

ALLA SCOPERTA DEL DELTOIDE

Rozzano novembre 2021

INTRODUZIONE

Anna Maria Facenda, Paola Fulgenzi, Janna Nardi, Floriana Paternoster,
Daniela Rivelli, Daniela Zambon

(MathesisPesaro - www.mathesispesaro.altervista.org)

- **La Matematica**

- è una conoscenza da **esplorare**, non da trasmettere passivamente
- **non** è un gioco di formule e/o una raccolta di ricette
- è una **attività del pensiero** per arricchire le risorse cognitive

Gli alunni devono essere **protagonisti**, anche attraverso l'uso di **materiali/artefatti**

Utilizzare materiali significa:

- manipolare
- osservare
- rielaborare (congetturare, validare ...)
- mettere in atto un **percorso laboratoriale**

(gli allievi diventano artefici e protagonisti del proprio apprendimento)

Una **attività laboratoriale/manipolativa** è **opportuna** perché:

- la manipolazione favorisce **l'armonizzazione** dell'aspetto figurale con quello concettuale dei concetti geometrici
- i materiali (*strumenti di mediazione semiotica*) servono per **costruire concetti** e li **concretizzano** (sono un *sistema di segni*)

I modelli dinamici sono una **rappresentazione di oggetti matematici** (*accessibili solo attraverso le rappresentazioni*) e hanno elementi mobili che permettono di variarne l'aspetto.

Il dinamismo:

- ha una **dimensione spazio-temporale** (*prima, durante e dopo*)
- suggerisce **relazioni di causa/effetto** e quindi l'uso della implicazione logica "se ... allora"

- favorisce **l'uso dei linguaggi** (*esprimere osservazioni e congetture*)
- ogni movimento comporta una **retroazione** (*feedback*)

Nel movimento si possono osservare **varianti e invarianti** (*questi ultimi sono alla base delle proprietà delle figure*)

L'approccio dinamico:

- esalta le **invarianti relazionali**.
- anticipa **l'evoluzione del pensiero**
- stimola e accompagna la **formulazione di congetture**
- facilita lo stabilirsi di **reti concettuali** più ricche, più solide, più duttili
- favorisce **l'autonomia** (*e la costruzione della conoscenza come processo individualizzato*)
- sviluppa il **senso critico** e le **capacità argomentative**

L'approccio statico:

- può portare ad attribuire alla figura geometrica proprietà che **non la caratterizzano e non le appartengono**
- può ostacolare la comprensione del **valore generale** di teoremi e proprietà

I modelli dinamici...

- Stimolano e favoriscono **l'esplorazione e la scoperta** di proprietà
- Focalizzano **l'attenzione sul processo** invece che solo, o prevalentemente, sul **prodotto**
- Consentono una **esplorazione attiva** e **svincolano dalla misura** come riferimento obbligato
- Generano condizioni di lavoro favorevoli al **problem – posing**
- Sono **flessibili** e quindi **adattabili** a situazioni didattiche diverse

I limiti fisici del modello
sono una risorsa:
se gli alunni si spingono “al di là”
del modello,
fanno i primi passi verso l’astrazione

I modelli dinamici vanno utilizzati per la “scoperta” matematica e **non come lavagna potenziata**; infatti la modalità di lavoro laboratoriale prevede:

- **Partecipazione** (*lavoro attivo – esposizione delle proprie riflessioni*)
- **Condivisione** delle scoperte e delle difficoltà (*discussione*)
- **Gestione produttiva degli errori** (*un clima di ricerca attiva attenua la paura di sbagliare; una conclusione sbagliata può diventare una occasione preziosa; si "socializza" l'errore*)

Per :

- ✓ Indicazioni organizzative
- ✓ Ruolo degli esempi di appoggio e controesempi
- ✓ Ruolo dell'insegnante

rinviamo alle conclusioni del corso

Mathesis Pesaro

Il deltoide

un poligono trascurato



Anna Maria Facenda
Paola Fulgenzi
Janna Nardi
Floriana Paternoster
Daniela Rivelli
Daniela Zambon

<http://mathesispesaro.altervista.org>

Deltoidi come aquiloni

Il deltoide è un quadrilatero spesso trascurato nella pratica didattica.

Eppure, i bambini già da piccoli sono affascinati dalla figura dell'“aquilone”.

Se anche viene proposto e nominato in classe (chiamandolo magari “diamante” o, appunto, “aquilone”) è raro che lo si analizzi in modo approfondito. Tanto meno si va alla ricerca delle sue relazioni con gli altri quadrilateri.

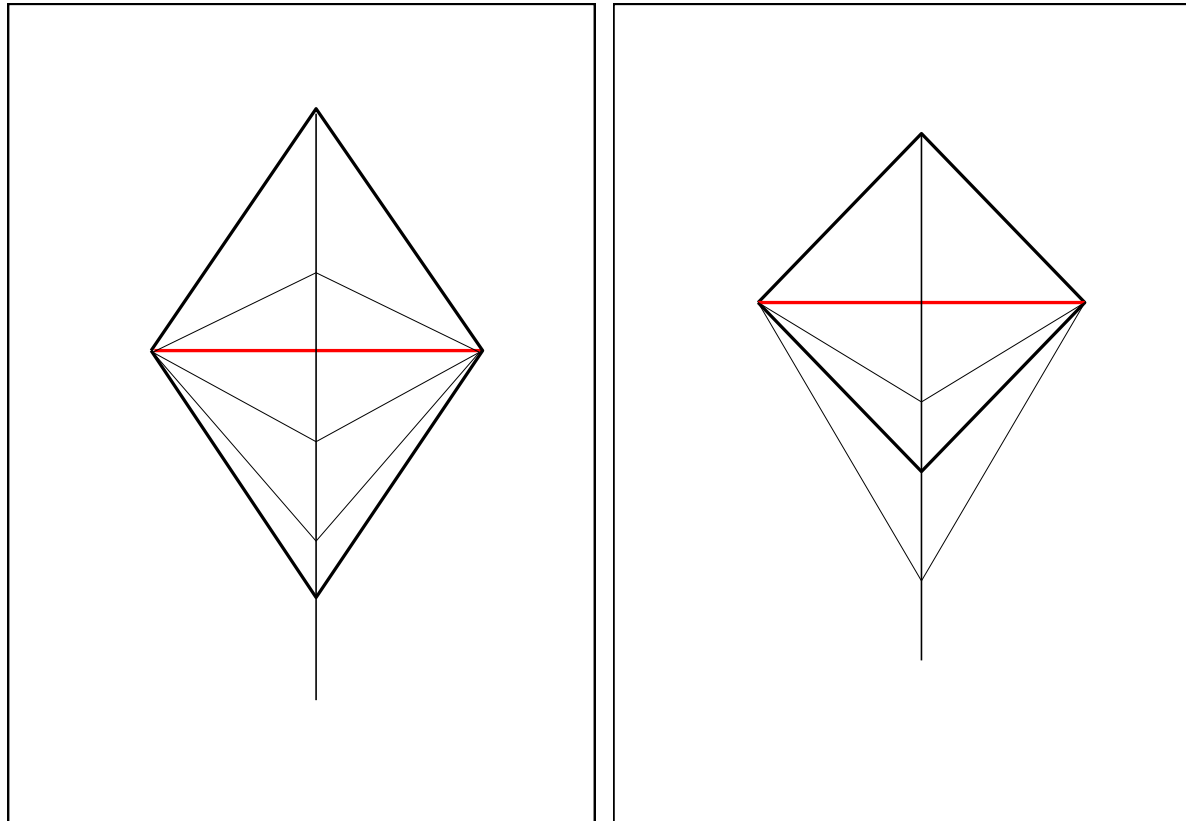
E' possibile invece arrivare, proprio con un percorso che parte dal deltoide, a figure più note e “praticate” come il quadrato e il rombo.

Nel corso di questo cammino di scoperta si ha occasione di mettere in evidenza le prime, semplici relazioni tra quadrilateri.

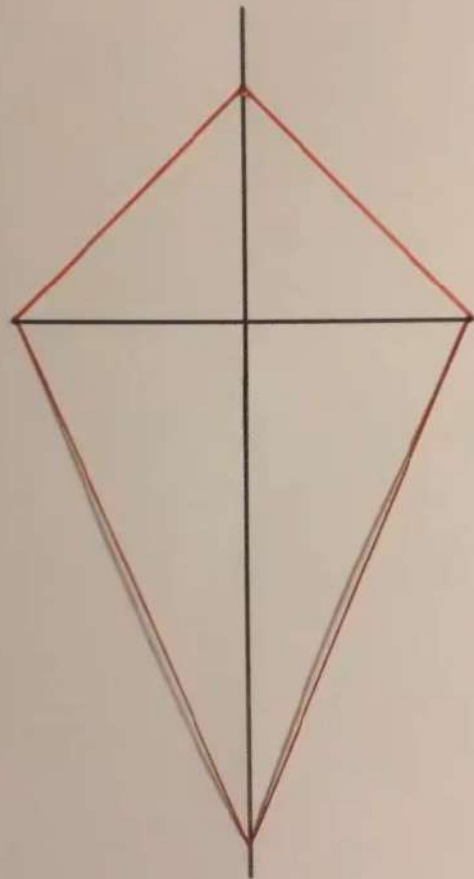
Dietro questa impostazione, c'è un approccio “inclusivo” alla classificazione.

Il modello in movimento

Quali tipi di figure si formano e quante di ogni tipo?



1 CABRI



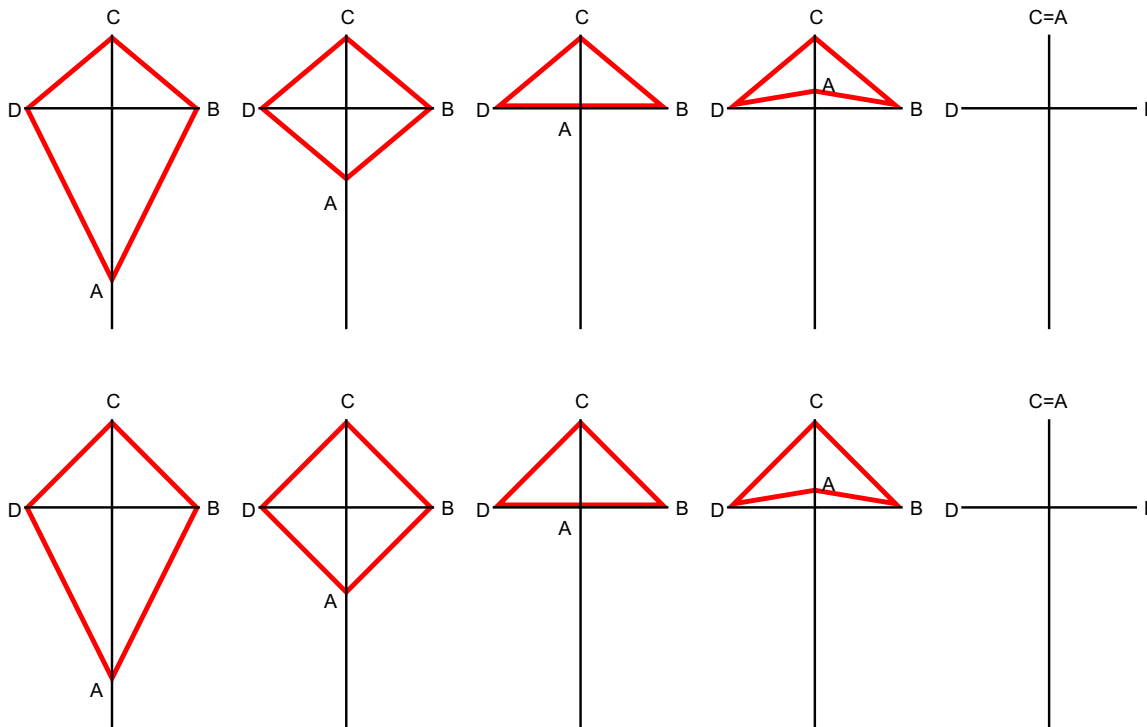
Classificazione di figure

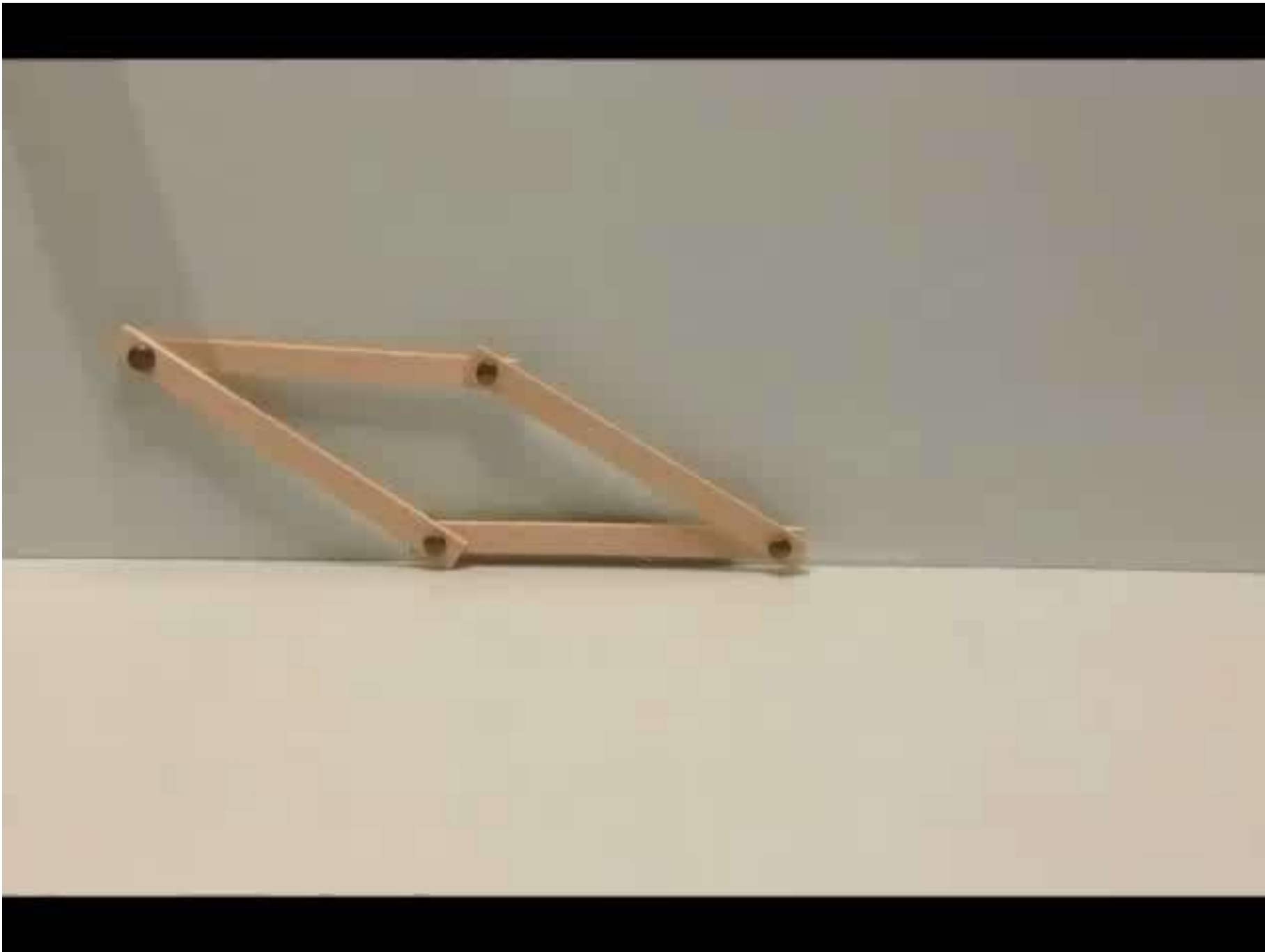
Infiniti deltoidi convessi e infiniti deltoidi concavi

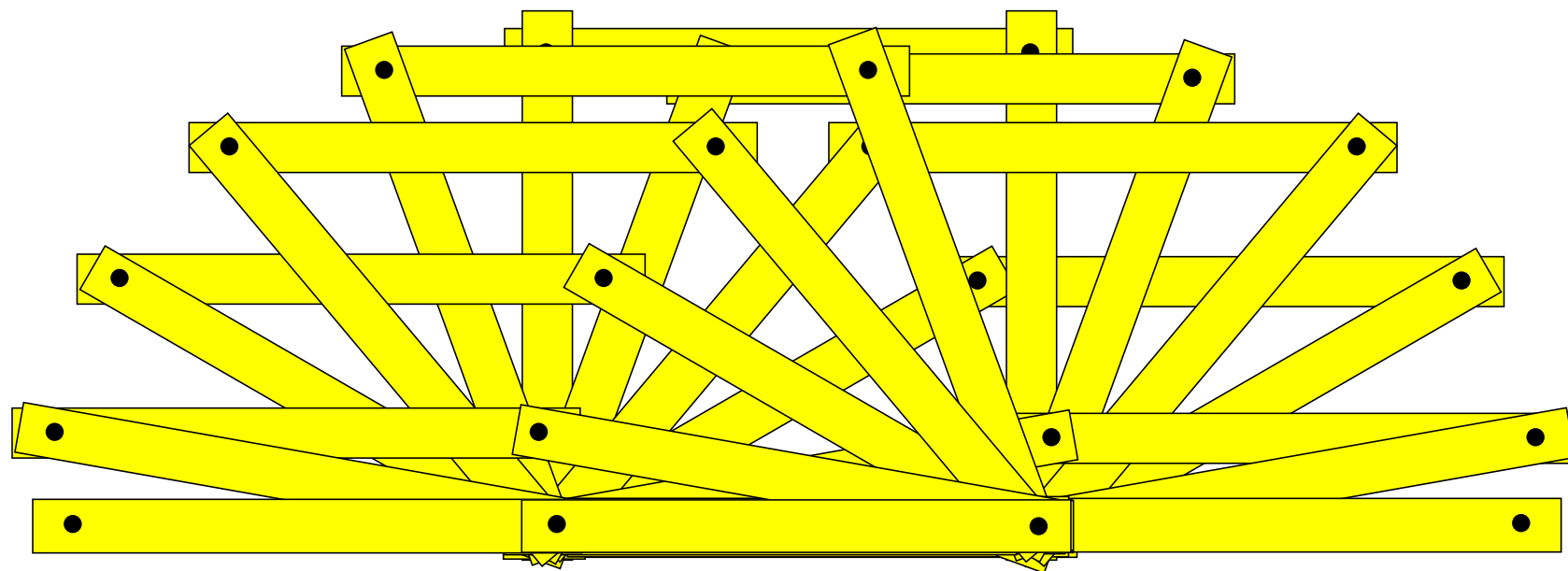
Un rombo (o quadrato)

Triangolo o quadrilatero con un angolo di 180°

Figura degenera (segmenti sovrapposti)

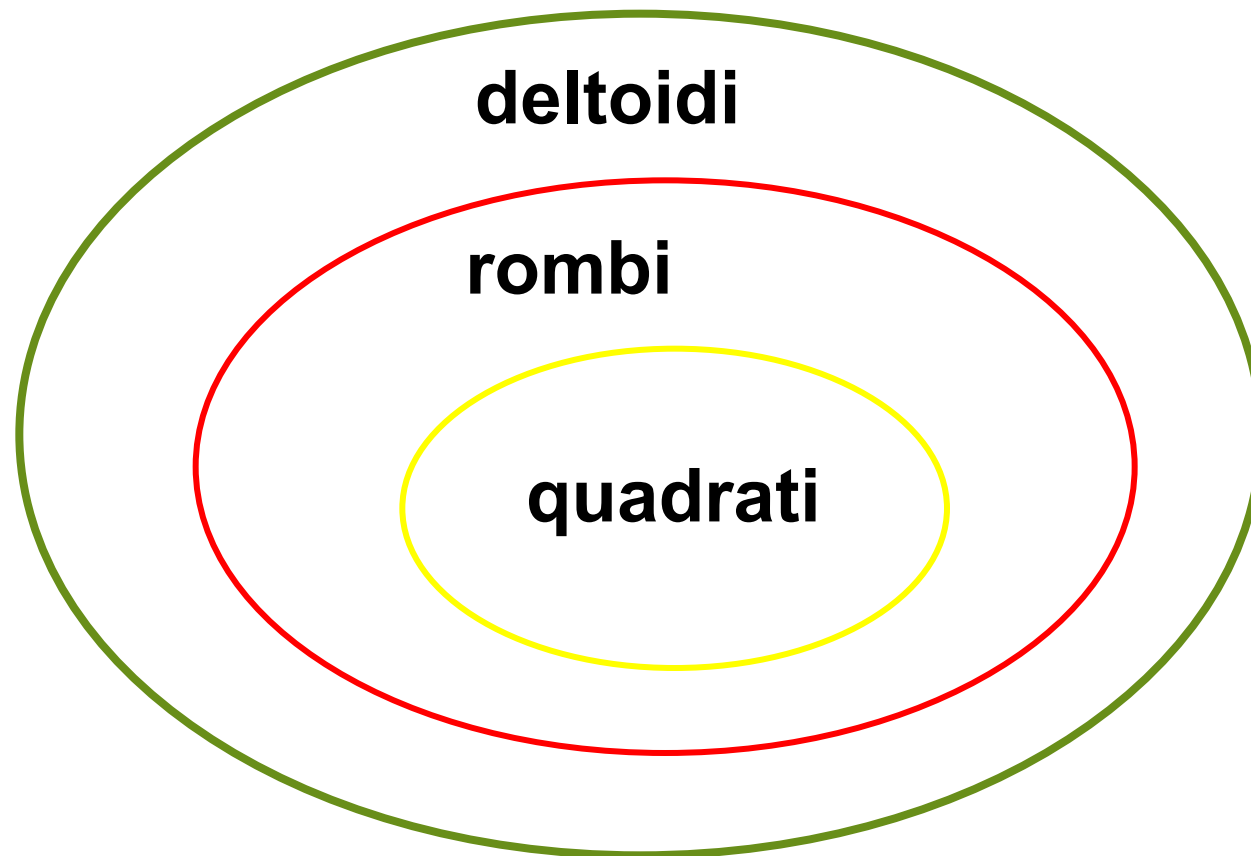






2 CABRI

Quali relazioni di inclusione ti suggerisce il modello?



$$Q \subset R \subset D$$

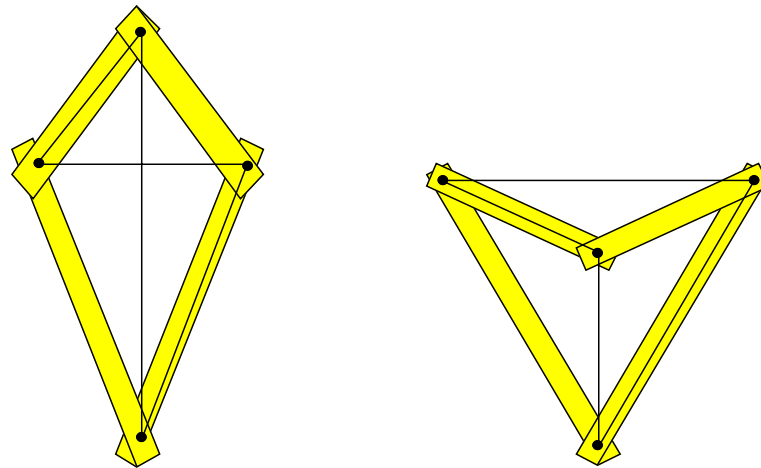
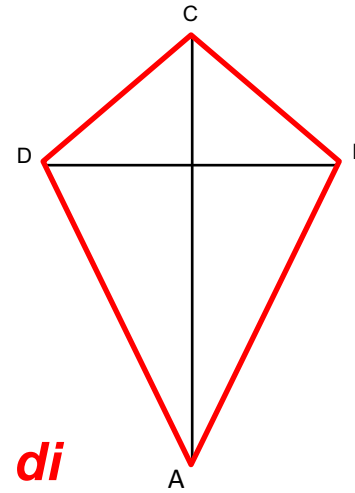
Secondo questa impostazione la classificazione delle figure è di tipo inclusivo e i rombi sono considerati particolari deltoidi.

Cosa accade ai Lati

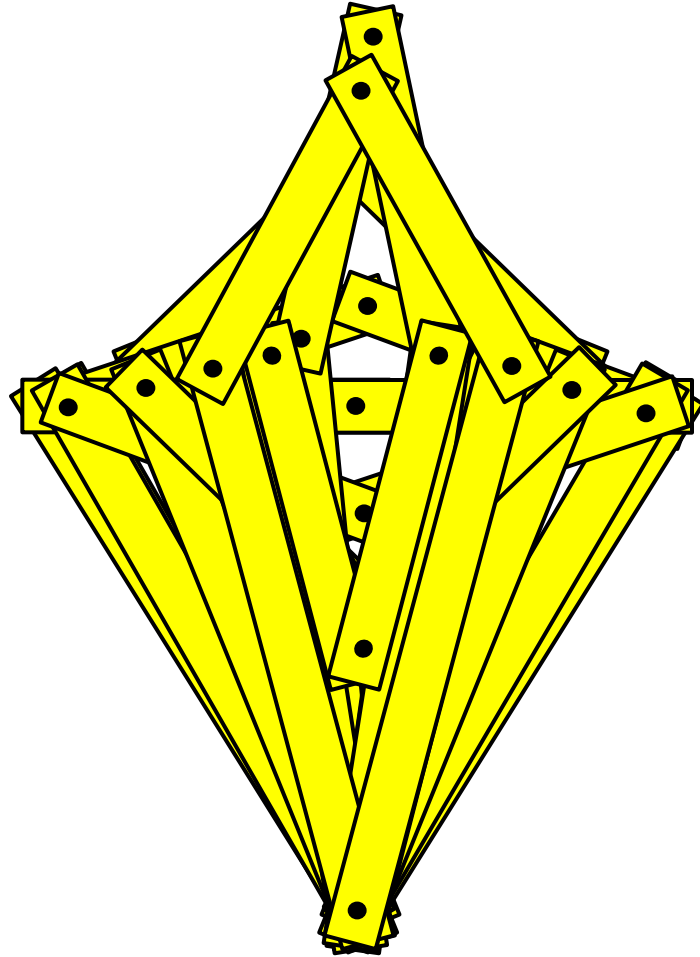
3 CABRI

Il deltoide è un quadrilatero con almeno due coppie distinte di lati consecutivi congruenti

Per essere certi che la definizione sia corretta basta costruire un modello che, nel suo dinamismo, permetta di conservare questa condizione.



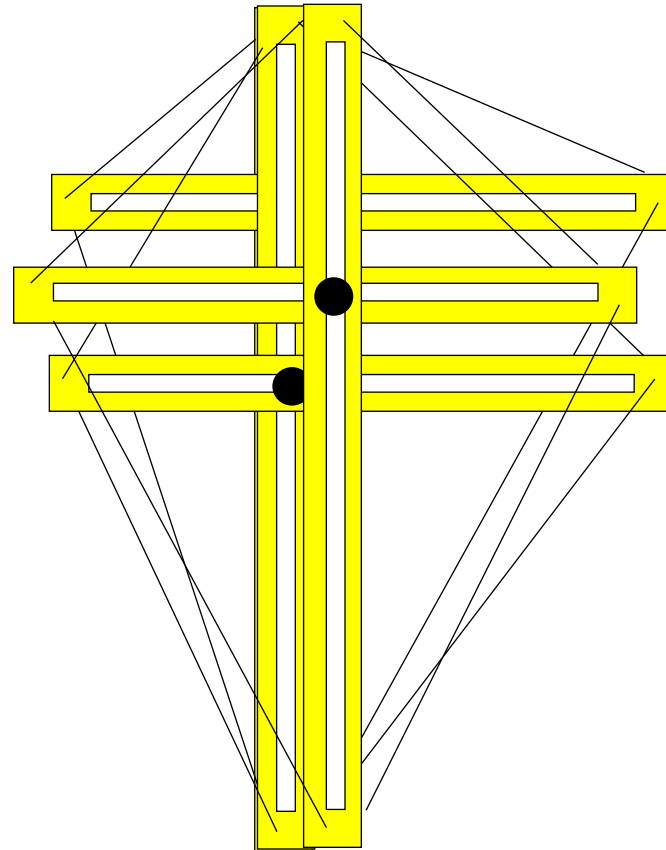
4 CABRI



Cosa accade alle Diagonali

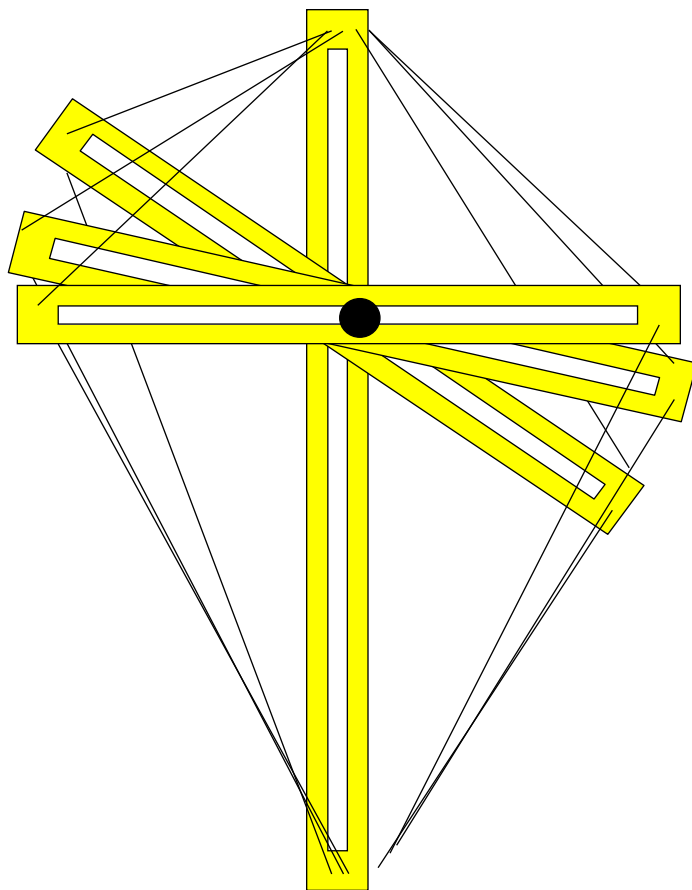
5 CABRI

*Diagonali
perpendicolari*



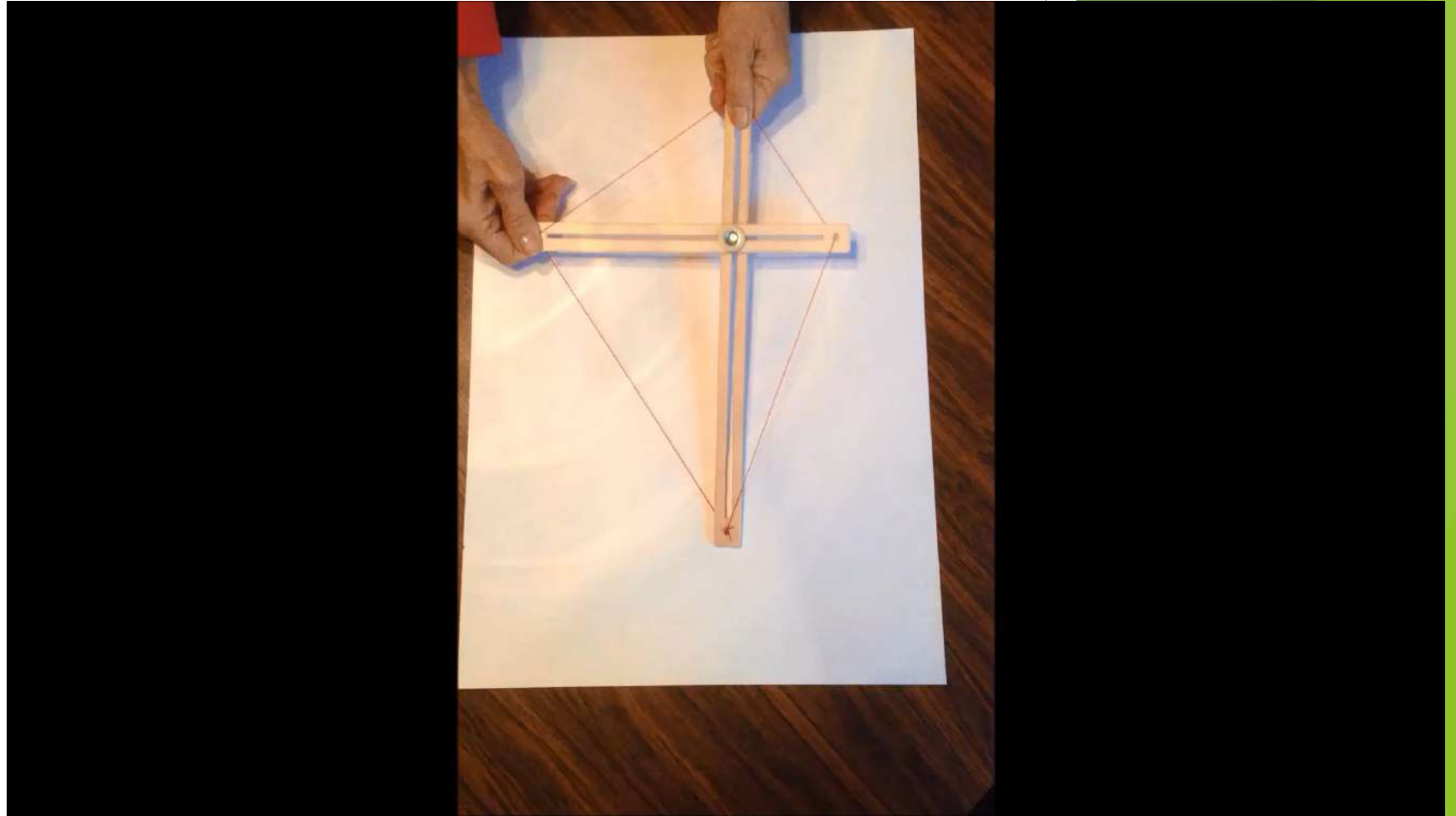
6 CABRI

*Diagonali che
si bisecano*

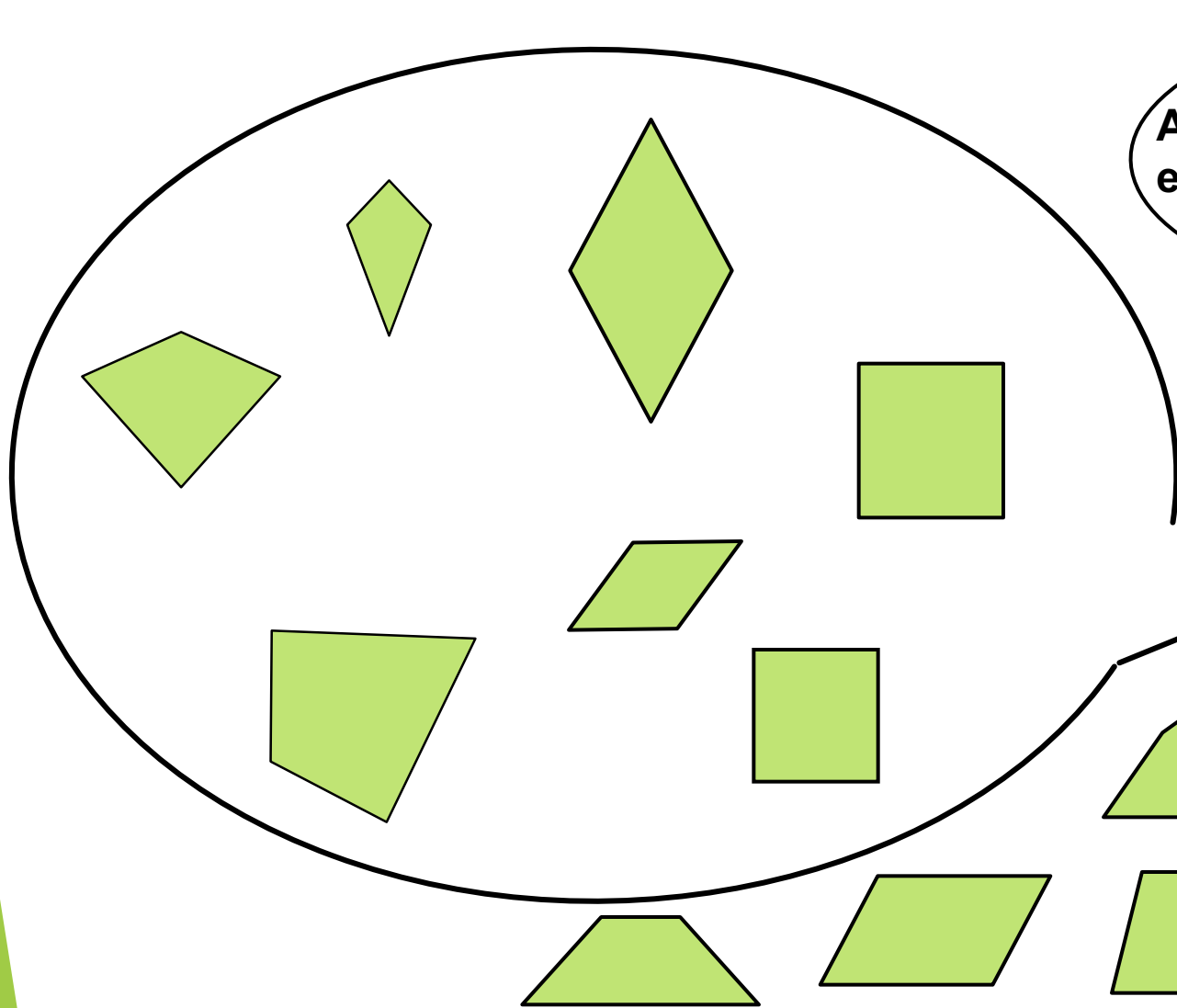


7 CABRI

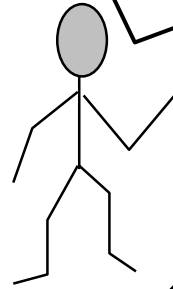
Il deltoide è un quadrilatero con le diagonali perpendicolari di cui almeno una è bisecata dall'altra o dalla retta che la contiene



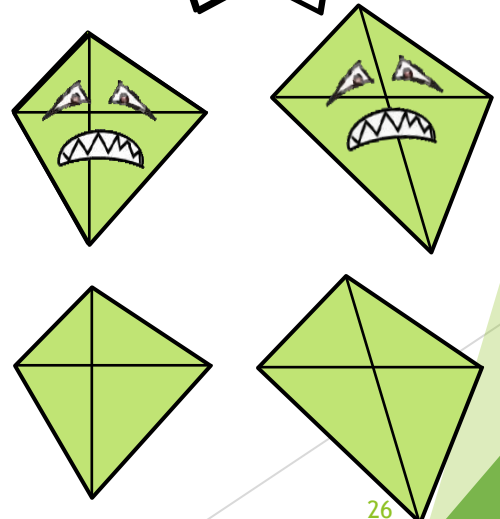
Recinto dei deltoidi



Avete Hai Hai le diagonali
e a che perpendicolari?



SÌ!!

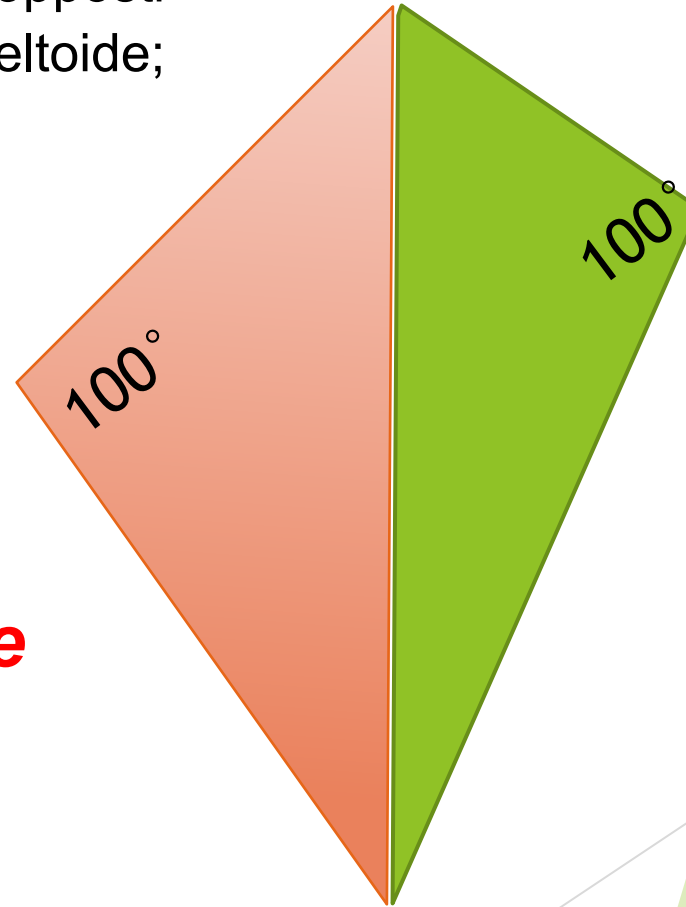


Cosa accade agli Angoli

8 CABRI

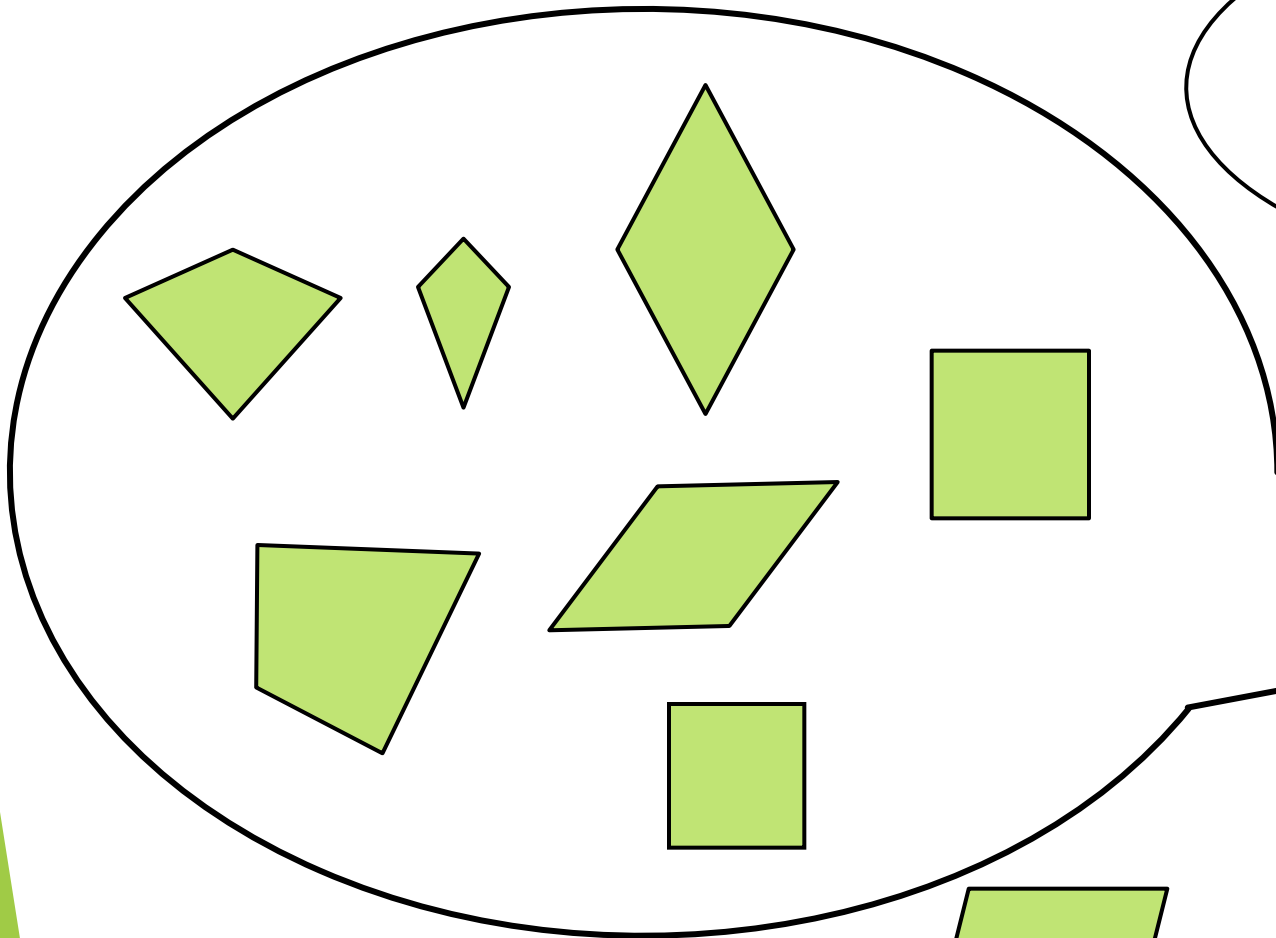
L'invarianza della congruenza di due angoli opposti non è condizione sufficiente per avere un deltoide; bisogna considerare un altro elemento

Il deltoide è un quadrilatero con almeno una coppia di angoli opposti della stessa ampiezza e le diagonali perpendicolari

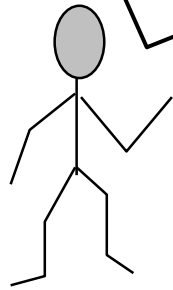


Se prendiamo in esame la definizione seguente:
«quadrilatero con almeno una coppia di angoli opposti congruenti e con almeno una diagonale che biseca l'altra» si osserva che le condizioni **non sono sufficienti**, poiché entrambe sono riferibili **a tutti i parallelogrammi** (e quindi anche ai non rombi) che in tal modo verrebbero erroneamente inclusi nell'insieme dei deltoidi.

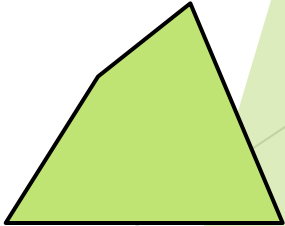
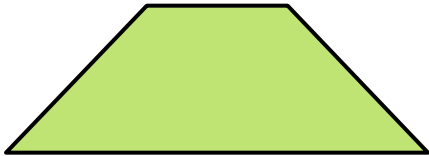
Recinto dei deltoidi



Hai almeno una coppia di angoli opposti congruenti e le diagonali perpendicolari? ~~CHE BISECA L'ALTRA?~~

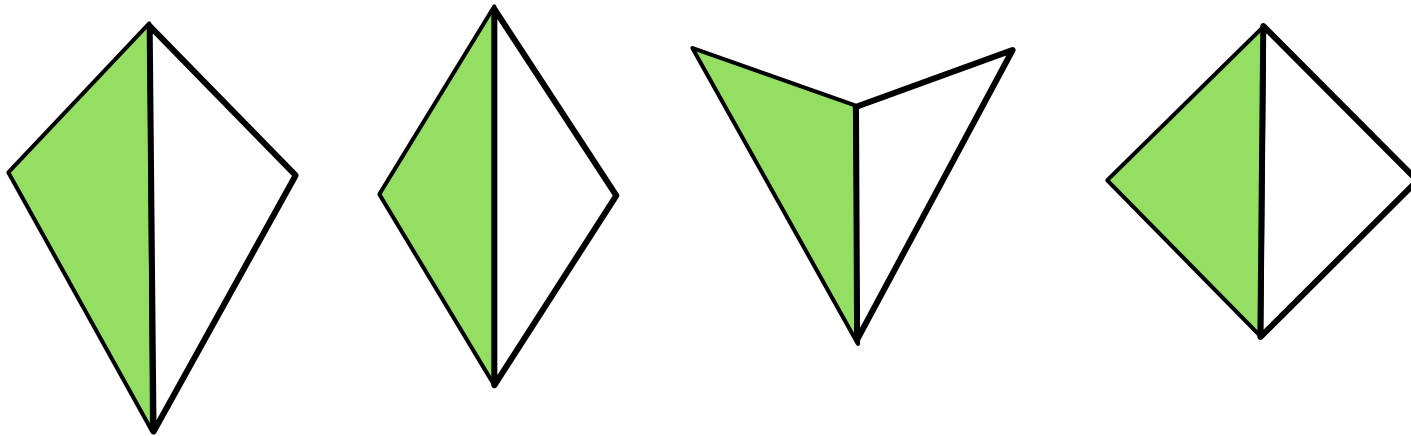


SÌ!!



Cosa accade agli Assi di simmetria

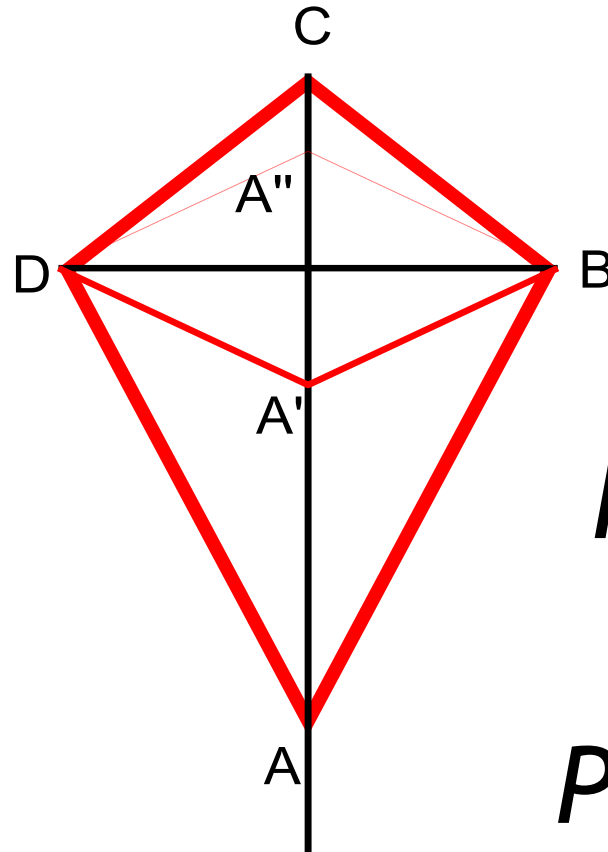
Simmetrizzando un triangolo si ottiene sempre un deltoide:



Il deltoide è un quadrilatero con almeno un asse di simmetria che coincide con una diagonale

Cosa accade ad area e perimetro

Perimetro

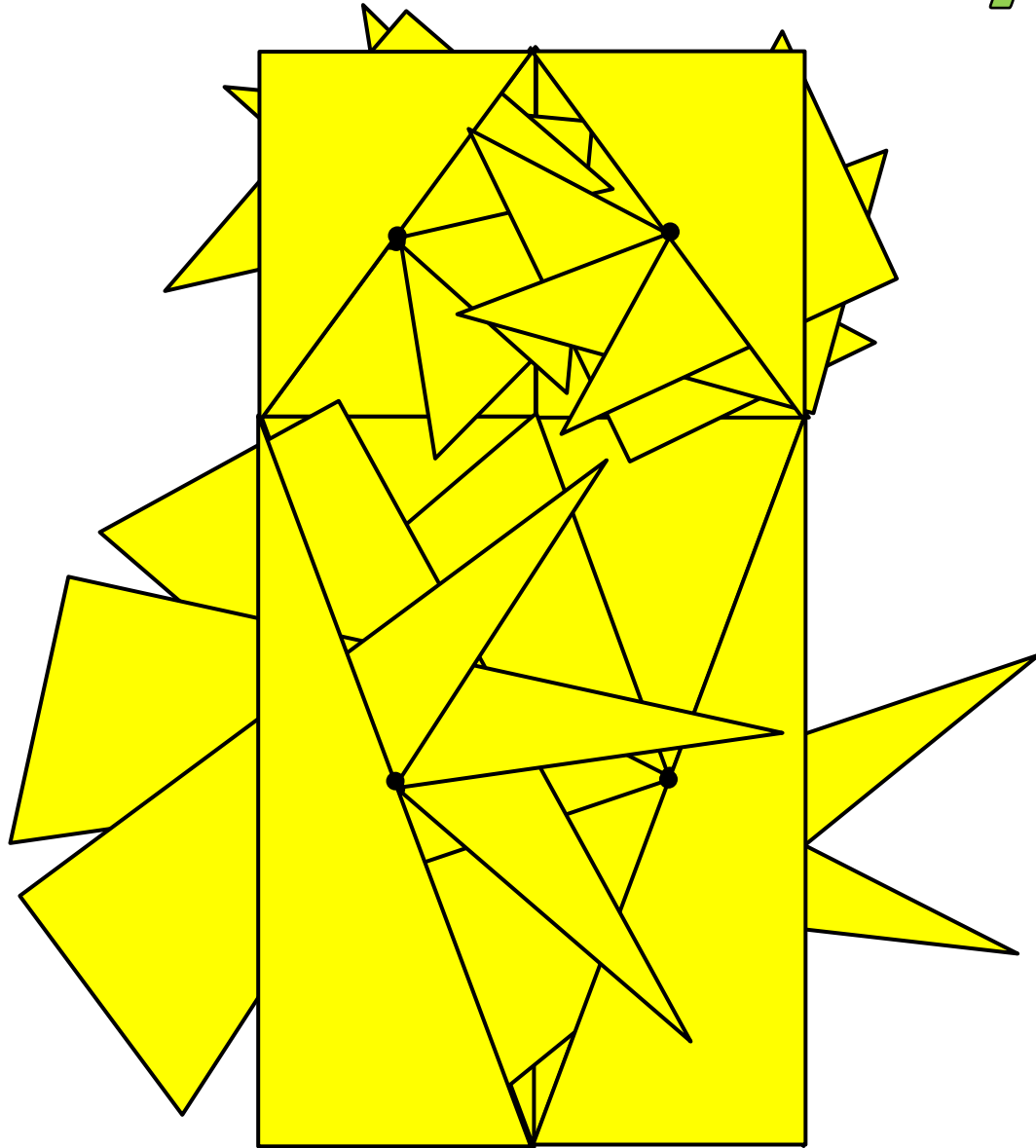


$$P = 2l_1 + 2l_2$$

$$P = 2(l_1 + l_2)$$

Formula per l'area

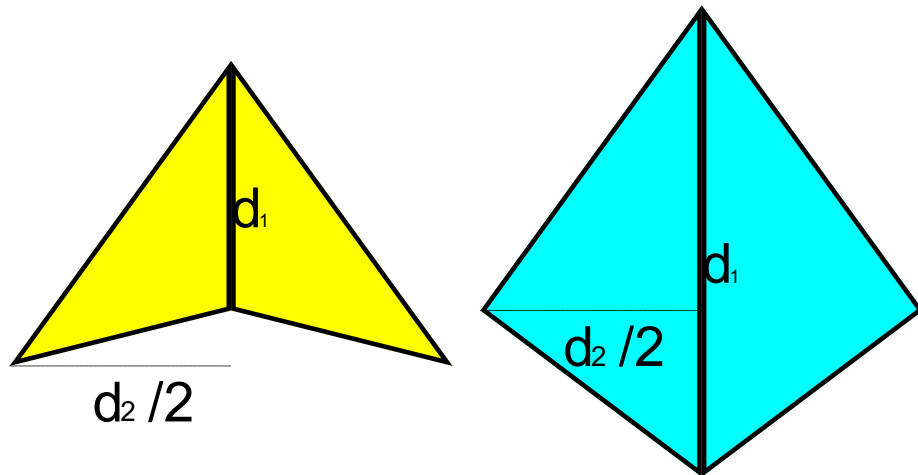
Area



$$A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

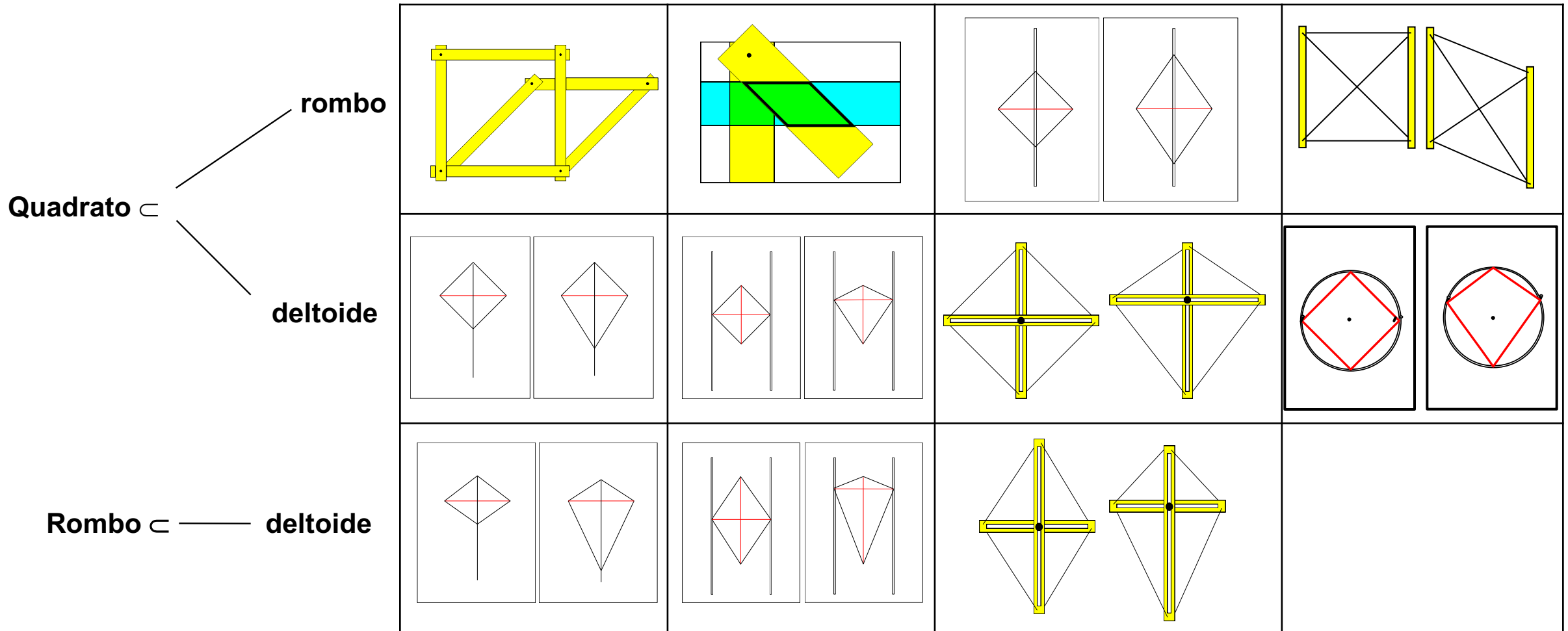
11 CABRI

Per i deltoidi concavi che non sono inscrittibili in un rettangolo il problema può essere superato dimostrando che l'area di un qualsiasi deltoide sia concavo che convesso è data dalla somma delle aree di due triangoli simmetricamente congruenti in cui la base e l'altezza sono rispettivamente la diagonale mobile e metà diagonale fissa; con semplici passaggi si perverrà comunque alla formula:



$$A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Modelli per inclusioni di deltoidi





Anna Maria Facenda, Paola Fulgenzi, Janna Nardi, Floriana Paternoster, Daniela Rivelli, Daniela Zambon

VOLARE CON LA MATEMATICA

UN PERCORSO OPERATIVO DI GEOMETRIA DINAMICA

PREFAZIONE DI ROSSANA FALCADE

DIGITAL INDEX EDITORE, MODENA, 2014

ISBN 9788897982890

Su tutti gli *stores* e su



<https://www.digitaldocet.it/le-collane-di-digital-docet/21-risorse-didattiche-digitali/40-volare-con-la-matematica-un-percorso-operativo-di-geometria-dinamica>

Grazie per l'attenzione