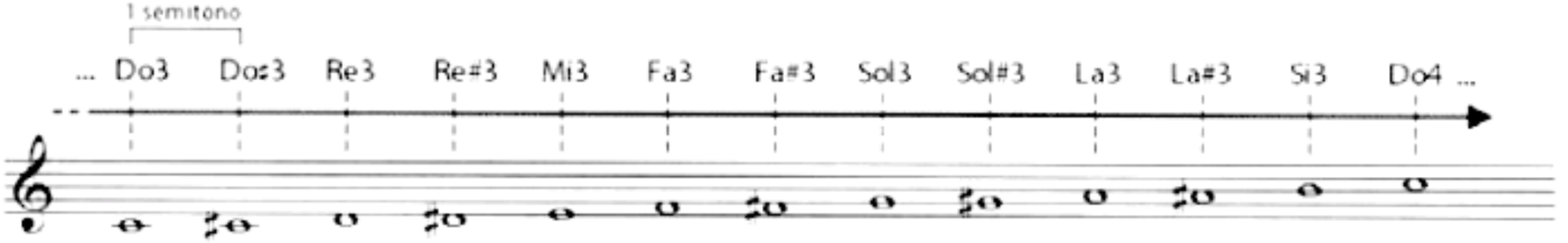
INTENSITÀ

TIMBRO

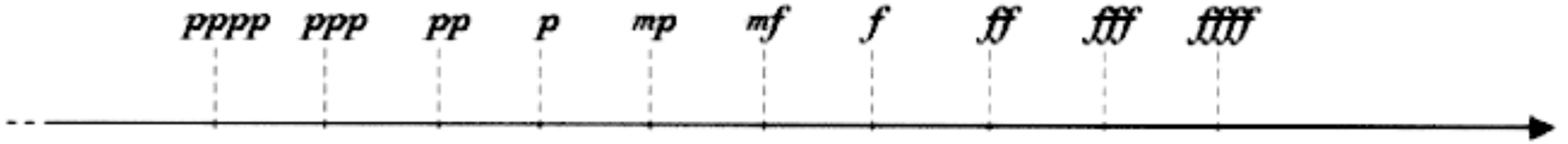
rappresentazione quantitativa per mezzo di una relazione d’ordine

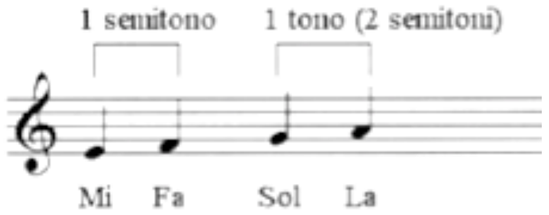

1 semitono
... Do3 Do♯3 Re3 Re♯3 Mi3 Fa3 Fa♯3 Sol3 Sol♯3 La3 La♯3 Si3 Do4 ...
1/16
... 1/16 1/8 3/16 1/4 5/16 3/8 7/16 2/4 ...
pppp ppp pp p mp mf f ff fff ffff

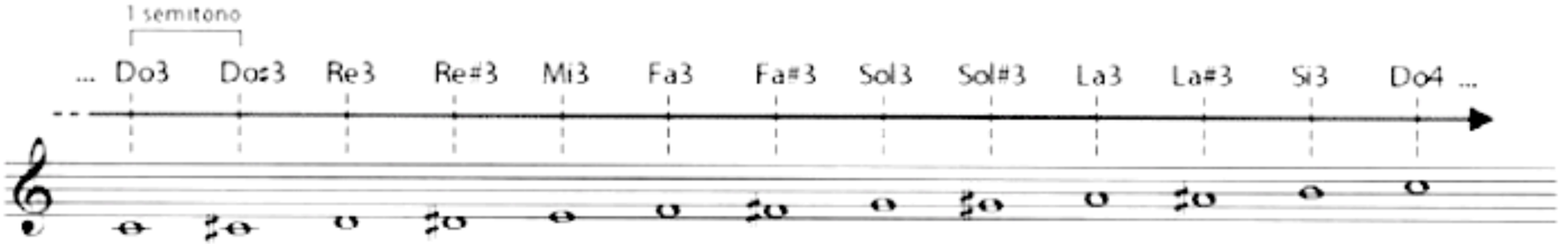

1 semitono
1 tono (2 semitoni)
Mi
Fa
Sol
La

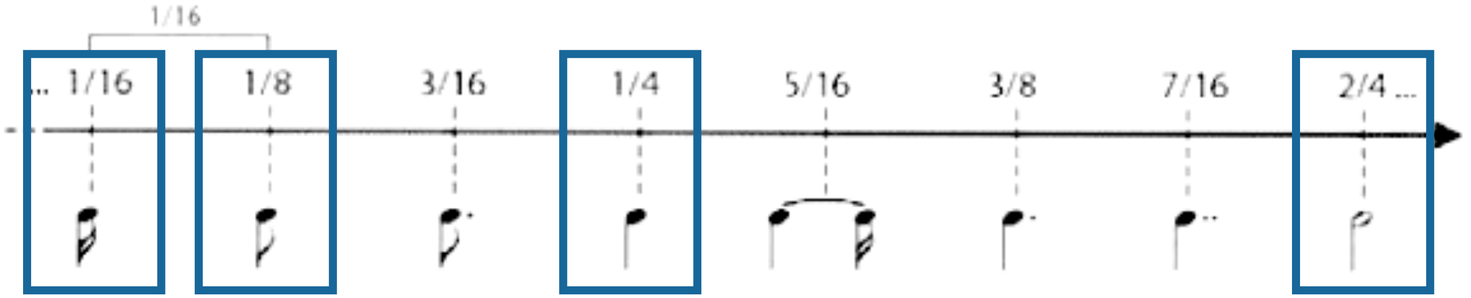

1 semitono
... Do3
Do#3
Re3
Re#3
Mi3
Fa3
Fa#3
Sol3
Sol#3
La3
La#3
Si3
Do4 ...

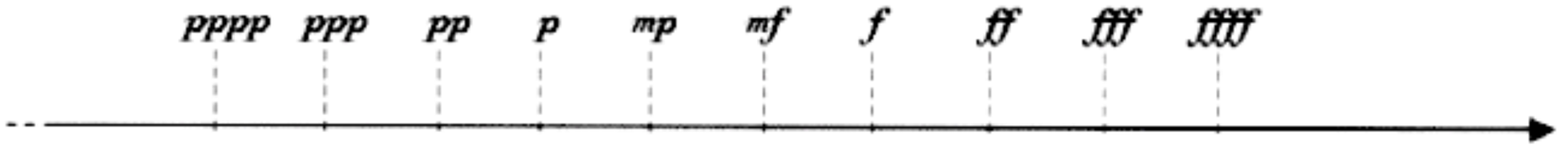

1/16
... 1/16
1/8
3/16
1/4
5/16
3/8
7/16
2/4 ...


pppp
ppp
pp
p
mp
mf
f
ff
fff
ffff

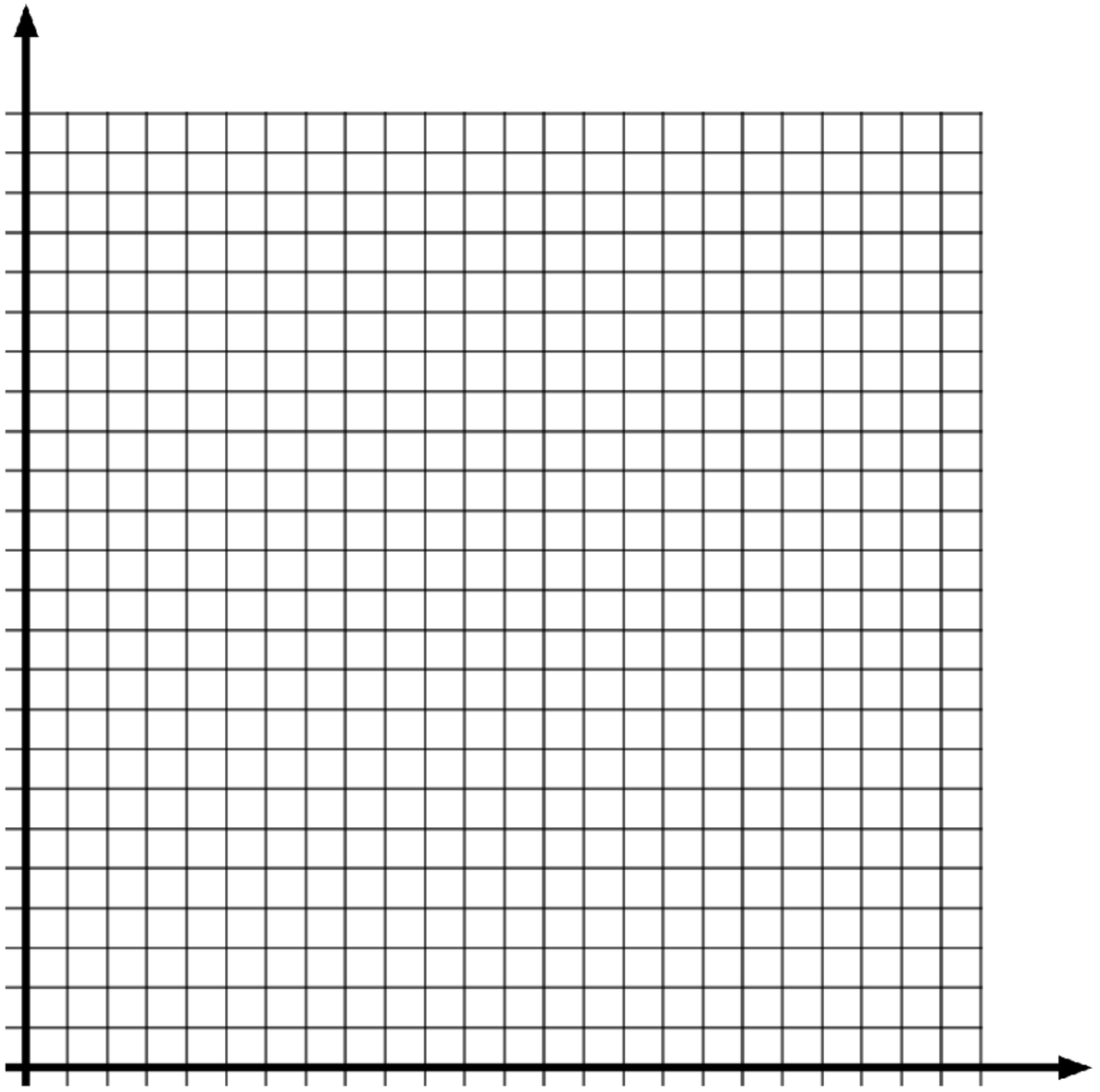

1 semitono
1 tono (2 semitoni)
Mi
Fa
Sol
La

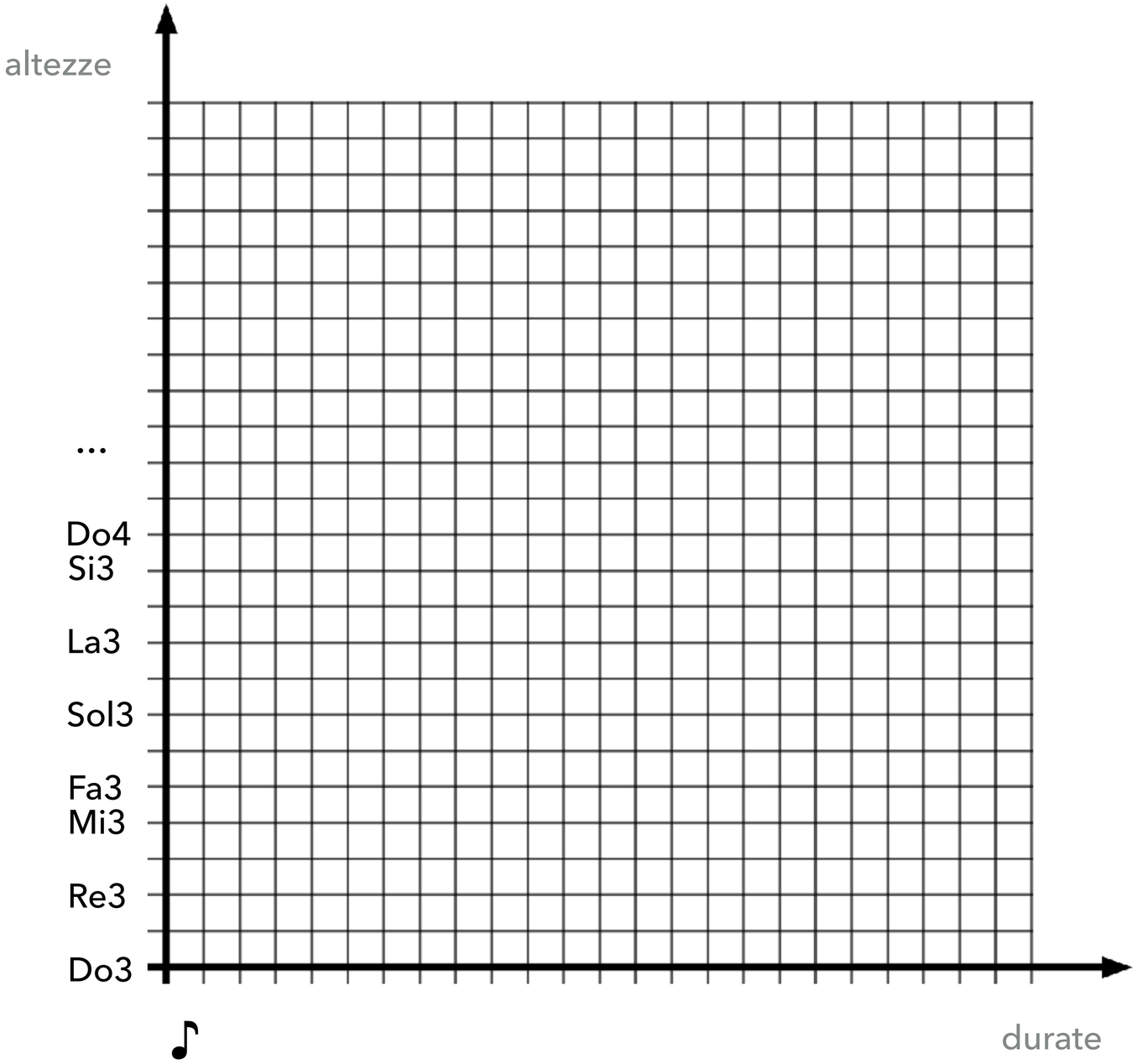

1 semitono
... Do3
Do#3
Re3
Re#3
Mi3
Fa3
Fa#3
Sol3
Sol#3
La3
La#3
Si3
Do4 ...

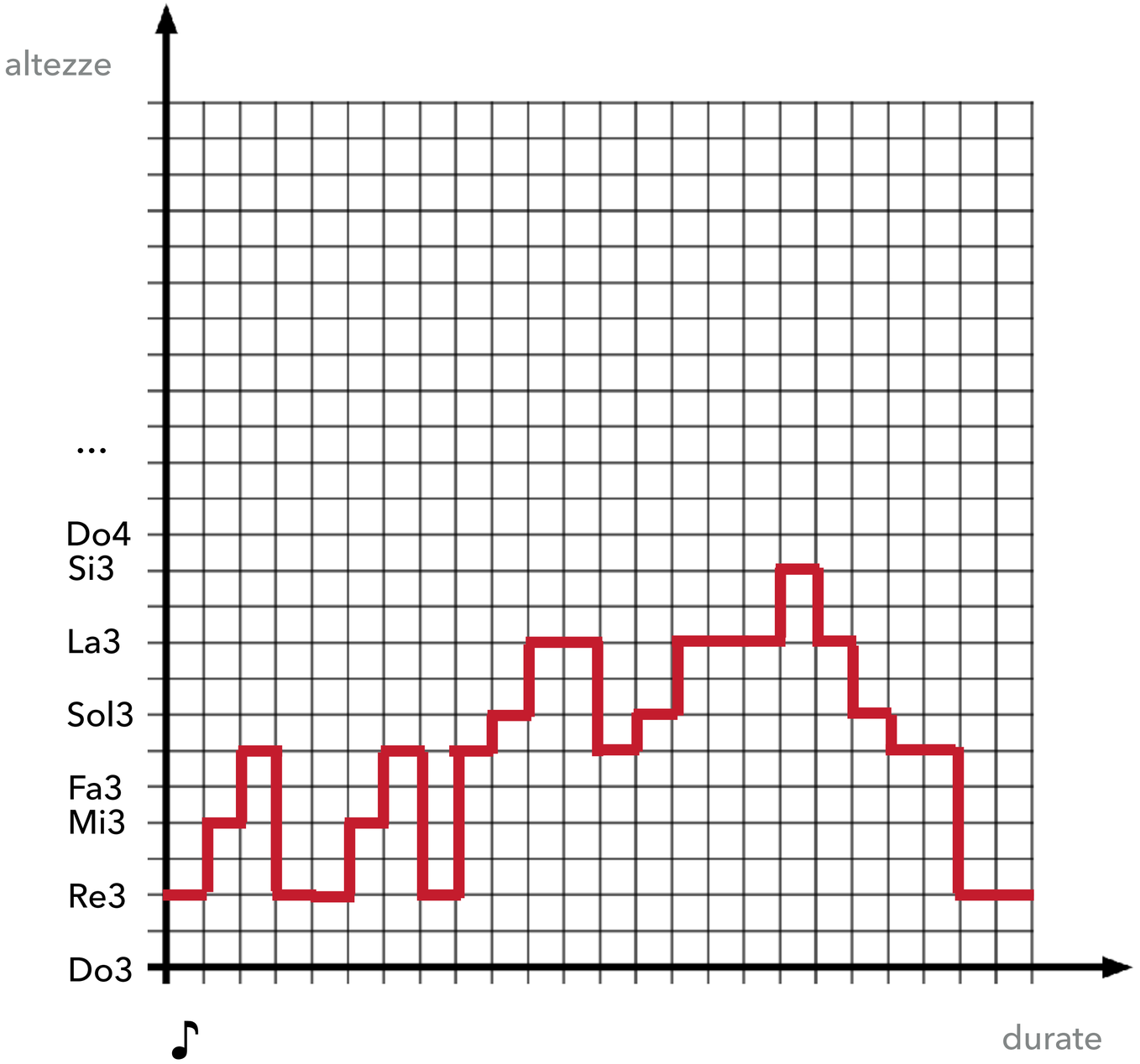

1/16
... 1/16
1/8
3/16
1/4
5/16
3/8
7/16
2/4 ...

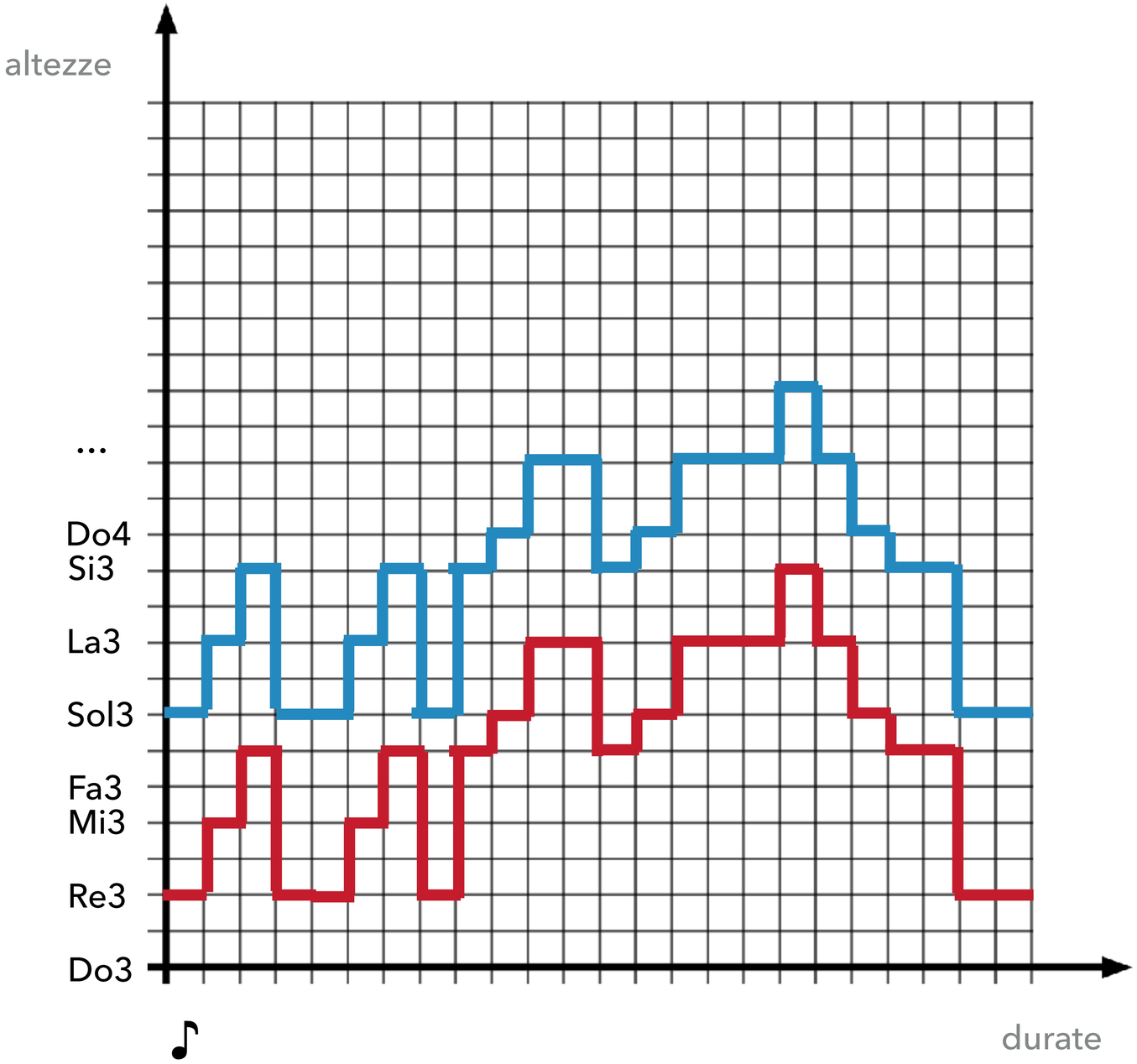

pppp
ppp
pp
p
mp
mf
f
ff
fff
ffff

ALTEZZE E DURATE NEL PIANO CARTESIANO

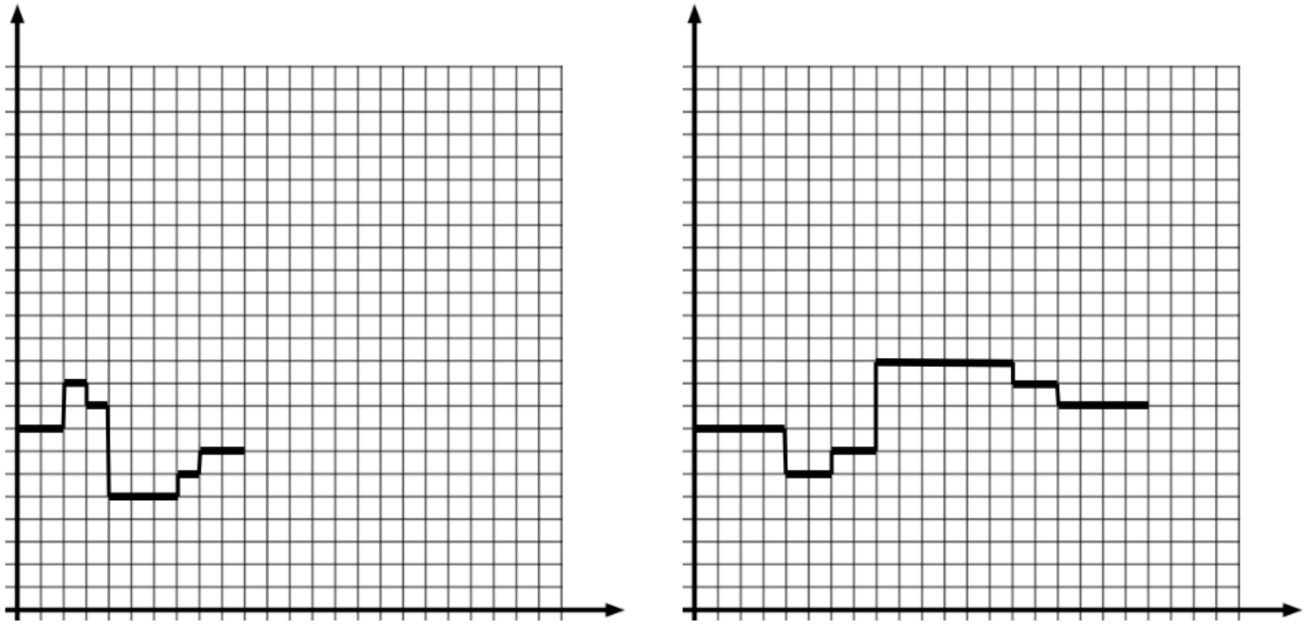



altezze
...
Do4
Si3
La3
Sol3
Fa3
Mi3
Re3
Do3
durate


altezze
...
Do4
Si3
La3
Sol3
Fa3
Mi3
Re3
Do3
durate


altezze
...
Do4
Si3
La3
Sol3
Fa3
Mi3
Re3
Do3
durate

4) Osserva attentamente le seguenti due rappresentazioni:



Matematicamente, quella a destra corrisponde, rispetto a quella a sinistra, ad una:

□ Combinazione di una traslazione e di uno stiramento.

□ Combinazione di una simmetria rispetto ad un'asse parallelo a quello delle ascisse e di uno stiramento.

□ Traslazione.

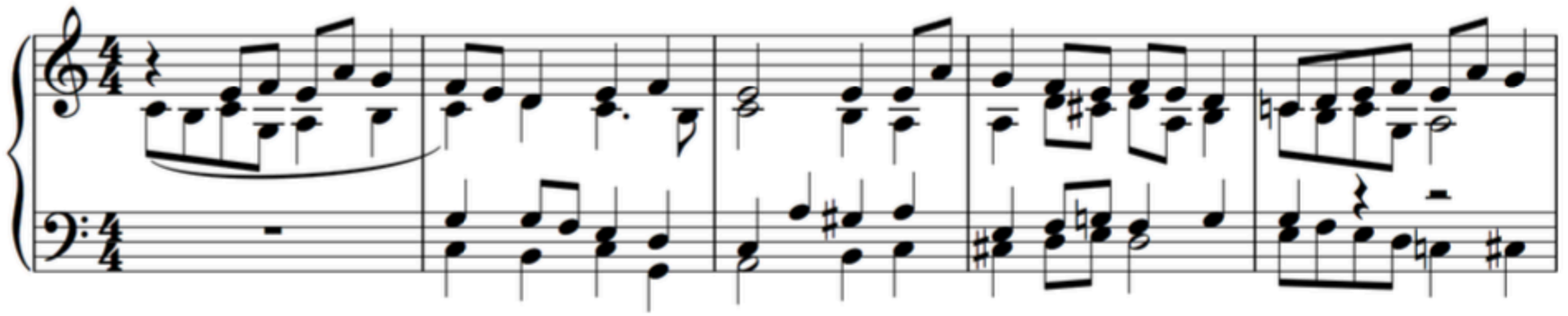
...in musica è come dire che si è operata una:

□ Combinazione di una qualche inversione e aumentazione.

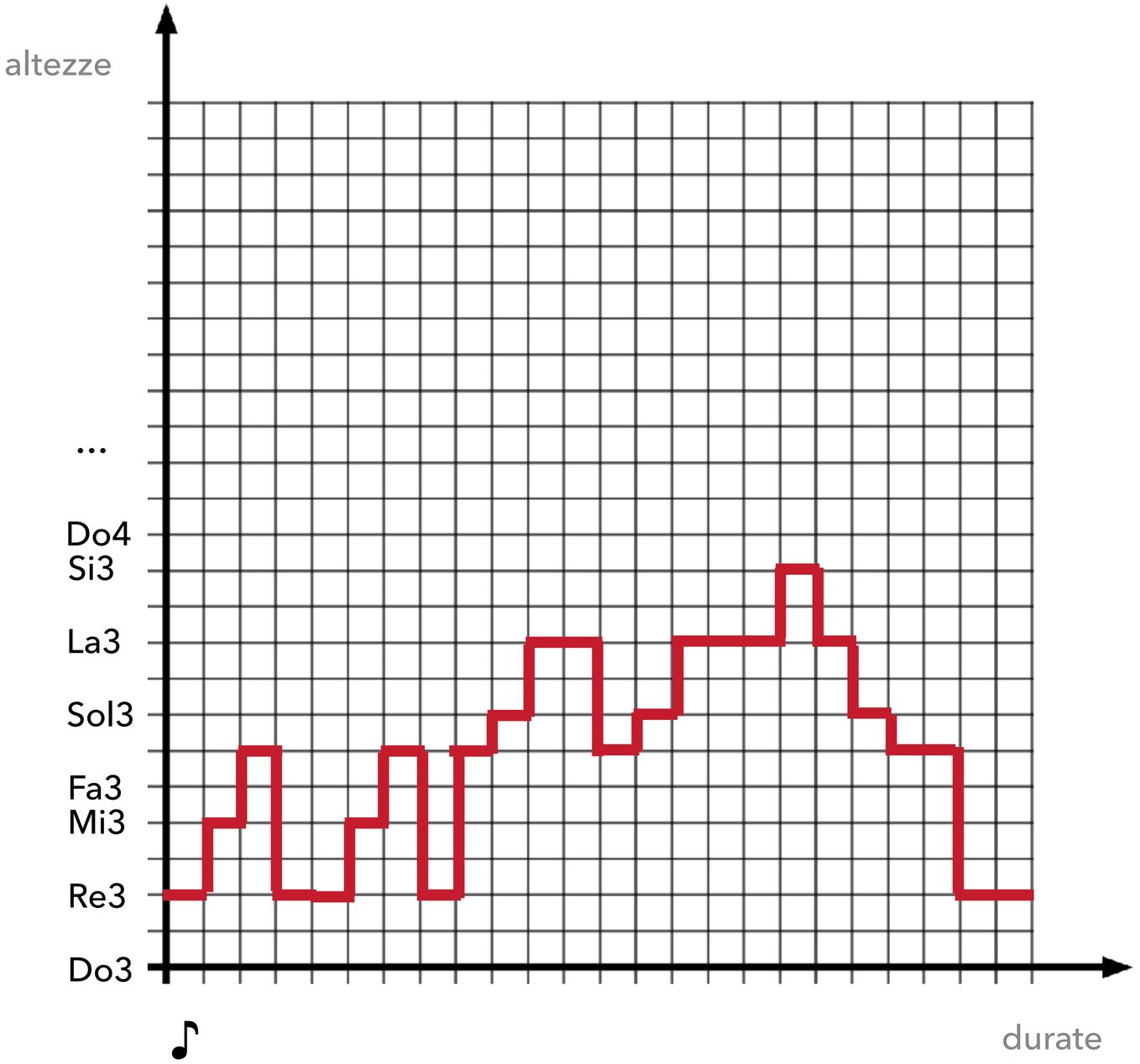
□ Combinazione di trasposizione e aumentazione.

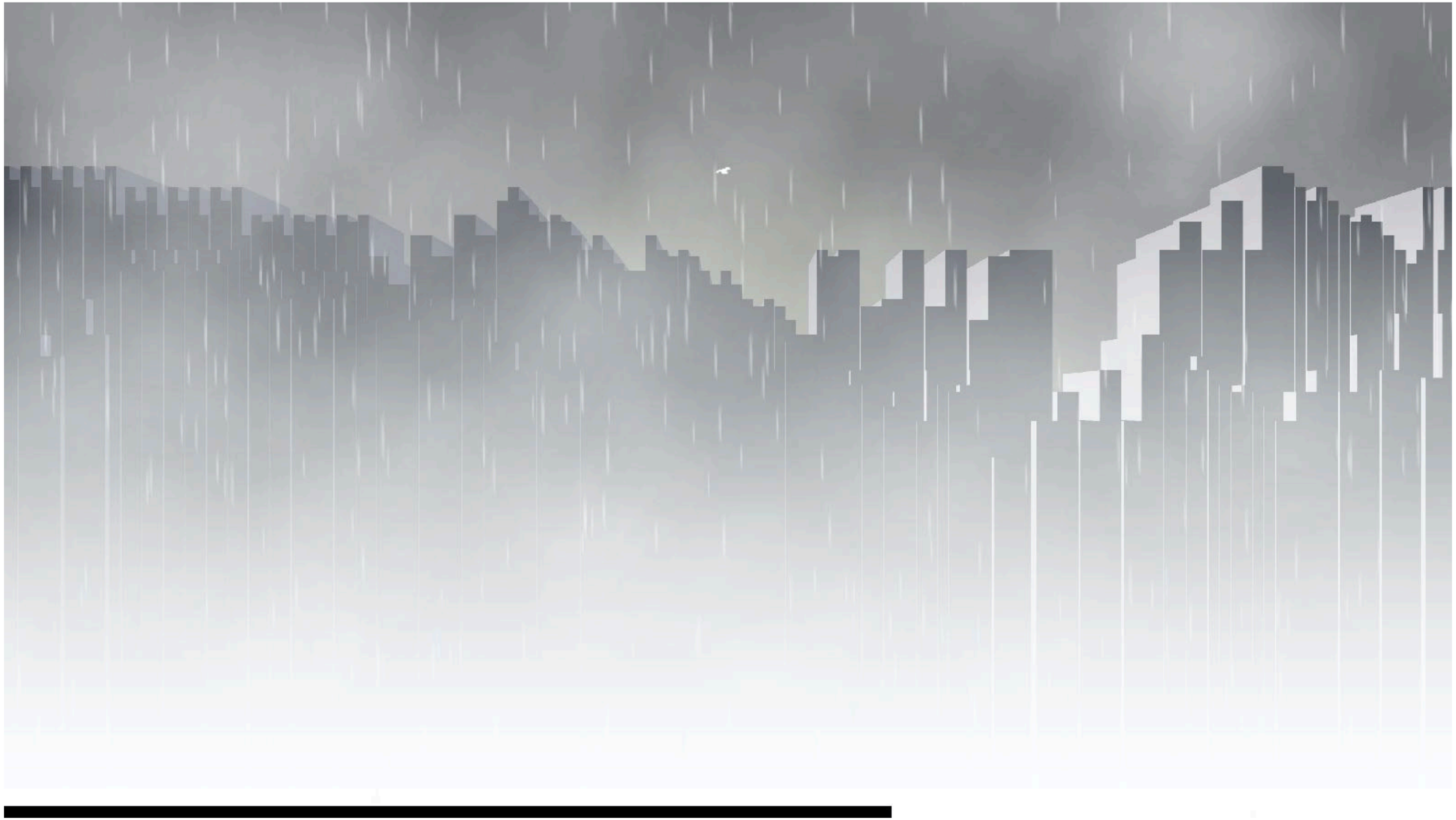
□ Aumentazione.

5) Individua nel seguente passaggio tante più 'imitazioni' riconosci. Ricordati che puoi aiutarti rappresentandolo (per intero o in parte) su un piano cartesiano!



RAPPRESENTAZIONI


altezze
...
Do4
Si3
La3
Sol3
Fa3
Mi3
Re3
Do3
durate



«Le arti propriamente dette hanno una materia che esiste nel senso fisico della parola. La stessa poesia ha per materia il linguaggio visto come un insieme di suoni. La materia dell'arte matematica è una metafora; e a che cosa corrisponde questa metafora?»

Simone Weil, in Weil, Simone e André Weil. 2018. L’arte della matematica. Milano: Adelphi. p. 18.

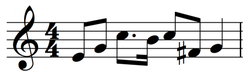
The pupils' response to the activity was then monitored via data collected from a final anonymous questionnaire. The first part of it was intended to assess their understanding of the concepts introduced through specific exercises and multiple-choice questions (with marks ranging from a minumum of zero to a maximum of twenty-three) while in the second part they were asked to state their satisfaction and engagement about the activity (totally ranging from zero to twelve). The average results for both classes are given in the following table that shows how class 3A, the one in which *bach* was introduced, got a much higher score in learning outcomes and a slightly higher one in satisfaction and engagement.

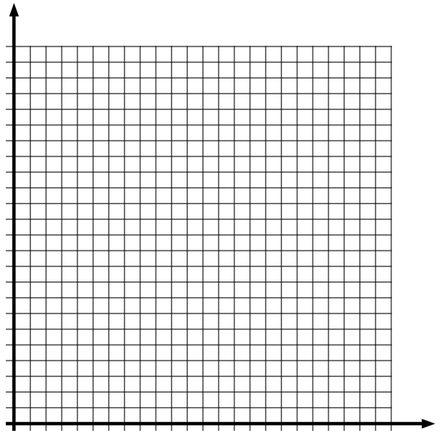
Group	Learning outcomes	Satisfaction
3A	17,80	10,04
3B	13,68	9,75

MUSICA E MATEMATICA! Venerdì 21 Settembre 2018 **TEST**

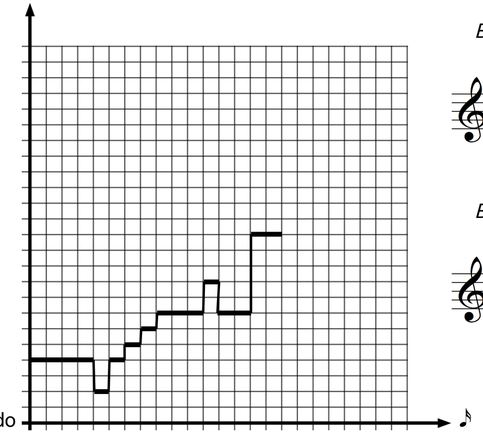
1) Dei quattro caratteri distintivi del suono, quali sono i due che abbiamo rappresentato durante la lezione nel piano cartesiano?
□ Timbro e intensità. □ Intensità e durata. □ Altezza e durata. □ Altezza e intensità.

2) Rappresenta la seguente melodia nel piano cartesiano:



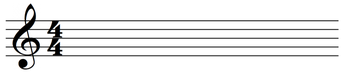


3) Trascrivi la seguente rappresentazione in note:

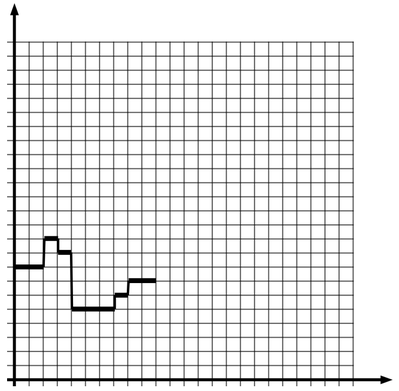


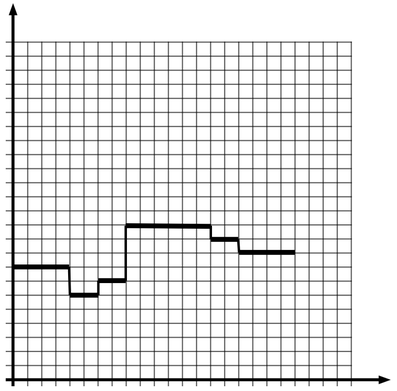
Brutta copia:

Bella copia:



4) Osserva attentamente le seguenti due rappresentazioni:

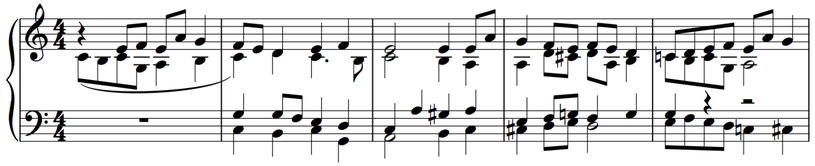




Matematicamente, quella a destra corrisponde, rispetto a quella a sinistra, ad una:
□ Combinazione di una traslazione e di uno stiramento.
□ Combinazione di una simmetria rispetto ad un'asse parallelo a quello delle ascisse e di uno stiramento.
□ Traslazione.

...in musica è come dire che si è operata una:
□ Combinazione di una qualche inversione e aumentazione.
□ Combinazione di trasposizione e aumentazione.
□ Aumentazione.

5) Individua nel seguente passaggio tante più 'imitazioni' riconosci. Ricordati che puoi aiutarti rappresentandolo (per intero o in parte) su un piano cartesiano!



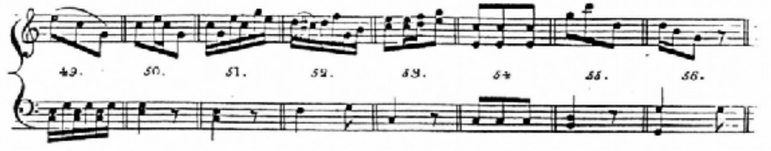
6) Ti è piaciuta questa lezione? (sii sincera/o, non mi offenderò e mi aiuterai a migliorare!)
□ Sì, moltissimo! □ Sì, molto. □ Sì. □ Poco. □ No. □ Proprio per niente!

7) Quanto hai trovato interessanti gli argomenti trattati?
□ Moltissimo! □ Molto. □ Abbastanza. □ Poco. □ Non interessanti. □ Per nulla!

MATEMATICA E MUSICA

E ULTERIORI SPUNTI DIDATTICI...

- *Musikalisches Würfelspiel* (1787?).



ISTRUZIONE

Per compore delle Walzer, oppure Schleifer col mezzo di due Dadi, senza aver la minima Notizia di musica, overo della composizione.

1.) Le Lettere A—H, poste sopra le otto Colonne delle tavole dei Numeri mostrano le 8. Battute di ciascheduna parte del Walzer, per esempio A, la prima, B, la seconda, C, la terza &c. e i Numeri nella colonna sotto le Lettere mostrano il Numero della battuta nelle note.

2.) I Numeri di 2. sino 12. mostrano la somma del Numero che si può gettare con due Dadi.

3.) Si getta dunque per esempio per la prima battuta della prima parte del Walzer con due dadi 6: cercando presso del numero 6. nella colonna A il numero della battuta 148. nella tavola della Musica, e mettendo questa battuta in carta, si ha trovato il principio del Walzer. Poi si getta per la seconda battuta per esempio 9. si cerca presso del 9. sotto B, e si trova N° 84. della tavola della Musica. Scrivendo questa battuta a canto della prima, e continuando in questa guisa sino ad aver gettato otto volte i Dadi, si ha finito la prima parte del Walzer. Finalmente si fà il segno del Ritornello, e si commincia la seconda parte. quando si desidera un Walzer più lungo, si ricomincia nella stessa maniera, andando così sino all'infinito.

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	96	22	141	41	105	122	11	30
3	32	6	128	63	146	46	134	81
4	69	95	158	13	153	55	110	24
5	40	17	113	85	161	2	159	100
6	148	74	163	45	80	97	36	107
7	104	157	27	167	154	68	118	91
8	152	60	171	53	99	133	21	127
9	119	84	114	50	140	86	169	94
10	98	142	42	156	75	129	62	123
11	3	87	165	61	135	47	147	33
12	54	130	10	103	28	37	106	5

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	70	121	26	9	112	49	109	14
3	117	39	126	56	174	18	116	83
4	66	139	15	132	73	58	145	79
5	90	176	7	34	67	160	52	170
6	25	143	64	125	76	136	1	93
7	138	71	150	29	101	162	23	151
8	16	155	57	175	43	168	89	172
9	120	88	48	166	51	115	72	111
10	65	77	19	82	137	38	149	8
11	102	4	31	164	144	59	173	78
12	35	20	108	92	12	124	44	131

Combinatorics, Probability and Choice in Music Composition: Towards an Aesthetics of Composing Systems for Non-Musicians

Giovanni Albini

Conservatorio "J. Tomadini", Udine, Italy; mail@giovannialbini.it
Eesti Muusika- ja Teatriakadeemia, Tallinn, Estonia

Abstract

The aim of this paper is to study how combinatorics and probability informed and can inform the aesthetics of composing systems for non-musicians. For this purpose, an historical example is taken into account, Mozart's *Musikalisches Würfelspiel* and it is compared with a contemporary digital system developed by the author with similar objectives, *Op. 60 Ricercari Diatonici*, for people, composing system and harpsichordist.

Introduction

Combinatorial methods and systems for composing music meant for non-musicians have a long history, from Athanasius Kircher's *Arca Musarithmica* (1650) to the several systems - often referred as to 'games' - that were quite popular in the 18th century[1]. According to [4],

> From 1757 to 1812 at least twenty musical dice games were published in Europe, some in several editions and languages. All made it possible for the person ignorant of music to write minuets, marches, polonaises, contredances, waltzes and so forth by selecting bits of prefabricated music through the use of chance operations.

Examples include: J. P. Kirnberger, *Der Allezeit Fertige Menuetten- und Polonaisencomponist* (1757), the anonymous *Ludus melothedicus* (1758), C. P. E. Bach, *Einfall, einen Doppelten Contrapunct in der Octave von Sechs Tacten zu Machen, Ohne die Regeln Davon zu Wissen* (1758); M. Stadler, *Table pour Composer des Minuets et des Trios à la infinie* (1780), P. Hoegi, *A Tabular System whereby the Art of Composing Minuets is Made so Easy that any Person, Without the Least Knowledge of Musick, may Compose Ten Thousand, all Different, and in the Most Pleasing and Correct Manner* (1770), J. F. Wiedeburg, *Musikalisches Charten-Spiel* (1788), F. J. Haydn, *Philharmonic Joke* (1790), W. A. Mozart, *Musikalisches Würfelspiel* (1787/1792), A. Calegari, *Gioco Pitagorico* (1801) and G. Catrufo, *Bareme Musical* (1811).[2] Some of them let the aided non-musician *composer* choose the elements that compose the final work, some others leave them up to chance. Let us consider the latter, but notice also that the choices of a non-musician could be random as well, due to his or her alleged inabilty to read and understand them - or to try to evaluate them until the composition process has ended. In this context, to consider the system fair, it can be reasonably assumed that the following requirements are fulfilled: 1) the system outputs scores that have the same probabilty to come out and 2) all the outputs have the same artistic value. Therefore, I will consider a case model, Mozart's *Musikalisches Würfelspiel*, and I will show that not only the two aforesaid assumptions could not be true at all, but also that as a result there are some relevant aesthetic implications. I will then present *Op. 60*, a digital system I developed under the same aesthetic principles.

[1] The abundance of such games in the 18th century, in opposition to the absence in the 19th, had been well explained in [5], underlining that in the former "what constrained the choice of figures were the claims of taste, coherent expression and propriety", while in the latter it was "the inner necessity of a gradually unfolding, underlying proces", which is much more difficult to schematize.

[2] In addition, some theorists of the 18th century based part of their composition treatises on combinatorial procedures, e.g J. Riepel, *Grundregeln zur Tonordnung insgemein* (1755), J. P. Kirnberger, *Methode Sonaten aus'm Ermel zu Schüdden* (1783), H. C. Koch, *Versuch einer Ainletung zur Composition* (1782-1793) and F. Galeazzi, *Elementi Teorici-Pratici di Musica* (1791-1796).

W. A. Mozart, *Musikalisches Würfelspiel* (1787/1792)

Quanti Valzer si possono comporre?

W. A. Mozart, *Musikalisches Würfelspiel* (1787/1792)

$$11^{14} = 379.749.833.583.241 \simeq 379 \times 10^{12}$$

W. A. Mozart, *Musikalisches Würfelspiel* (1787/1792)

Hanno tutti la stessa probabilità di apparire?

W. A. Mozart, *Musikalisches Würfelspiel* (1787/1792)

La probabilità di un punteggio *p* al lancio di *n* dadi a *s* facce è:

$$P(p,n,s) = \frac{1}{s^n} \cdot \sum_{k=0}^{k_{max}} (-1)^k \binom{n}{k} \binom{p-sk-1}{n-1} \text{ with } k_{max} \text{ floor function of } \frac{p-n}{s}$$

W. A. Mozart, *Musikalisches Würfelspiel* (1787/1792)

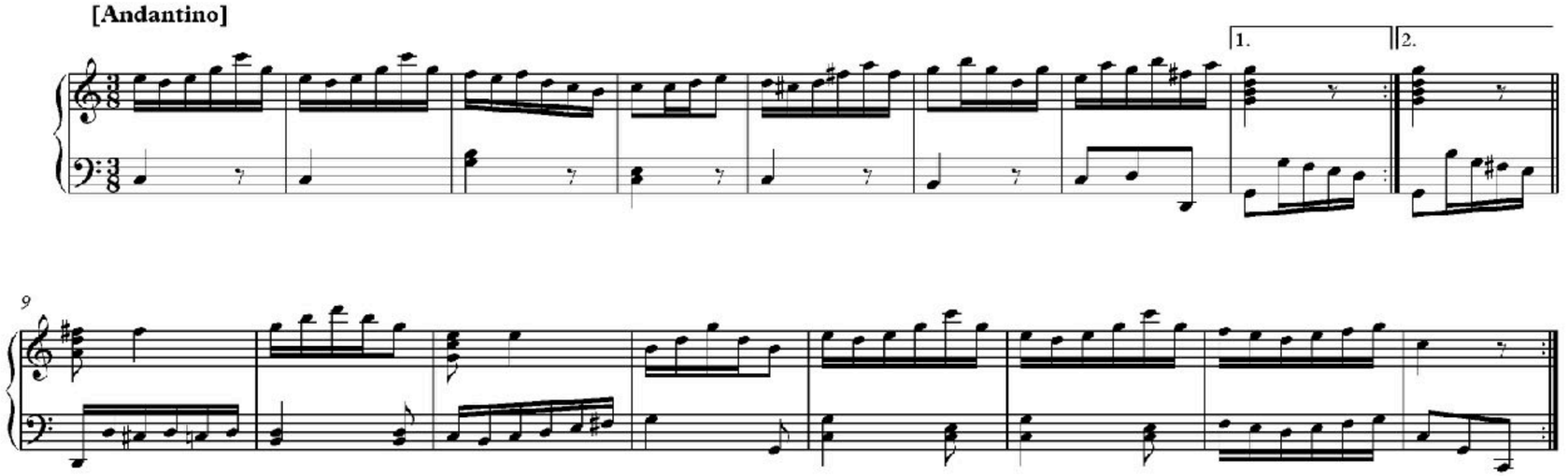
La probabilità di un punteggio *p* al lancio di *n* dadi a *s* facce è:

$$P(p,n,s) = \frac{1}{s^n} \cdot \sum_{k=0}^{k_{max}} (-1)^k \binom{n}{k} \binom{p-sk-1}{n-1} \text{ with } k_{max} \text{ floor function of } \frac{p-n}{s}$$

Che nel caso le facce siano sei e i dadi due corrisponde a:

$$P(p,2,6) = \frac{6-|p-7|}{36} \text{ with } 2 \leq p \leq 12$$

W. A. Mozart, *Musikalisches Würfelspiel* (1787/1792)



GIOVANNI ALBINI

mail@giovannialbini.it

CONSERVATORIO “J. TOMADINI” DI UDINE / CONSERVATORIO “F. VITTADINI” DI PAVIA / EESTI MUUSIKA- JA TEATRIAKADEEMIA

MUSICA E MATEMATICA

ESPERIENZE DIDATTICHE INTERDISCIPLINARI