

"Un progetto STEAM: la la matematica incontra l'arte attraverso l'origami"

Maria Luisa Spreafico
Dipartimento di Scienze Matematiche
Politecnico di Torino
maria.spreafico@polito.it





Cosa vediamo oggi

- 1) Introduzione generale
- 2) Origami e didattica della matematica: perché, come e quando usarlo
- 3) Il progetto di arte e matematica



Origami come...

ARTE

MODA

DESIGN



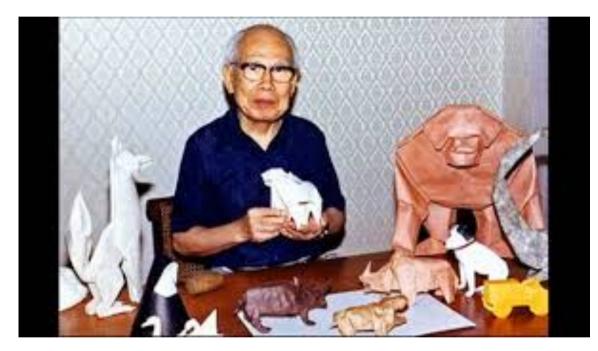


MATEMATICA

TECNOLOGIA



Origami come ARTE



Il maestro Akira Yoshizawa

Zuando le mani sono occupate, il cuore è sereno

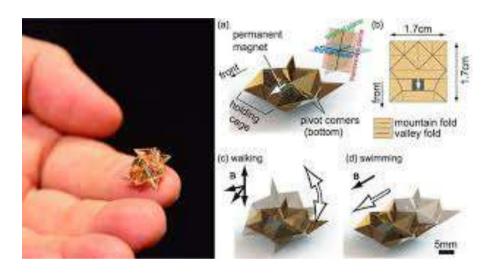


Origami come...SCIENZA

Robert Lang, Larry Howell



NASA Jet Propulsion Laboratory



MIT-Massachusset Institute of Technology

Foto dal video https://www.youtube.com/watch?v=3E12uju1vqQ

Foto dal video https://www.youtube.com/watch?v=ZVYz7q-qLjs



Perché origami in classe

Visualizza ed è tangibile

Sviluppa abilità manuali

Migliora la memoria

È inclusivo

È interdisciplinare

È economico

Stupisce

È tecnologico

Ha uno strettissimo legame con la matematica!



(Alcuni) argomenti trattabili con l'origami

Geometria

- Rette e angoli
- Poligoni
- Classificazione dei triangoli
- Teorema di Pitagora
- Aree
- Esempi di solidi e formula di Eulero

Aritmetica e Algebra

- Frazioni
- Potenze
- Radici
- Prodotti notevoli



Quando usare l'origami per fare matematica?

Per introdurre un argomento Per consolidare un argomento

Per stupire con argomenti nuovi

Come usare l'origami per fare matematica?

Mentre si piega

Usando i modelli finali

Aprendo i modelli e studiando CP



Un progetto di matematica, arte e origami.

(realizzato con l'associazione «T'immagini» e con la partecipazione di Eulalia Tramuns)

- Partecipanti: studenti dai 5 ai 17 anni
- Un quadro scelto da ogni classe
- Alcuni elementi del quadro ricoperti con modelli origami
- Ogni modello abbinato ad una lezione matematica



E CICO BY	
The same of the sa	

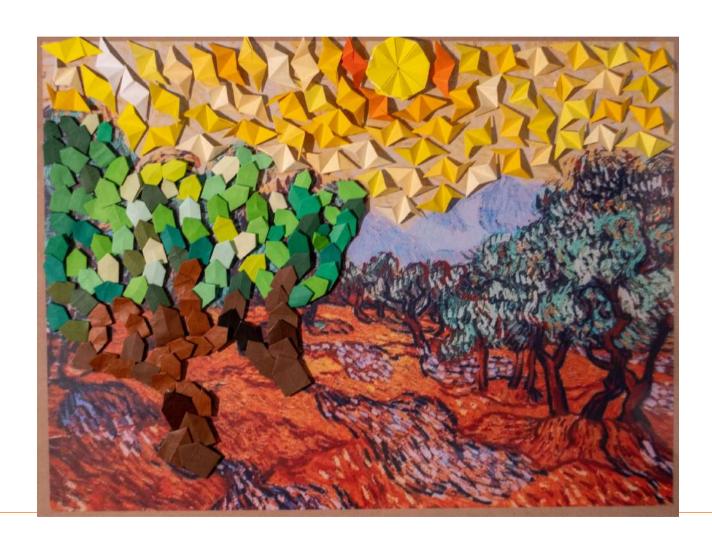
Ordine scuola/ Età studenti	Dipinto/Artista	Elementi coperti con modelli origami	Argomenti di matematica
Materna/ 5-6	Cassel and Sun P. Klee	Sole e case	Quadrato, Triangolo, Rettangolo
Primaria 1/ 6-7 anni	La Luna piena	Case,Sole, Elementi	Quadrato, Triangolo, Rettangolo
	P. Klee	Geometrici	Parallelogrammo
Primaria 2/ 7-8 anni	Water Llies C. Monet	Acqua, Fiori, Foglie	Poligoni e loro assi di simmetria
Primaria 3 / 8-9 anni	Polynesian Sky	Uccelli , Calamari, Alghe,	Rette, Simmetrie Assiali, Angoli,
	H. Matisse	Stelle	Frazioni
Primaria 4 /9-10 anni	Red Sun	Sole, Uccelli, Poligoni,	Triangoli, Angoli (misure), Simmetrie
	J. Miró	Scale	Rotazionali
Primaria 5/10-11	Olive trees with Yellow Sun	Albero, Cielo, Sole	Potenze, Piramide, Apotema, Area,
anni	V. Van Gogh		Volume
Sec. 1 ⁰ 2 /12-13 anni	Cornfield on Summer	Due soli, Barca, Spighe di	Tassellazioni
	M.Chagall	grano	Poligoni e loro proprietà
Sec. 2 ⁰ 3 / 16-17 anni	The Starry Night V. Van Gogh	Stelle, Cipresso, Luna e Alone della luna	Problemi di approssimazione, Proprietà di piattezza, Continuità e derivabilità trigonometria.







Gli ulivi di Van Gogh: proposta per le prime medie e quinta primaria



M.L. Spreafico, Un progetto Steam, Rozzano 21 gennaio 2021

Gli ulivi di Van Gogh: il sole

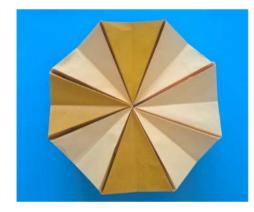
Modello:

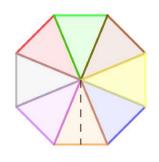
Il magic circle di Hiroshi Kumasaka

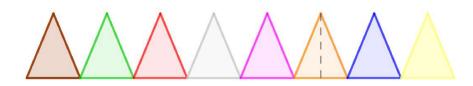


Argomenti:

- Ottagono (apotema)
- Piramide







Area =
$$\frac{L \times a}{2} \times 8 = \frac{L \times 8}{2} \times a = \frac{p}{2} \times a$$

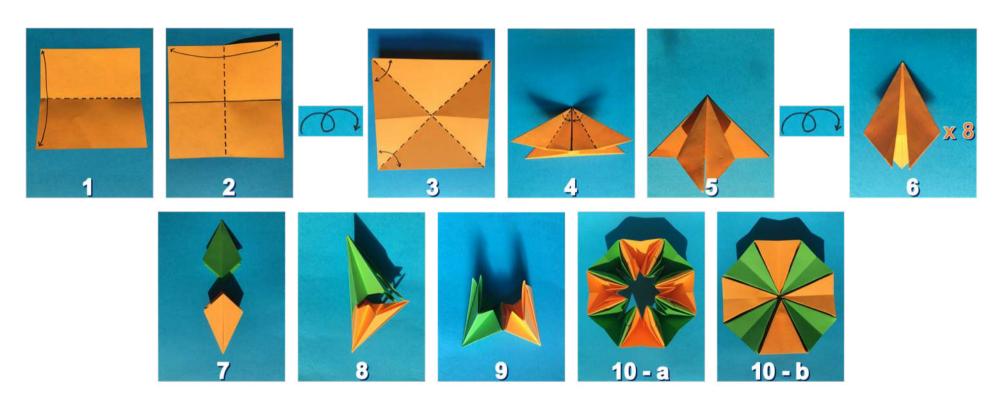






Il modello

Cerchio Magico (*kurum-kurum*), *modello modulare d'azione* (di Hiroshi Kumasaka) La proposta della lezione di matematica è stata suggerita da Silvia Crosta, e poi elaborata con Eulalia Tramuns



Vi suggerisco il video https://www.youtube.com/watch?v=jQmG6kf2-bw

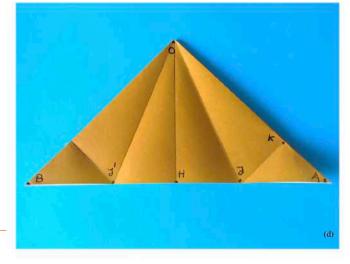


Attività 1: l'ottagono come poligono regolare

- ✓ verifica che è un poligono regolare
- ✓ calcola l'ampiezza di tutti gli angoli
- ✓ calcola la lunghezza dei lati









Attività 1: l'ottagono come poligono regolare

✓ verifica che è un poligono regolare : 8 moduli identici

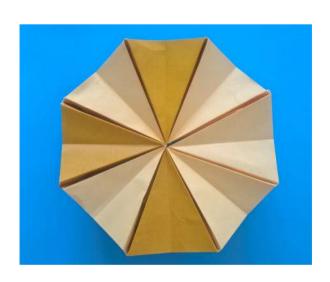






Attività 1: l'ottagono come poligono regolare

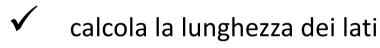
- ✓ calcola l'ampiezza di tutti gli angoli :
- (360°:8) = 45° angolo al vertice del »modulo»
- $(180^{\circ} 45^{\circ}) = 135^{\circ} = \text{somma angoli base} = \text{angolo ottagono}$



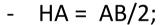


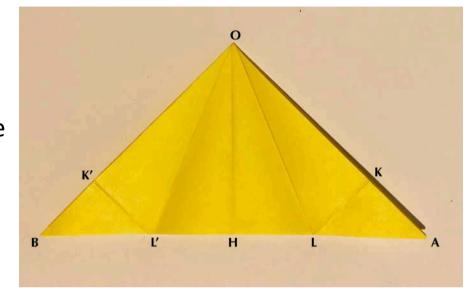


Attività 1: l'ottagono come poligono regolare



$$LL' = 2HL = 2(HA - LA).$$



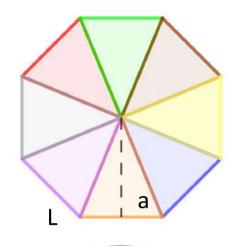


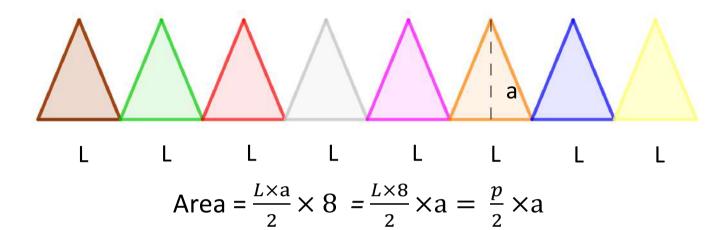
- LA è ipotenusa di LAK; quindi LA= sqrt 2 AK = sqrt 2 (OA-OK) = sqrt 2(OA –OH)...
Si ottiene LA= AB(1-
$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$
) e quindi LL' = $(\sqrt{2}-1)$ AB

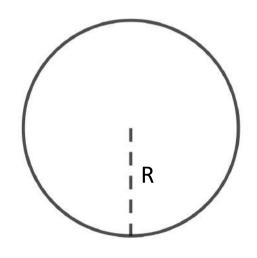
Si può ora calcolare anche il perimetro.

Suggerimento: riaprire la base triangolare per visualizzare le misure di OH, OK', OA.

Attività 2: l'area dell'ottagono e l'approssimazione del cerchio







Il procedimento può essere generalizzato a **poligoni** con Un qualsiasi numero di lati

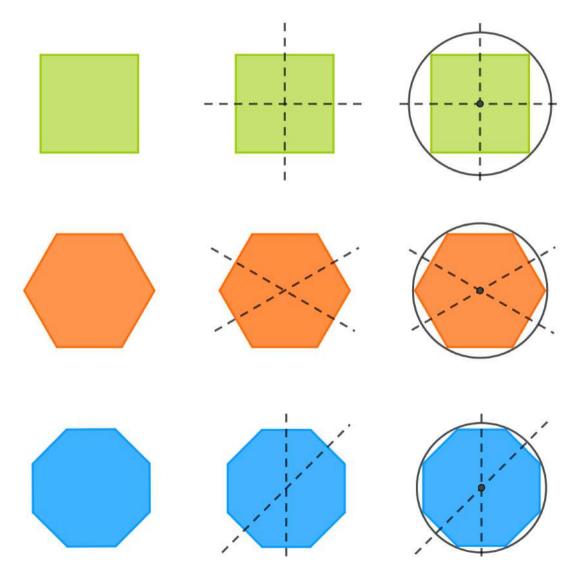
Area =
$$\frac{L \times a}{2} \times n = \frac{L \times n}{2} \times a = \frac{p}{2} \times a$$

circonferenza come limite di poligoni regolari inscritti:

Area =
$$\frac{p}{2} \times R = \frac{2\pi R}{2} \times R = \pi R^2$$

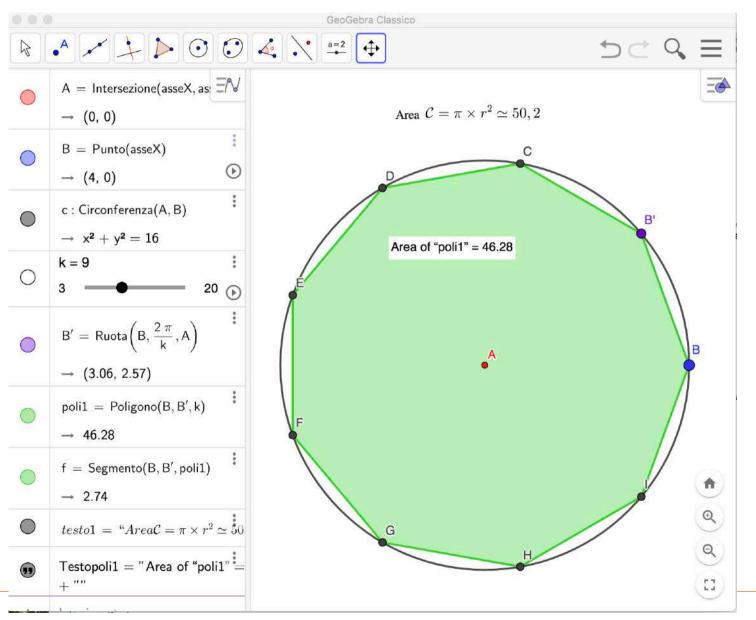


Attività 2: l'area dell'ottagono e l'approssimazione del cerchio



M.L. Spreafico, Un progetto Steam, Rozzano 21 gennaio 2021



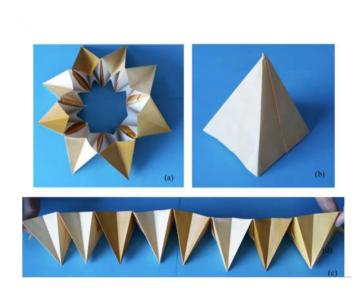


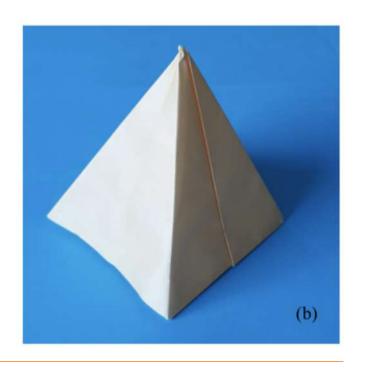
M.L. Spreafico, Un progetto Steam, Rozzano 21 gennaio 2021



Attività 3: la piramide

- ✓ descrivi la piramide
- ✓ calcola la superficie laterale e totale
- ✓ calcola il volume





Gli ulivi di Van Gogh: il cielo



Modello:

Il modulo di Sonobe Modello tradizionale

Argomenti:

- Poligoni (proprietà, calcolo di perimetri e aree
- Solidi



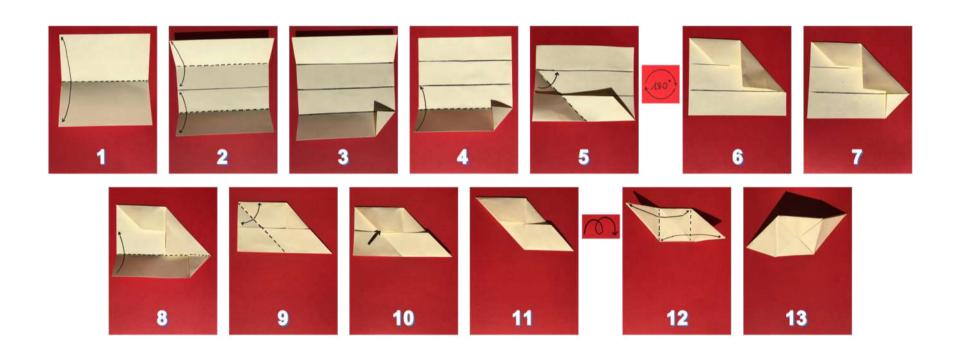








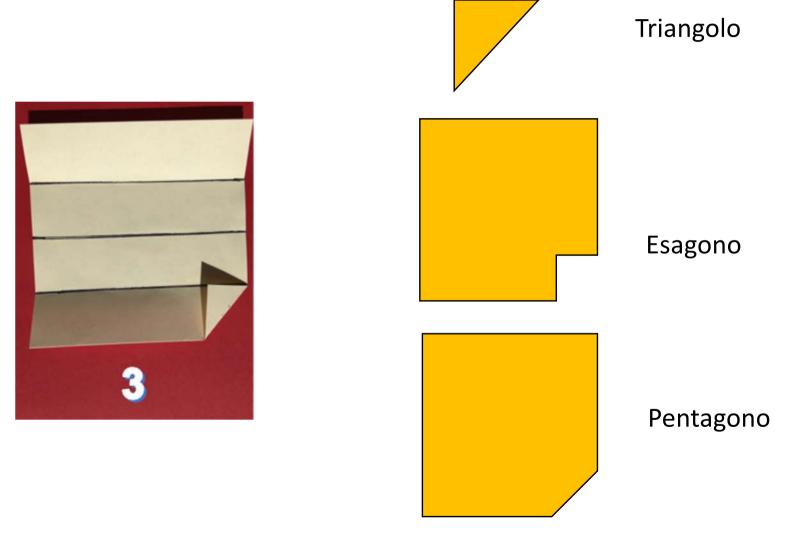
• Il modello Modulo di Sonobe



Video consigliato per la piegatura del singolo modulo https://www.youtube.com/watch?v=TKGW2W168H0



Attività 1: riconoscimento di poligoni



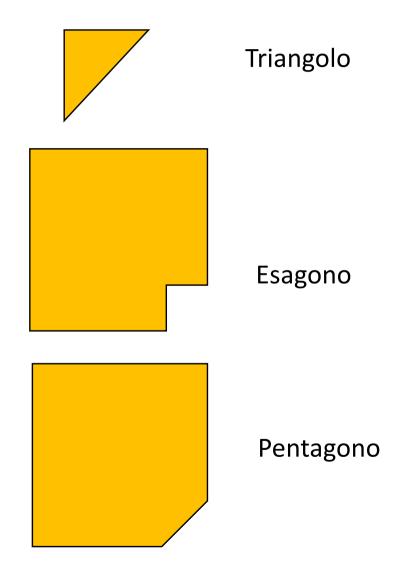


Perimetro?

Area?

Attività 2: calcolare perimetro e area

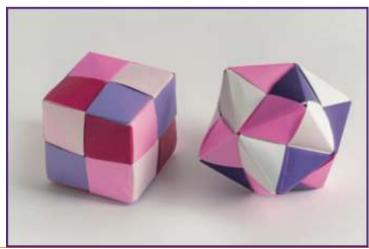
- rispetto a quadrato di partenza, usando le proprietà origami
- misurando con il righello e confrontando con i risultati precedenti
- usando le formule







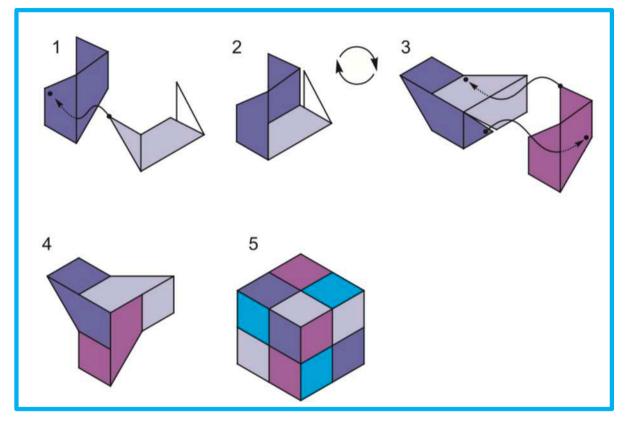
3 moduli

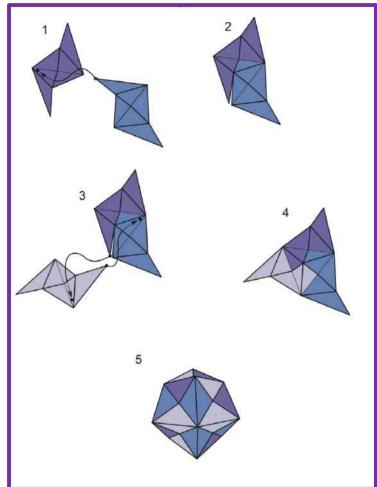


6 moduli

12 moduli M.L. Spreafico, Un progetto Steam, Rozzano 21 gennaio 2021







Incastri per i modelli con 12 fogli



Video per costruzione di solidi 3D con modulo di Sonobe

Cubo:

https://www.youtube.com/watch?v=WasvUFXmACk

Ottaedro:

https://www.youtube.com/watch?v= 8ftAKXZ2Rc

Anello di cubi:

https://www.youtube.com/watch?v=I-R6wUHkINg



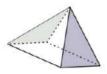
Formula di Eulero



$$V =$$

$$S =$$

$$V - S + F =$$

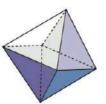


$$V =$$

$$S =$$

$$\mathbf{F} =$$

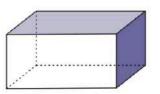
$$V - S + F =$$



$$\mathbf{V} =$$

$$\mathbf{F} =$$

$$V - S + F =$$



$$\mathbf{F} =$$

$$V - S + F =$$

Gli ulivi di Van Gogh: l'ulivo

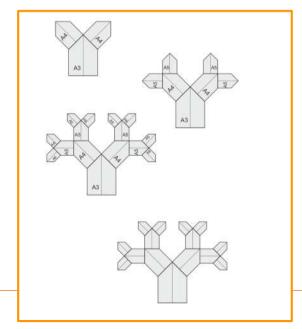
Modello:

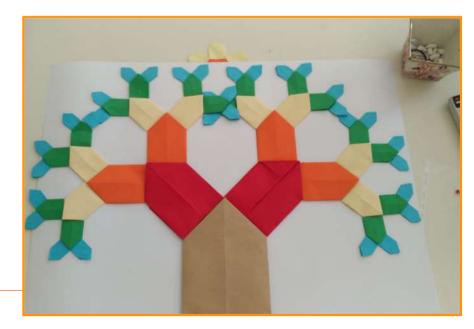
Albero pitagorico di ML Spreafico



Argomenti:

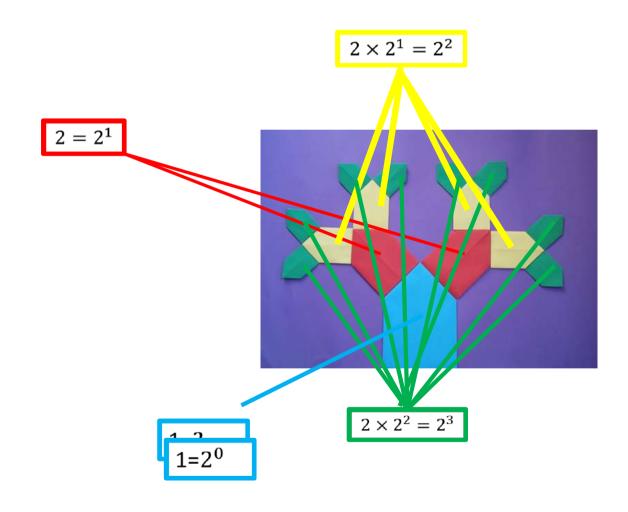
- Potenze
- Teorema di Pitagora generalizzato
- Numeri binari







Costruiamo un albero delle potenze





Usando il modello finale

Approfondimento 1:

Potenze di 3



Foto di Sandra Pieraccini

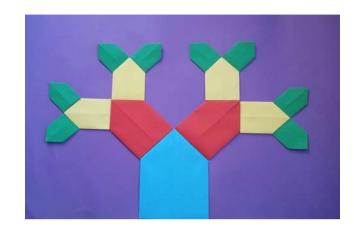




Foto di Sandra Pieraccini



Approfondimento 2:

Somma delle prime n+1 potenze di 2Somma delle prime n+1 potenze di 3 (o di a numero reale maggiore di 1)

Esempio (potenze di 2):

$$2^{0} + 2^{1} + 2^{2} + 2^{3} = 15 = 16 - 1 = 2^{4} - 1$$

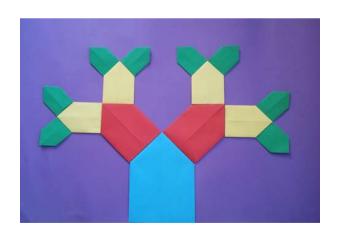
 $2^{0} + 2^{1} + \dots + 2^{4} = 15 + 16 = 31 = 32 - 1 = 2^{5} - 1$

Deduciamo che:

$$2^0 + 2^1 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

In generale:

$$a^{0} + a^{1} + ... + a^{n} = (a^{n+1} - 1)/(a - 1)$$

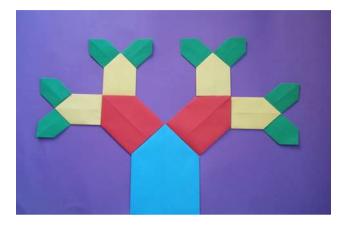




Usando il modello finale

Approfondimento 3:

Numeri binari



Approfondimento 4:

Teorema di Pitagora generalizzato

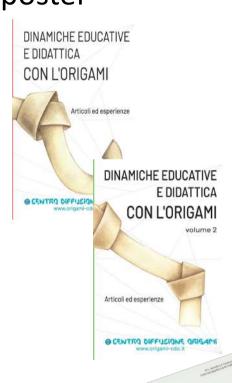


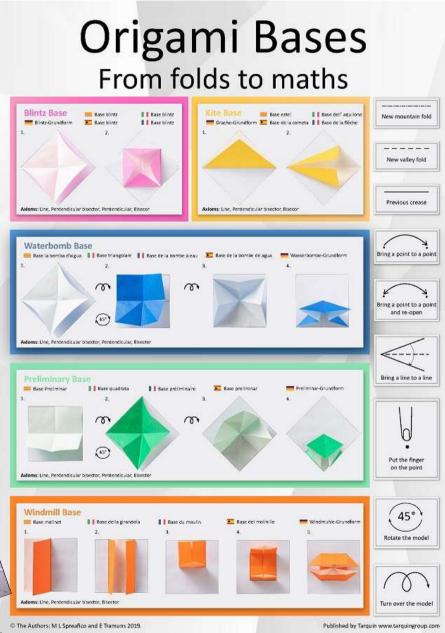
https://www.tarquingroup.com/the-origami-and-mathematics-poster-pack.html

Per costruire lezioni:

- Libri didattici e poster









Per costruire lezioni:

il grande libro degli

prefazione di Samita

- Libri e video di modelli

giapponesi

https://www.origami-club.com

https://www.origami-resource-center.com

https://www.origami-cdo.it/





Per costruire lezioni, imparare e proporre:

- Blog

https://blog.matematica.deascuola.it/aree_disciplinari/origami/

http://www.matematicando.supsi.ch

- Convegni di Didattica e Origami

* Italia: Origami e didattica

http://lnx.origami-cdo.it/5oed/

*Internazionale: OSME

http://osme.info/7osme/

La carta





Nella maggior parte dei casi si usa carta kami:

- Quadrata (misura standard 15 cm di lato per studenti e più grande per docente)
- meglio se bianca su una faccia e colorata dall'altra (sia per semplificare le istruzioni che per facilitare la lettura di alcune proprietà/figure)
- Non di carta riciclata

Una proposta:

* https://www.amazon.it/Carta-Origami-colori-solidiassortiti/dp/B002AWEING/ref=sr_1_12?dchild=1&keywords=carta+origami+500+fogli+colore&qid=16102759 29&sr=8-12

Oppure sul sito cdo (ma si deve essere soci).



Per alcuni progetti

- kit da «supermercato» (quadrata)
- A4 (bianchi o colorati)





Grazie per l'attenzione e buone pieghe a tutti!

