

Numeri figurati

Rozzano novembre 2021

Anna Maria Facenda, Paola Fulgenzi, Janna Nardi, Floriana Paternoster,
Daniela Rivelli, Daniela Zambon

(MathesisPesaro - www.mathesispesaro.altervista.org)

Perché una indagine sui «Numeri Figurati»

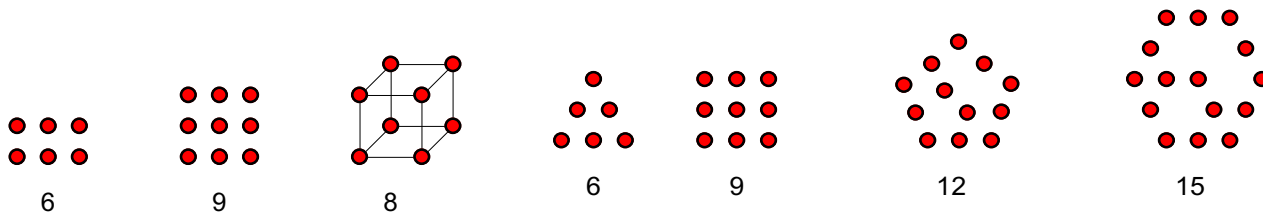
Lo studio dei numeri naturali e delle loro proprietà si presenta ricco e appassionante

Uno dei filoni di ricerca più antichi è

l'Aritmogeometria, che si basa sulla rappresentazione dei numeri naturali come configurazioni di punti geometricamente disposti (Pitagora di Samo 572 circa a.C. – fine VI sec a.C.).

A partire da Pitagora, i numeri vengono considerati non solo come strumento ma anche per le loro caratteristiche e proprietà (*aspetto concettuale del numero*).

Grazie alla rappresentazione per punti, si possono ottenere configurazioni geometriche lineari, rettangolari, triangolari, pentagonali .. cubiche ...



Fasi del lavoro

- **costruzione, con l'uso di tappi da bottiglia, degli schieramenti rettangolari per i numeri naturali da 1 a 20;**
- **riflessione sul numero degli schieramenti rettangolari individuati e sulla loro forma (in particolare la presenza o meno di schieramenti quadrati);**
- **valutazioni su area e perimetro dei diversi schieramenti rettangolari possibili per uno stesso numero;**

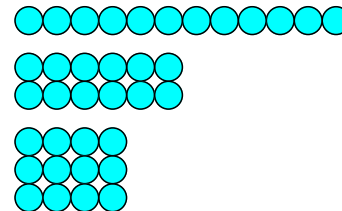
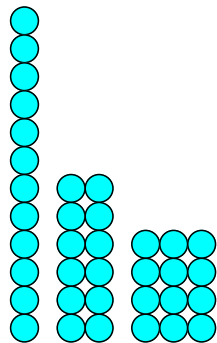
- **osservazioni su altre possibili configurazioni geometriche di numeri interi;**
- **costruzione e rappresentazione di schieramenti triangolari;**
- **individuazione della legge che genera la successione dei numeri triangolari;**

- **numeri triangolari e somma dei primi n numeri interi;**
- **numeri triangolari e somma dei primi n numeri pari,**
- **numeri triangolari e somma dei primi n numeri dispari.**

Consegna n. 1

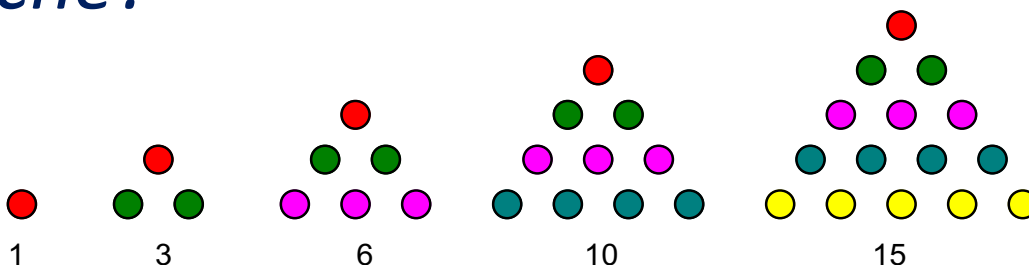
- *Con i tappi dovrai costruire degli schieramenti rettangolari. Inizierai con 1 tappo, poi con 2, con 3 ... con 20 tappi.*
- *Con alcuni numeri di tappi potrebbero essere possibili più schieramenti diversi: falli tutti se li trovi. Ogni volta che trovi uno schieramento possibile disegnalo sul foglio (N.B. per la sola classe 3^a primaria è stato aggiunto “usando un quadretto o un pallino per ciascun tappo”)*

(Per evitare ripetizioni, si concorda che ogni configurazione rettangolare sarà disegnata una sola volta, scegliendo tra la disposizione “orizzontale” e quella “verticale”)



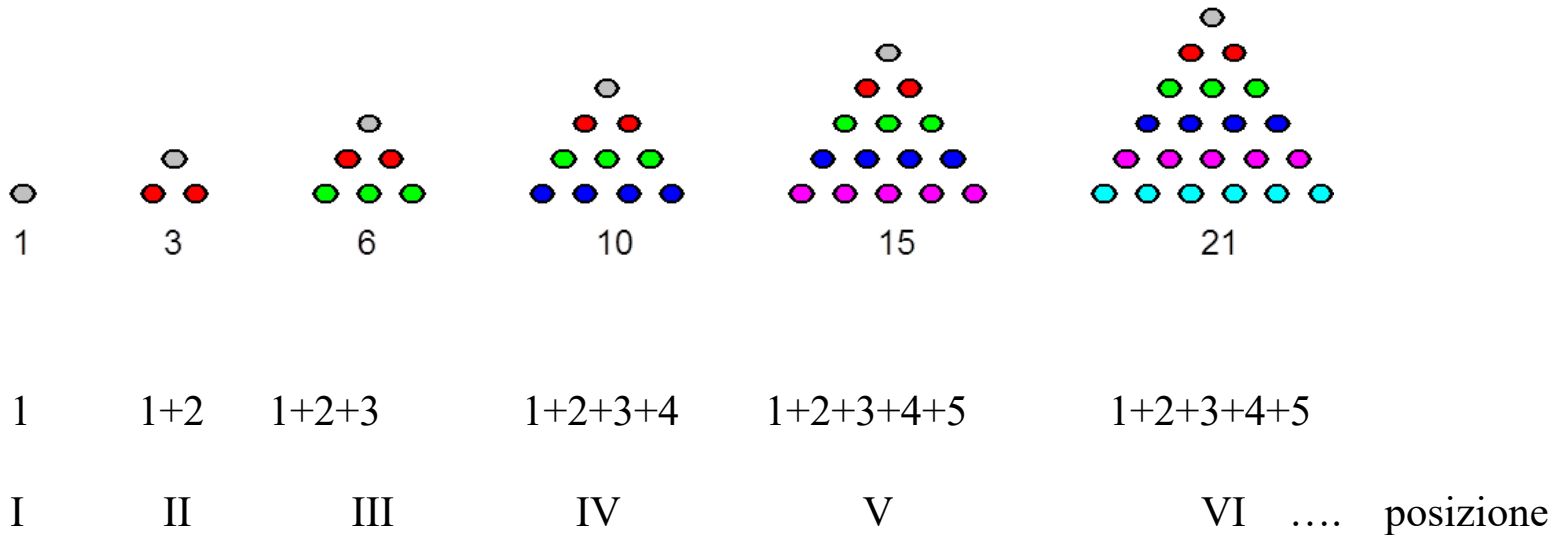
Consegna n.2

- “Con i tappi, costruisci tutti i possibili schieramenti a triangolo equilatero, disegnalili con i pallini. Scrivi per ciascuno il numero di tappi usato.
- Passando da uno schieramento triangolare all'altro come aumenta il numero dei tappi? Perché?”



VERSO LA LEGGE GENERALE

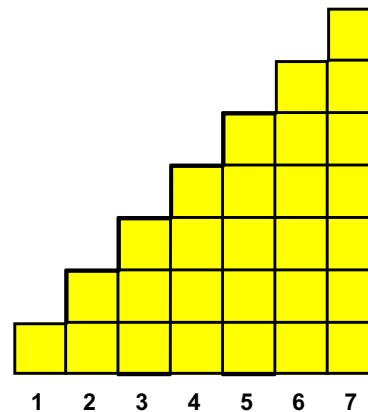
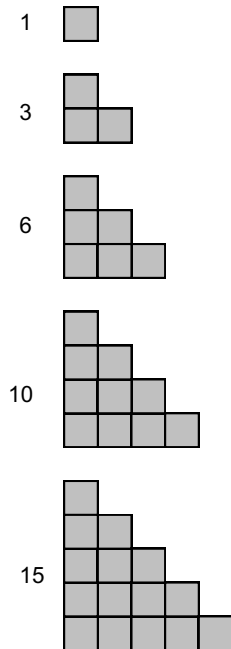
Riflettiamo sulla rappresentazione con i “tappi”



Consegna n.3

(Prima della nuova consegna, si suggerisce agli alunni di rappresentare i numeri triangolari con i quadretti-unità)

Disegna due volte il settimo numero triangolare con la rappresentazione a scaletta; ritaglia le due sagome e utilizzale per trovare velocemente quanto vale il 7° numero triangolare. Rispondi utilizzando anche disegni.



la somma dei primi **n numeri naturali**, che corrisponde all'**ennesimo numero triangolare**, è data dalla seguente legge generale:

$$n \cdot (n+1) / 2$$

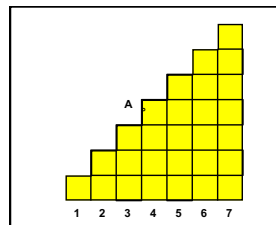
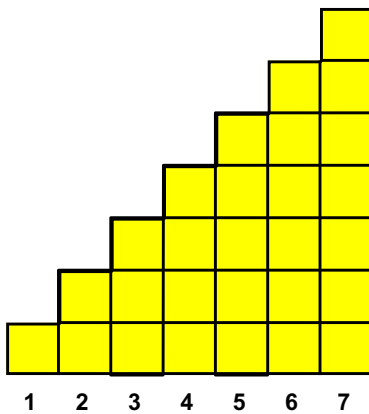


fig. 1

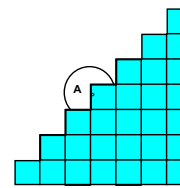


fig. 2

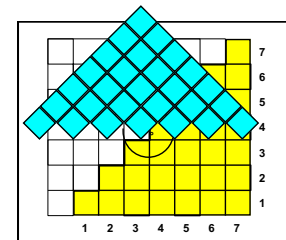
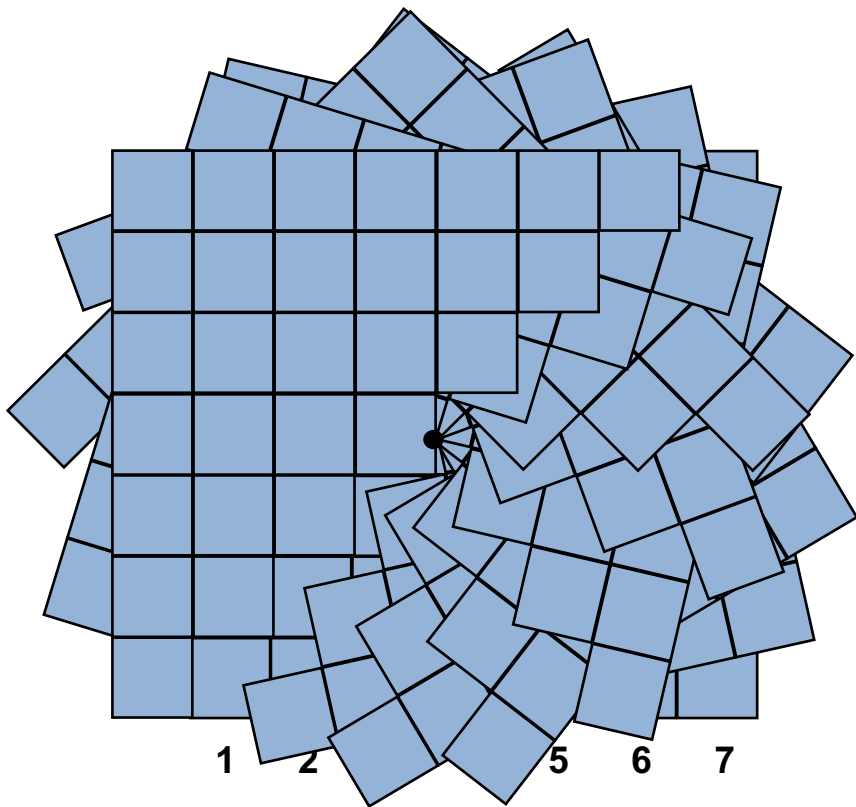
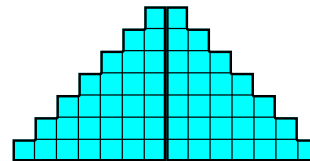
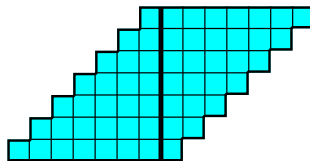
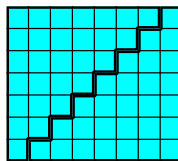


fig. 3



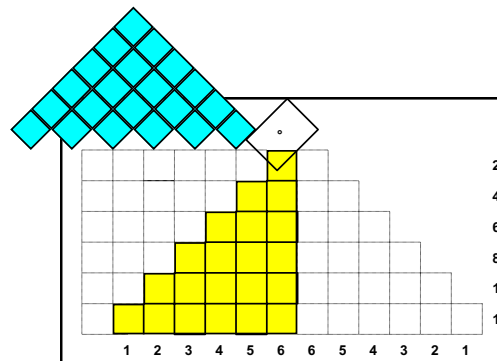
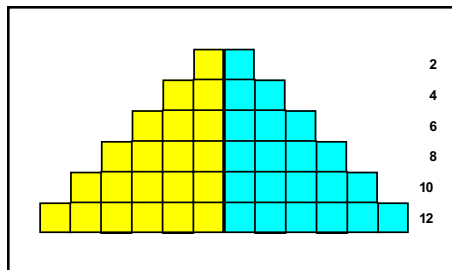
ricerca di una regola alternativa per la somma dei primi n numeri naturali

- affiancando le due sagome di carta, alcuni alunni hanno ottenuto forme diverse dal rettangolo: trapezio e parallelogramma (*possiamo usare le formule di queste figure Per risolvere il nostro problema*)



Consegna n.4

- *La successione dei numeri pari ha qualche legame con i numeri triangolari? E la successione dei dispari?*

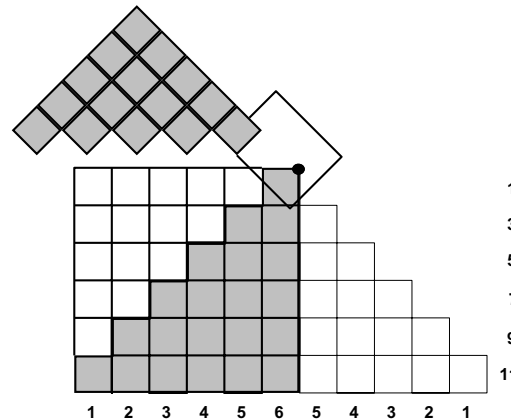


la somma dei primi n numeri pari è data da: $n(n+1)$

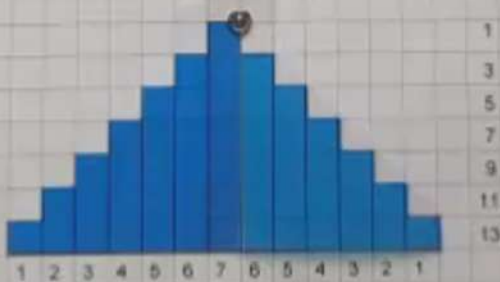
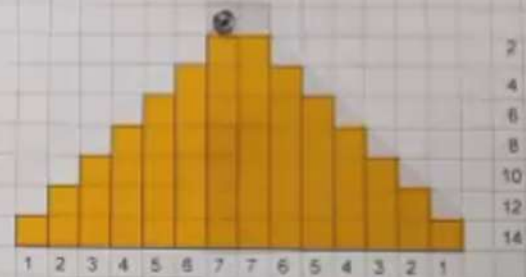
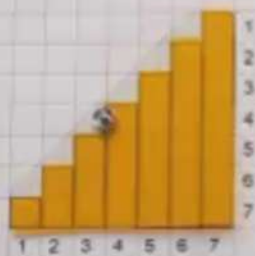
la somma dei primi n numeri dispari è

data da: n^2

* Le due sagome rappresentano numeri triangolari successivi



RIASSUMENDO



Conoscenze e abilità matematiche

- **Somma dei primi n numeri naturali;**
- **somma dei primi n numeri pari;**
- **somma dei primi n numeri dispari.** Individuazione di relazioni, ricerca e riconoscimento di regolarità; formulazione di relazioni in forma simbolica, attraverso la mediazione del linguaggio naturale e delle rappresentazioni grafiche.
- **Proprietà dei numeri naturali e delle operazioni.** Numeri pari e dispari, numeri primi, divisibilità, l'uno e lo zero nelle operazioni, commutatività, operazioni dirette e inverse.
- **Calcolo mentale.** Tabelline, coppie additive e moltiplicative, esecuzione di calcoli sia mentalmente che con carta e matita.

Conoscenze e abilità matematiche

- **Figure geometriche, proprietà, formule.** Riconoscimento di figure e individuazione/ripasso di proprietà; verbalizzazione e scrittura simbolica di procedure per il calcolo di aree e perimetri; per alcuni: trasformazioni di scritture simboliche.
- **Isoperimetria ed equiestensione.** Lavoro sulla separazione dei concetti di area e perimetro, attraverso lo studio delle rispettive variazioni.
- **Trasformazioni geometriche.** In particolare: simmetria assiale, centrale, rotazioni con la ricerca del centro di simmetria.

Bilancio cognitivo

- Convergenza tra geometria, aritmetica e algebra
- Agli occhi degli alunni si presenta una matematica meno rigida, più duttile e dinamica, attenta alle relazioni molto più che ai soli “risultati”
- “Aritmetica” e “Geometria” , che spesso sono percepite dai ragazzi come due mondi distinti e scarsamente comunicanti, si parlano e crescono ognuna anche con l’apporto dei risultati dell’altra; ne risulta una visione unitaria e non più frammentata della matematica.