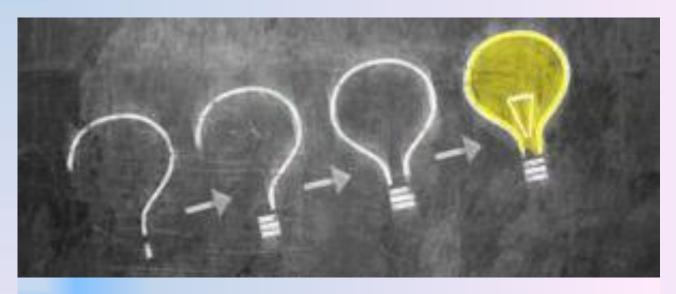
Il problema dei problemi... Non solo soluzioni!



Lidia Abate - Stefania Archinti - Rita D'Agata

Gruppo di ricerca-azione di Rozzano

Associazione Rally Matematico Transalpino Rozzano



Giovedì 24/11/2022

COSA FAREMO DURANTE QUESTO INCONTRO

- □ PERCHE' LA MATEMATICA E' UN PROBLEMA?
- ☐ QUALI DIFFICOLTA' CON I PROBLEMI
- ☐ PROBLEMI: NON SOLO SOLUZIONI, NON SEMPRE SOLUZIONI
- ☐ L'ERRORE E LE SUE POTENZIALITA'
- ☐ STRATEGIA DIDATTICA: CONFRONTO E ARGOMENTAZIONE



DOVE ERAVAMO ARRIVATI... LO SCORSO ANNO

Mathesis Pavia – sede di Rozzano

Giovedì 17/03/2022

Il problema dei problemi...
Esperienze nelle classi

https://www.ragiocando.net/wp-content/uploads/2022/03/Il-problema-dei-problemi-17-marzo-22.pdf



TRAGUARDI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZEAL TERMINE DELLA SCUOLA SECONDARIA DI I GRADO

- Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.
- > Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.
- Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.
- Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).
- Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.



LA COMPETENZA MATEMATICA NELLA «RACCOMANDAZIONE» EUROPEA

La competenza matematica è la capacità di sviluppare e applicare il pensiero e la comprensione matematica per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. Partendo da una solida padronanza della competenza aritmetico-matematica, l'accento è posto sugli aspetti del processo e dell'attività oltre che sulla conoscenza. La competenza matematica comporta, a differenti livelli, la capacità e la disponibilità di usare modelli matematici di pensiero e di presentazione

La Raccomandazione del Consiglio dell'Unione europea sulle competenze chiave per l'apprendimento permanente - 22 maggio 2018

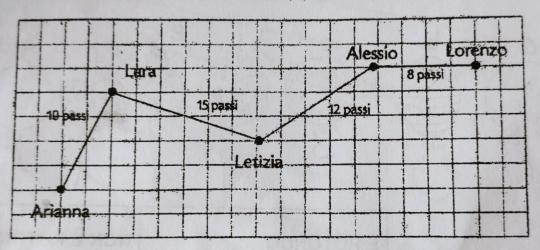
IDEE ELABORATE DAI RAGAZZI SUI PROBLEMI

- ✓ Un problema è un testo che contiene dei numeri.
- ✓ Il problema ha sempre una domanda, che di solito è alla fine del testo.
- ✓ Tutti i dati devono essere utilizzati nella risoluzione.
- ✓ I dati devono essere utilizzati nell'ordine in cui si incontrano nel testo.
- ✓ La difficoltà di un problema è determinata dalla quantità di numeri presenti e/o dalla loro grandezza.
- √ C'è sempre una soluzione.
- ✓ La soluzione è unica, esiste un solo modo giusto per risolvere il problema.
- ✓ La capacità si identifica con la velocità di risoluzione: un problema o lo capisci subito o non lo capisci.
- ✓ Un problema è difficile se ha il testo lungo.
- ✓ Un problema con tante domande è più difficile di un problema con una domanda sola.
- ✓ Ottenuto il risultato, il problema è risolto (qualunque sia il risultato).

CONTRATTO DIDATTICO

2. Leggi i testi del problemae indica con una crocetta la domanda che richiede un calcolo.

Osserva le distanze tra le abitazioni dei bambini.



- a) Qual è la distanza tra la casa di Arianna e quella di Lorenzo?
- b) Oual è la distanza tra la casa di Lara e quella di Letizia?
- c) Qual è la distanza tra la casa di Alessio e quella di Lorenzo?

Perché l'attività di risoluzione dei problemi mette in difficoltà?

Si mettono in campo più capacità contemporaneamente:

- decodifica linguistica del testo verbale
- visualizzazione della situazione
- comprensione della richiesta
- individuazione delle informazioni necessarie e sufficienti
- individuazione delle relazioni fra le informazioni
- utilizzo di diversi modelli risolutivi (rappresentazioni)
- analogia
- verifica del percorso risolutivo
- utilizzo consapevole delle diverse strategie
- simbolizzazione

-

MODALITA' DI APPROCCIO AI PROBLEMI (da parte degli alunni)

- 1. Strategia delle parole-chiave: la scelta dell'operazione è guidata dalla presenza nel testo di una parola a cui di solito il bambino associa quell'operazione.
- 2. Guarda i numeri che suggeriscono cosa fare...
- 3. Assenza di una qualsiasi riflessione critica sulla congruenza tra risultato atteso e soluzione ottenuta.
- 4. Problemi con addizione, sottrazione alla fine di un capitolo...

MODALITA' DI APPROCCIO AI PROBLEMI

(consigliate a volte dagli insegnanti)

- 1 LEGGERE BENE IL TESTO;
- 2 INDIVIDUARE LA DOMANDA E SOTTOLINEARLA;
- 3 CERCARE I DATI NEL TESTO, CERCHIARLI E RISCRIVERLI SPIEGANDOLI BENE;
- 4 RISOLVERE IL PROBLEMA CON IL DISEGNO;
- 5 RISOLVERE IL PROBLEMA CON L'OPERAZIONE;
- 6 RISOLVERE IL PROBLEMA CON IL DIAGRAMMA;
- 7 SCRIVERE LA RISPOSTA.

QUALI DEI PROBLEMI CHE SEGUONO SI POSSONO RISOLVERE CON L'OPERAZIONE 8 + 6

- 1. Caterina ha due sacchetti di caramelle: in uno ci sono 8 caramelle; nell'altro ce ne sono 6 in più. Quante sono in tutto le caramelle di Caterina?
- 2. Gina è nonna di 8 nipoti. I suoi nipoti sono 6 in più dei nipoti di nonna Rachele. Quanti nipoti ha nonna Rachele?
- 3. Ho tolto dal sacchetto 6 caramelle. Quante caramelle c'erano nel sacchetto se ne sono rimaste 8?

SI PUO' AFFRONTARE IL «PROBLEMA» SENZA DOVERLO NECESSARIAMENTE RISOLVERE!?

NON SOLO SOLUZIONE, NON SEMPRE SOLUZIONE

· E' necessario un «buon» problema



- Occorre soffermarsi sulla comprensione e sull'analisi del testo
- E' necessario saper tradurre e rappresentare

 Privilegiare la comprensione di significati delle scritture simboliche attraverso attività di traduzione dal linguaggio naturale a quello matematico e viceversa, evitando quindi che gli allievi pervengano ad una manipolazione non consapevole dei simboli (progetto ArAI)



LA RISOLUZIONE NON DEVE ESSERE AL PRIMO POSTO PRIMA L'APPROPRIAZIONE DEL TESTO

Gli allievi incontrano spesso difficoltà perché vanno a ricercare meccanismi risolutivi imposti e in realtà non chiari

RAGIONIAMO SUL TESTO SENZA RISOLUZIONE

MARTA HA CINQUE MACCHININE IN MENO DI LUIGI

Come possiamo dare questa informazione sempre in parole?

Marta è il soggetto M. ha 5 macchinine in meno di Luigi

Luigi è il soggetto

L. Ha lo stesso numero di macchinine di Marta ma con cinque in più Le macchinine di Luigi sono tante quante quelle di Marta con altre 5 Il numero di macchinine di L. supera quello delle macchinine di Marta di 5

5 è il soggetto

5 sono le macchinine in meno....

5 è la differenza....

STIAMO «SOLO» ANALIZZANDO IL TESTO

PER SINTETIZZARE, SI POSSONO CONDIVIDERE CON GLI ALUNNI QUESTE SCRITTURE

M MACCHININE DI MARTA

L MACCHININE DI LUIGI

M = L - 5 5 = L - M L = M + 5

CONDIVIDERE CON GLI ALUNNI IL PERCORSO CHE SI STA FACENDO

PIANO DI SVILUPPO

Quale mia
conoscenza può
aiutarmi in
questo
compito? Ho
già risolto
questo tipo di
problemi?

MONITORAGGIO

Come sto
lavorando?
Perché lo sto
facendo? Sono
bloccato?
Perché?

AUTOVALUTAZIONE

La soluzione ha senso? Ho lavorato bene? Cosa avrei potuto fare diversamente?

QUESTIONARIO SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO ARGOMENTAZIONE

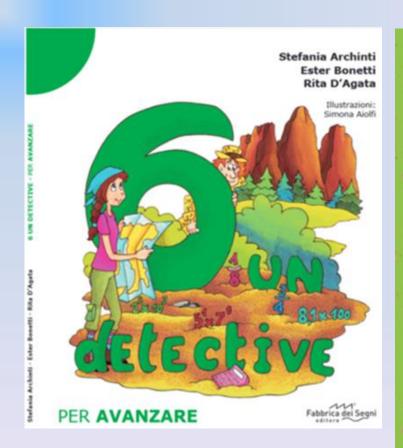
| | MOLTO D'ACCORDO | D'ACCORDO | POCO D'ACCORDO | PER NULLA D'ACCORDO |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-----------|-------------------|------------------------|
| Capire è diverso da saper spiegare | | | | |
| So spiegare oralmente come ho fatto a risolvere il problema | | | | |
| Quando spiego oralmente, controllo che il mio compagno segua il mio ragionamento | | | | |
| So scrivere il procedimento che ho usato per risolvere il problema | | | | |
| Faccio uso di disegni o rappresentazioni per spiegare meglio il mio ragionamento | | | | |
| Riesco ad usare i termini specifici della matematica | | | | |

QUESTIONARIO CON DOMANDE APERTE

ARGOMENTAZIONE

| 1. | Il mio linguaggio è stato adeguato alle richieste di argomentazione? |
|----|------------------------------------------------------------------------------|
| 2. | Quali trucchi ho usato per mantenere il filo logico durante una spiegazione? |
| 3. | Quali strumenti ho usato per far capire la mia spiegazione? |

(Vielmo, Martinelli, Ossana; Università di Trento)



METTIAMOCI ALLA PROVA

SOSTA AL RIFUGIO



Al rifugio eravamo in tanti:
una moltitudine di gitanti.
Chi saliva,
chi scendeva,
uno da solo, due in compagnia,
tutti felici, in armonia!
Zaini in spalle, gambe forti
passi lunghi, passi corti...
Tanti, troppi, ne ho contati
tutti beati sui prati sdraiati.
Per sapere il numero preciso
segui gli indizi e sii deciso!



| Conta | per | 4 | da | 49 | a | 97 | |
|-------|-----|---|----|----|---|----|--|
|-------|-----|---|----|----|---|----|--|

- È un numero composto, cioè non è un numero primo
- È un multiplo di 3 o di 7
- La differenza fra le sue cifre è maggiore di 3

Al rifugio c'erano escursionisti

Per te questa pagina è facile, impegnativa o difficile?





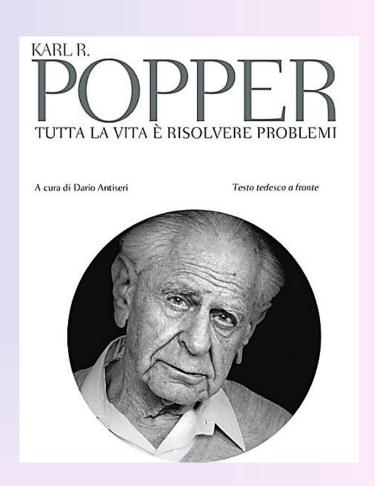


https://docs.google.com/forms/d/lz00LfaOKcm85WootZ79ZYatCPn7HsQlwlhTDhBaQGnU/edit

In tutto questo percorso come considerare l'errore?

«... evitare gli errori è un ideale meschino: se non osiamo affrontare problemi che siano così difficili da rendere l'errore quasi inevitabile, non vi sarà allora sviluppo della conoscenza. In effetti è dalle nostre teorie più ardite, incluse quelle che sono erronee, che noi impariamo di più. Nessuno può evitare di fare errori; la cosa più grande è imparare da essi.»

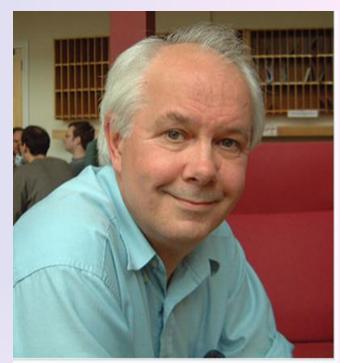
Popper, 1972



ERRORE COME GENERATIVO DI CONOSCENZE, ABILITÀ E COMPETENZE

In matematica esiste una parola per indicare quei risultati che in seguito subiscono modifiche: si chiamano "errori".

(Ian Stewart)



Ian Nicholas Stewart

ㅁ

L'errore in matematica nel contesto scolastico è considerato come qualcosa da evitare assolutamente. Questo perché c'è una implicita identificazione tra errore e difficoltà, e tra errori degli allievi e fallimento dell'insegnamento...



...si è sviluppata una nuova epistemologia dell'errore coerente con la crescita dell'attenzione allo stimolo del pensiero produttivo nell'insegnamento e apprendimento della matematica e con il ruolo che gli errori hanno avuto nello sviluppo della matematica.



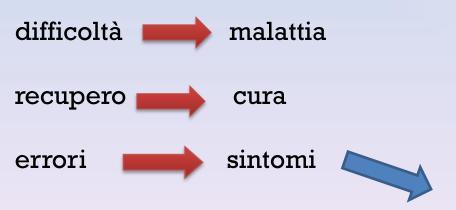
Raffaella Borasi ricercatrice italo-americana

Ansia di liberarsi dall'errore, desiderio di evitarlo.
L'errore è vissuto come un fallimento del processo di insegnamento e di apprendimento.

Obiettivo: correggere velocemente l'errore.

Intervento di «recupero»

perché alunno non ha acquisito le conoscenze necessarie, né sviluppato abilità adeguate.



Si attaccano i «sintomi», cioè gli «errori»:

- si correggono gli errori
- si rispiega l'argomento
- si mostra «come si deve fare»
- si mette in guardia da errori tipici

(Rosetta Zan)

L'assenza di errori è garanzia di un insegnamento efficace e di un apprendimento sicuro?

Davanti ad una prova «oggettiva» si distinguono 4 gruppi:

- 1) alunni che danno una risposta corretta e sono capaci di motivarla
- 2) alunni che danno una risposta errata e dimostrano di non aver capito
- 3) coloro che danno una risposta corretta, ma non hanno capito quello che hanno fatto
- 4) infine, quelli che hanno dato una risposta sbagliata, ma dimostrano di aver capito.



più del 50% degli alunni fa parte del 3° e del 4° gruppo!

(Rosetta Zan)



Ci sono situazioni di vita reale che possono essere descritte in questo modo?

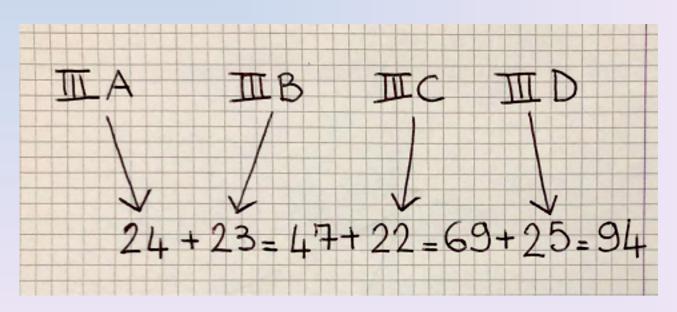
In un gioco ieri ho vinto 2 volte su 7, oggi ho vinto 4 volte su 5 Le vittorie sono state in tutto 6 su 12 partite! Ouindi.....

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{5} = \frac{6}{12}$$
e non...
 $\frac{2}{7} + \frac{4}{5} = \frac{40 + 28}{35} = \frac{38}{35}$

L'errore nel modo di addizionare può essere accettabile in questa particolare interpretazione

Utilizzo dei segni... l'UGUALE

Quanti bambini frequentano la classe terza?



Aspetto procedurale \neq aspetto relazionale

QUANTE DECINE CI SONO NEL NUMERO 327?

Errore dovuto all'insegnamento che ha generato una misconcezione (che non è da confondere con l'errore)

Misconcezione = frutto di una conoscenza

Errori

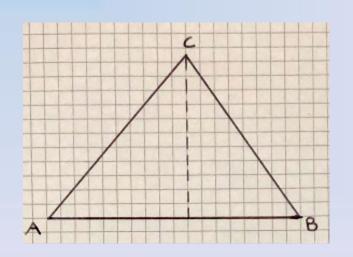
False interpretazioni

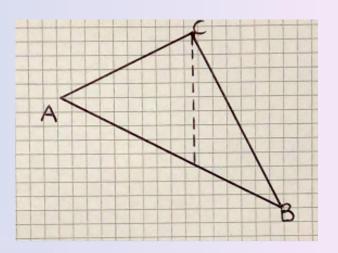
Malintesi

Fretta

Contratto didattico

ERRORE RICORRENTE: traccia l'altezza





INFLUENZA DEL LINGUAGGIO:

- ≥l'altezza di una persona
- ... di un palazzo
- >... di un ponte
- ... di un albero

Molte difficoltà a livello linguistico si evidenziano con l'indicatore ciascuno che può essere sostituito con termini di significato equivalente:

Ciascun quaderno costa 1 euro.

Ogni quaderno costa 1 euro.

Ognuno dei quaderni costa 1 euro.

I quaderni costano 1 euro l'uno.

Il costo è di 1 euro a quaderno (prezzo).

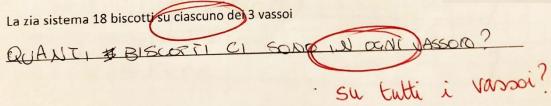
Il costo a quaderno è di 1 euro.

Il costo per quaderno è di 1 euro.

Il costo unitario è di 1 euro.

a zia sistema 18 biscotti su ciascuno dei 3 vassoi

Quanti birratte: sistema su ogni vassois? tutti i



CONCEZIONE ALTERNATIVA DEGLI ERRORI

Sono parte inevitabile ed integrante dell'apprendimento, sorgente preziosa di informazioni sui processi di apprendimento.

Lo studio di un errore ha un valore educativo: lo studente può rendersi conto che gli errori non sono inutili, da eliminare o comunque da evitare, non devono essere considerati eventi sfortunati che generano frustrazione.

Lo studente può sentirsi più incoraggiato a "rischiare" nelle risposte ed imparare ad apprezzare il contenuto informativo dei propri errori.

Nella risoluzione dei problemi

Approccio riproduttivo = approccio produttivo



Riproduzione di schemi. Aumenta la paura di sbagliare.

L'errore è visto come segno di difficoltà.



Prendere decisioni. Errore è motivo di scoperta.

Valorizzazione di processi che partono da una soluzione errata o parziale. **Finale**

maggio-giugno 2014

©ARMT2014

3. PERCORSI SUI FIAMMIFERI (Cat. 3, 4, 5) ©ARMT 2014 - 22° - finale

Tre bambini hanno fatto un disegno con i fiammiferi.

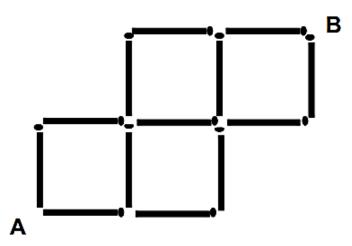
Cercano i percorsi più corti che vadano da A a B, immaginando di camminare sui fiammiferi.

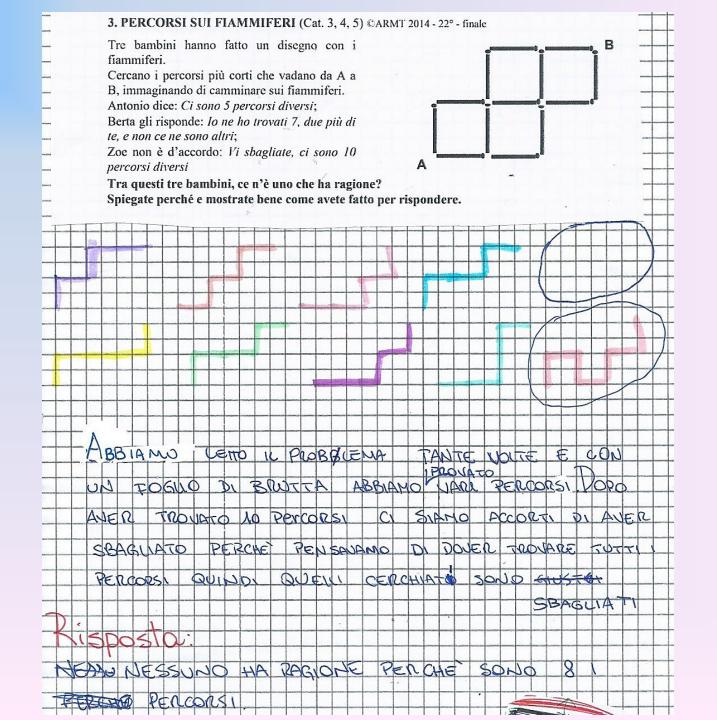
Antonio dice: Ci sono 5 percorsi diversi;

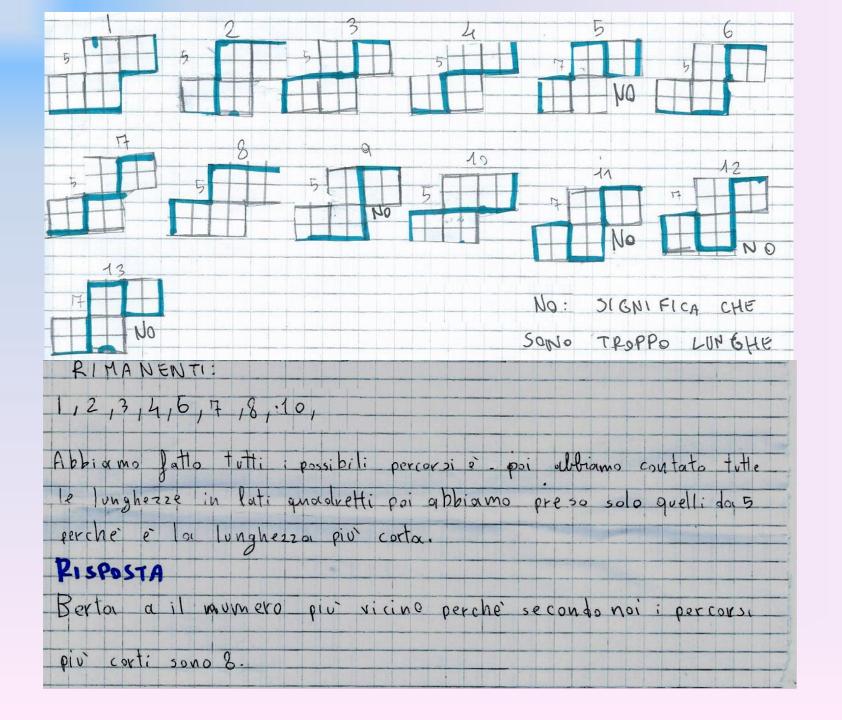
Berta gli risponde: Io ne ho trovati 7, due più di te, e non ce ne sono altri;

Zoe non è d'accordo: Vi sbagliate, ci sono 10 percorsi diversi

Tra questi tre bambini, ce n'è uno che ha ragione? Spiegate perché e mostrate bene come avete fatto per rispondere.







Leggi il problema e individua la soluzione corretta. Spiega l'errore compiuto per le altre risposte.

Rita sta leggendo un libro interessante. Ha già letto 37 pagine e per terminarlo le mancano ancora 188 pagine. Da quante pagine è composto il libro?

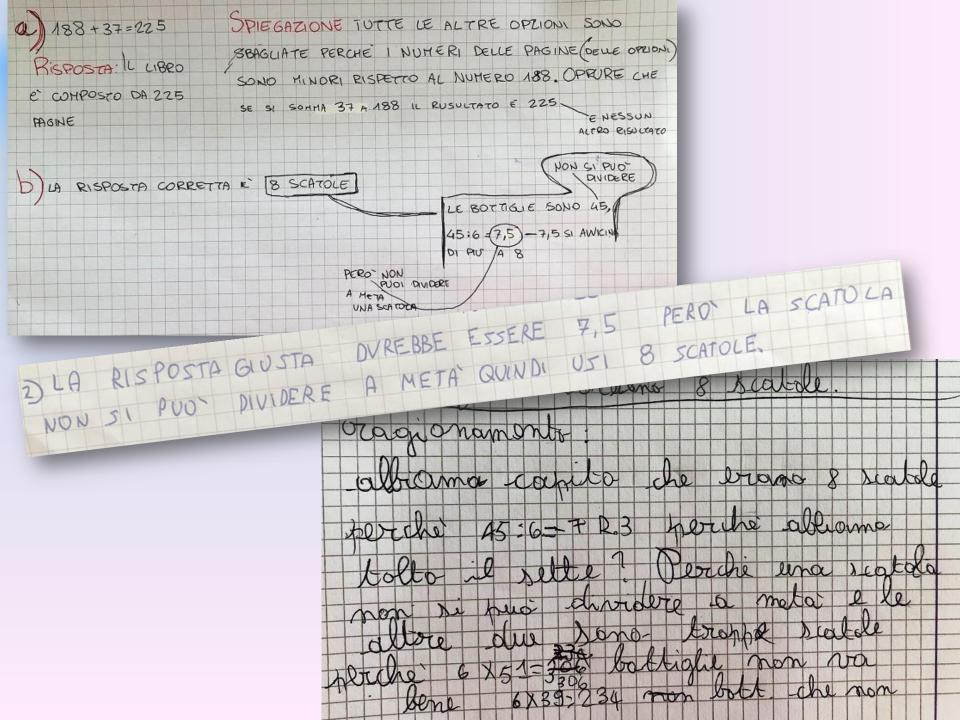
- A) 151 pagine
- B) 125 pagine
- C) 225 pagine
- D) 188 pagine

Qual è il risultato corretto? Perché gli altri sono sbagliati?

Marco deve sistemare 45 bottiglie in scatole che ne contengono 6 ciascuna. Quante scatole occorrono a Marco?

- A) 51 scatole
- B) 7,5 scatole
- C) 39 scatole
- D) 8 scatole

Qual è il risultato corretto? Perché gli altri sono sbagliati?



LEGGI IL PROBLEMA E SPIEGA PERCHE' I BAMBINI HANNO SBAGLIATO.

Nella mia aula ci sono 25 banchi. Noi siamo 10 maschi e 12 femmine. Quanti banchi sono liberi?

| Andrea | Gigi |
|----------------------------|----------------------------|
| 25 - 10 = 15 banchi liberi | 10 + 12 + 25 = 47 banchi |
| Claudio | Davide |
| 12 - 10 = 2 | 25 - 12 = 13 banchi liberi |

La maestra ha comprato 5 album di fogli colorati che costano 2,45 euro ciascuno. Ha pagato con una banconota da 20 euro. Quanto riceve di resto?

| Anna | Bea |
|--------------------------------------------------|------------------------------------|
| $2,45 \times 5 = 122,5$ costo di tutti gli album | 2,45 x 5 = 12,25 costo degli album |
| 122,5 - 20 = 102,5 resto | 12,25 + 20 = 12,45 resto |
| | |
| Clara | Daniela |
| 20 - 2,45 = 17,55 resto in euro | 2,45 + 5 = 7,45 costo degli album |
| | 20 - 7,45 = 12,55 resto |

Rita acquista 4 libri che costano ciascuno 11,50 euro. La libraia, che è una sua amica, le fa uno sconto del 15%. Le bastano 50 euro per pagare tutti i libri?

| Elena | |
|------------------------------------|--|
| $11,50 \times 4 = 46 \text{ euro}$ | |
| 15% di 46 = (46 : 15) x 100 = | |
| 306,66 costo di tutti i libri. | |
| 50 euro non bastano. | |
| | |

Giò 11,50 x 4 = 46 euro 15% di 45 = (46 : 100) x 15 = 6,90 sconto 46 + 6,90 = 52,90 50 euro non bastano, perché

mancano 2,90 euro.

Fabio

11,50 + 4 = 15,50 euro 15% di 15,50 = (15,50 : 100) x

15 = 2,325 s conto

15,50 + 2,325 = 17,825.

A Rita bastano 50 euro.

Ilaria

 $11,50 \times 4 = 46$ euro

15% di 46 = (46 x 15) : 100 =

690:100 = 6,90 sconto

6,90 - 46 = 6,44

50 euro bastano.

D28. In un negozio di articoli per la casa, si vendono un contenitore con due mestoli che costa 19 euro e un altro contenitore uguale al primo, ma con tre mestoli, che costa 23 euro.



06





23 euro

- a. Qual è il costo del solo contenitore?
 - A. 4 euro
 - 8,50 euro
 - C. 11 euro
 - D. 15 euro
- b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

Risposte corrette 30.2% Risposte Mancate 18.2% Altre non valide. 81.8%

.....

DOPO AVER LETTO E RILETTO IL PROBLEMA

ABBIAMO SPERIMENTATO TUTTE LE

POSSIBILI SOLUZIONI E SIAMO ARRIVATI

A PENSANAMO CHE FOSSE 8,50 MA DOPO

AVER PROVATO A RISOLVERLO ABBIAMO

CAPITO DI ANER SBAGLIATO E SIAMO

ARRIVATI ALLA SOLUZIONE CIOÈ IL BARATTOLO

COSTAVA 11 E

23-19-4 COSTO DI UN MESTOLO 19 6 M

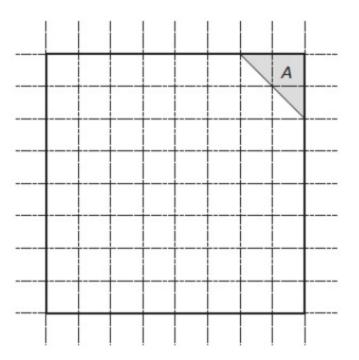
19-8-11 COSTO DEL BARATTOLO 11 12-11-23

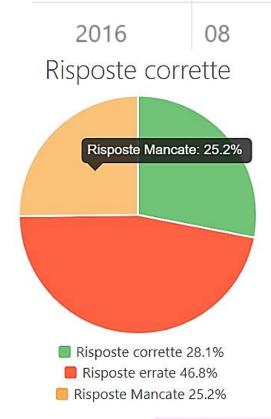
D=23 D=19. Quindi abbrama fatto 23-19=4

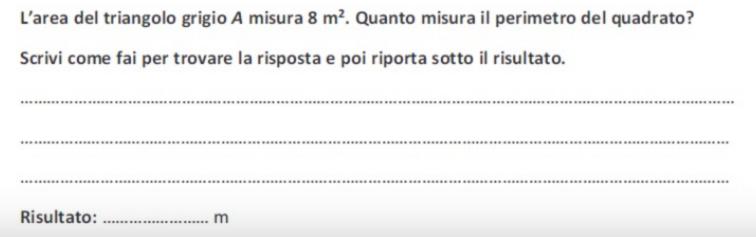
e quindi il mestolo vale 9. Poi abbramo
fatto tonit 4+4+4=12 poi 23-12=11, poi abbramo
latto 4+4=8 poi 19-118=11. Abbramo visto
che in tutte le due sottrazioni viene

Risposta 36 contentore vale 11.

D8. Osserva la figura.









Come gestire l'attività in classe?



La discussione come «strategia didattica»

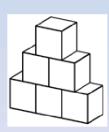
Torri di cubetti I (Cat.3,4) 29.I.1

Tre amici giocano a costruire "torri" con i cubetti.

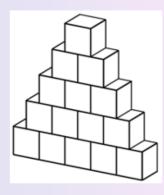
Ogni bambino ha a disposizione un diverso numero di cubetti.

Riccardo ha utilizzato tutti i suoi cubetti per costruire una torre di tre piani.

Clara, con tutti i suoi cubetti, è riuscita a costruire una torre di cinque piani.



Torre di Riccardo



Torre di Clara

Lia che ha molti cubetti pensa di riuscire a costruire una torre di dieci piani seguendo lo stesso modello di Riccardo e di Clara. Quando ha quasi finito la sua torre, si accorge che le mancano due cubetti.

Quanti cubetti possiede Lia?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.



Elaborato della I prova ufficiale di una classe IV

RAGIO NA MENTO: ABBI AMO CONTATO I CUBETTI
DELLA TORPE DI CLARA, ED ERANO 16.

NOI ABBI AMO PENSATO DI AGGI UNGERE
UN CUBETTO PER OGNI RIGA, LA PRIMA
VOLTA ERANO DIVENTATI 6 PIANI CON
22 CUBETTI, LA SECONDA ERANO DIVENTATI
7 PIANI CON 29 CUBETTI, UNA VOLTA
ARRIVATI AL DECIMO PIANO CON CA
PIRAMI DE INTERA ERA FORMATA DA SG
CUBETTI. MA CIA NON AVEVA 2 CUBETTI,
ALLORA ABBIAMO FATTO 56-2-54, LIA
POSSE PEVA SU CUBETTI

RAGIONAMENTO: abbiamo contato i cubetti della torre di Clara, ed erano 16.

Noi abbiamo pensato di aggiungere un cubetto per ogni riga, la prima volta erano diventati 6 piani con 22 cubetti, la seconda volta erano diventati 7 piani con 29 cubetti, una volta arrivati al decimo piano con la piramide intera era formata da 56 cubetti, allora abbiamo fatto 56-2 = 54, Lia possedeva 54 cubetti

Questo gruppo ha dato una risposta sbagliata dovuta ad un errore di calcolo iniziale. In compenso ha dato una spiegazione chiara del procedimento e da essa traspaiono una buona comprensione del problema e una strategia operativa che li ha portati a scoprire:

- la regolarità della successione numerica legata al numero di piani
- le relazioni che intercorrono fra numero di piani e numero di cubetti sui piani
- ➤ la procedura corretta per definire il numero totale dei cubetti della torre.



L'importanza della Discussione – anno successivo

E' stato proposto agli stessi alunni, l'anno successivo, in classe quinta il problema: «Torri di cubetti II»

- versione per categorie: 5-6

TORRI DI CUBETTI II (Cat.5,6) 29.I.10

Tre amici costruiscono "torri" con cubetti bianchi e cubetti neri.

Ciascuno di loro ha a disposizione un numero diverso di cubetti.

Ecco due delle torri costruite dai tre amici.



Torre di Riccardo



Torre di Clara

Lia osserva le due torri e nota che si alternano un piano nero e un piano bianco, e che la cima è formata da un solo cubetto nero.

Decide allora di costruire una torre di venticinque piani con le stesse caratteristiche: un piano nero e un piano bianco alternati e con la cima formata da un solo cubetto nero.

Qual è la differenza tra il numero di cubetti bianchi e quello di cubetti neri che Lia utilizzerà per costruire la sua torre?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

Gruppo 2

LA DIFFERENZA TRA IL NUMERO DEI CUBETTI
BIANCHI E IL N. DI QUELLI NERI È 13
CIOÈ
156 B E 143 N.
ABBIAMO RISPOSTO COSÌ PERCHE:
PRIMA VOLEVAMO SCOPRIRE QUA QUAL'ERA
LA PIRAMIDE DI LIA (COMPLETA) QUINDI
ABBIAMO DECISO DI OSSERVARE LE Z
TORRI GIÀ COSTRUITE MA ABBIAMO PRESO
SPUNTO SOLO DA CLARA.

L'errore di non inserire il numero di cubetti neri del 25° piano nel conteggio li ha portati ad una risposta errata. Durante la condivisione con la classe il gruppo si è reso conto dell'errore e che conveniva scrivere tutti i numeri per poter fare la verifica.

ABBIAMO VISTO SUBITO CHE IL NUMERO BASE ERA LO STESSO CUBETTI NELLA DEI QUELLY PIANI. QUINDI SAPEVAMO GIA CHE LA BASE ERA DI 25. SCOPERTO CHE LA BASE ABBIAMO ANCHE VISTO NERA PERCHE 25 E UN MULTIPLO DI ERA 23, CIOE IL N. DI PIANI. ALLORA DALLA BASE ABBIAMO AGGIUNTO UN ALTRA FILA PERO CON -1 QUADRETTO PERCHE FILA DI QUADRETTI DE LA PIANO FINIVA A META ULTIMO DEL PIANO SOTTO (SIA A DESTRA SIA QUADRETTO A SINISTRA , FINO A QUANDO NON ARRIVATI ALLA PUNTA DI 1 QUADRETTO. POI ABBIAMO SCRITTO TUTTI QUELLI NERI TUTTI QUELLI BIANCHI E ABBIAMO SOMMATO I CUB. B SO FRA LORO, STESSA COSA CON 1 NER! USCIVA: 156=B 169=NERI 143=N 156= BIANCHI PROBLEMA PIÙ GIUSTO E QUELLO DEL GRUPPO DI ANDRE PERCHE CERA IL RAGIONAMENTO COMPLETO ELA RISPOSTA GIUSTA

Gruppo 3

RAGIONA MENTO: I NERI SONO DISPARI PERCHÉ

AL PARI SI AGGIUNEE SEMPRE UNO.

LA METÀ DI 25 È 12,5 MA NON SI

PUÒ SPACCARE A METÀ QUINDI ABBIAMO

PENSATO AL NUMERO PIÙ VICINO CIOÈ

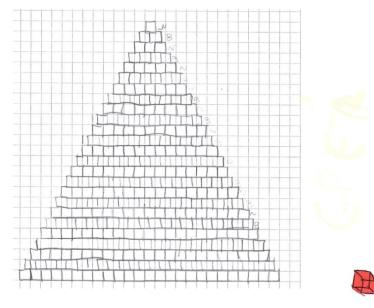
24 DA CHE LA SUA METÀ ERA 12.

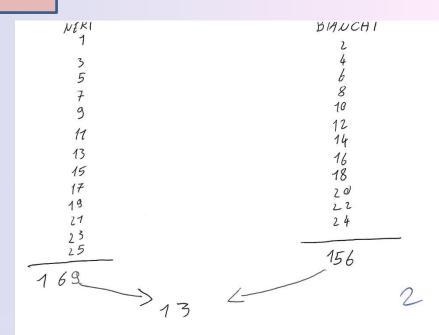
ALLOLA ABBIAMO PENSATO CHE POTTREBBE

CHE LE FILE DEI BIANCHI ERANO 72

LO SARANNO 24 PERCHE MANCHERÀ 1

CHE È IN CIMA.





SE SCRIVIAMO PRIMA I NUMERI

DISPARI DA 1 A 25 E DOPO LO

ADDIZZIONIAMO VERRA 169 POI SE

WHAT SCRIVIAMO IN NUMERI PARI

DA 2 A 24 PARA E LO ADDIZZIONIA

FARA 156.

LA SOTTRAZIONE 169-156=13.

ALLORA IL CONFRONTO TRA

10 CUBETTI BIANCHI E QUEZZI

NERI SONO 13.

Mostrate come avete trovato la vostra risposta. BAGIONAMENTO : RE GOLA +18CAMBIO COLDRE RUSPOSTA 156 BIANCHI/169 MER THERE SOME DI PIÙ PART BIRNCHI NEW DISPART PIJ PERCAN PER NEQ! 10 010 DI CUBETTI MERI INIZIANO CON HE IN VERO CURE TTO IN PIU POI SE OSSERVI I CUBETTI BIANCHI SOV PARIE I NERI SONO TUTTI II DISPER DE CONFRONTI HIPO: 1 2 CUBETTI BIANCHI CA I TRE NER! I NERT HA NO UN CUBETTO IN PIU E 12 BIALCHI 5 NERI 6 BIANCHI E 7 NERI 8 BIANCHI VERI E QUESTA COSO SI DEVE RIPETERE FINO AL 25. SARA WO 12 NEAU IN PIU POI CON & ULT MO CUBETTO NERO CIDE QUELLO IN CIMA SONO 13 NEAD IN PIU DEI BIA CHI. CALCOUO NEN- 2512B+21+12+12+15+13+11+9+7+5+3 12169 CALCOLI BIANCHIEZU+22+20+18+16+14+72+10+8+6+14+2 156 169-156-13

ua il numero di cubetti bianchi e quello di cubetti

neri che Lia utilizzerà per costruire la sua torre?

Ragionamento regola: + 1 cubetto ogni cambio colore.

I neri sono di più perché i cubetti neri iniziano un nero ed è un cubetto in più.

Poi se osservi i cubetti bianchi sono solo numeri pari e i neri sono tutti dispari.

Se confronti tipo: i 2 cubetti bianchi con i tre neri.

I neri hanno un cubetto in più e così per 4 bianchi e 5 neri, 6 bianchi e 7 neri, 8 bianchi e 9 neri e questa cosa si deve ripetere fino al 25.

Saranno 12 neri in più poi con l'ultimo cubetto nero cioè quello in cima sono 13 neri in più dei bianchi.

Per verificare se è corretto. Calcolo neri....

Durante la discussione di classe

Greta: «strategia "furba", avrei voluto tanto pensarla anch'io, invece di disegnare tutti quei cubetti»...

Quest'ultimo ragionamento è stato quello più apprezzato dalla classe perché:

«hanno ragionato tanto all'inizio per capirlo bene e quando hanno capito tutto quello che serviva hanno trovato la soluzione 13 senza fare calcoli! I calcoli sono serviti solo dopo per la verifica»

Tutta questa discussione....

Ha permesso agli alunni, guidati dall'insegnante, di arrivare a questa conclusione condivisa:

«per conoscere la differenza tra il numero dei cubetti neri e il numero dei cubetti bianchi devi prendere il Numero dei piani meno uno, dividi a metà e poi aggiungi uno».

$$12 + 1 = 13$$

... Verso la costruzione di conoscenze

L'importanza della discussione - analisi di elaborati della prova ufficiale da parte degli alunni



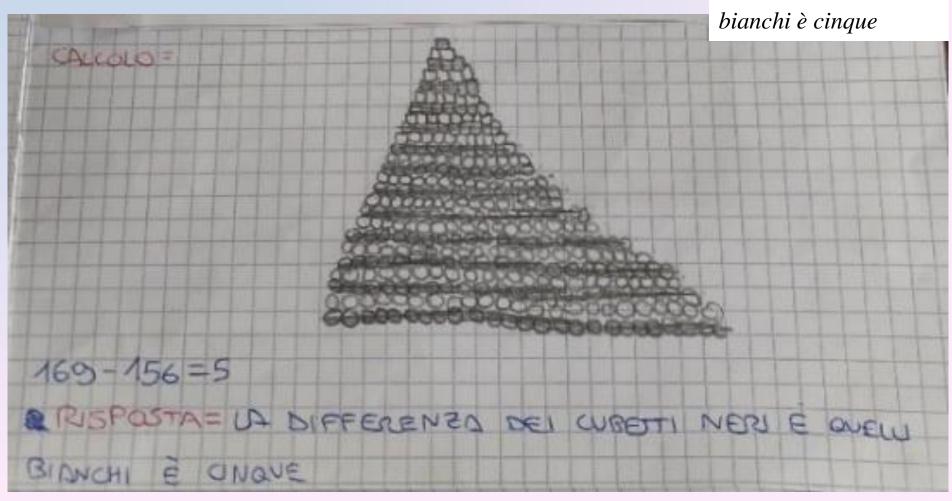
Indicazione dell'insegnante:

«Oggi vi dovete mettere nei panni di altri ragazzi che hanno risolto il problema delle torri di cubetti II e osservando i loro elaborati dovete capire il loro ragionamento, verificare se è coerente con la richiesta e se c'è un errore capire perché è stato fatto». Classe 1

169-156 = *5*

RISPOSTA=

la differenza dei cubetti neri e quelli bianchi è cinque



Robert: Oh mamma mia!!!

Hanno iniziato con i quadrati e poi hanno continuato con i cerchi...

Thomas: ci sono 26 piani, un piano in più, hanno fatto 169- 156= 5- non sanno fare i calcoli!

Robert: Eppure sono in quinta!!

Si conta malissimo, conti due volte è una pizza non si capisce bene...

Tomas: allora scusate la piramide dei piani è ok ho contato i piani e sono 25

Elena: dovevano essere un po' più precisi

perché hanno fatto questo errore secondo voi?

Romina: hanno sbagliato il calcolo perché hanno sbagliato anche il disegno

Greta: mi sto chiedendo come hanno fatto a fare quel calcolo con quella piramide,

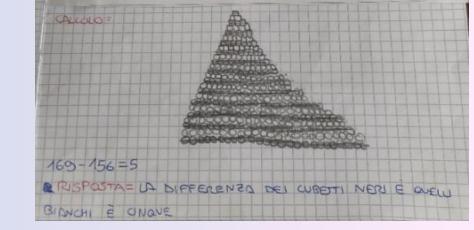
cioè c'è molta confusione...

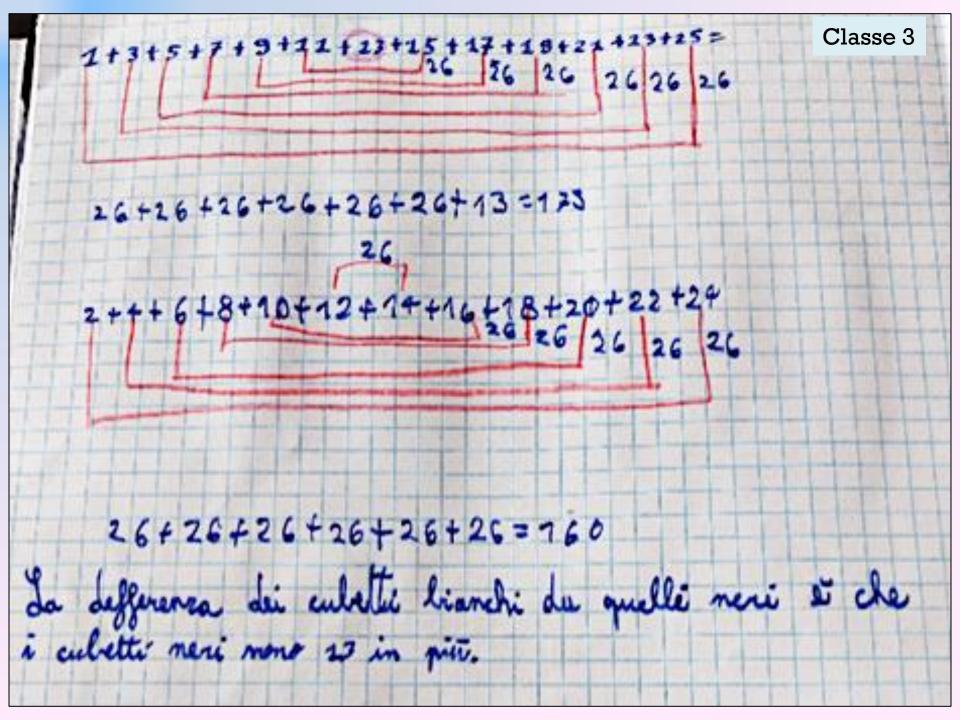
Ma il calcolo è giusto?

Coro: Si, però il risultato è sbagliato

e perché hanno sbagliato l'operazione?

Robert: non si capisce o non sono bravi a fare i calcoli oppure si sono confusi. Ho visto che c'è una difficoltà nel rappresentare e qui c'è confusione con la piramide e alla fine non si capisce bene che cosa hanno fatto.



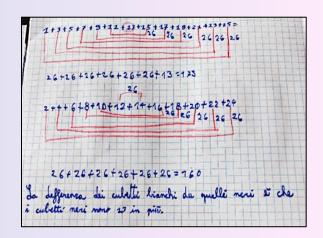


Analisi dei protocolli grazie alla discussione

Robert: 1+3+5+7+9 ...

Tomas: aspetta hanno sommato,
hanno unito 1 a 25... per i numeri dei neri;
Remas: la stessa cosa hanno fatto per i

Remas: la stessa cosa hanno fatto per i bianchi 2+24 è uguale a 26, 4+22, 6+20, 8+16, ... tutti quelli pari

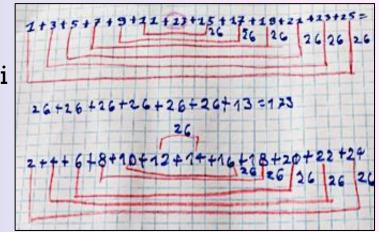


Perché secondo voi hanno fatto queste somme?

Tomas: hanno messo insieme il primo e l'ultimo per avere sempre lo stesso risultato 26... hanno visto che nella sinistra aggiungi due e nella destra visto che torni indietro diminuisci di due significa che non cambierebbe niente del risultato

Greta: Thomas però è proprio un bravo maestro che ha capito il loro ragionamento!

Tomas: facendo questo lavoro i bianchi sono stati tutti uniti per avere tanti 26. Per i neri invece è rimasto 13 perché avevano un piano in più e i numeri di quadretti in più è proprio quel 13.



Pietro: hanno fatto 26+26 Per 6 volte, perché hanno visto che di 26 ce ne sono sei

Perché si ripete il 26 per sei volte?

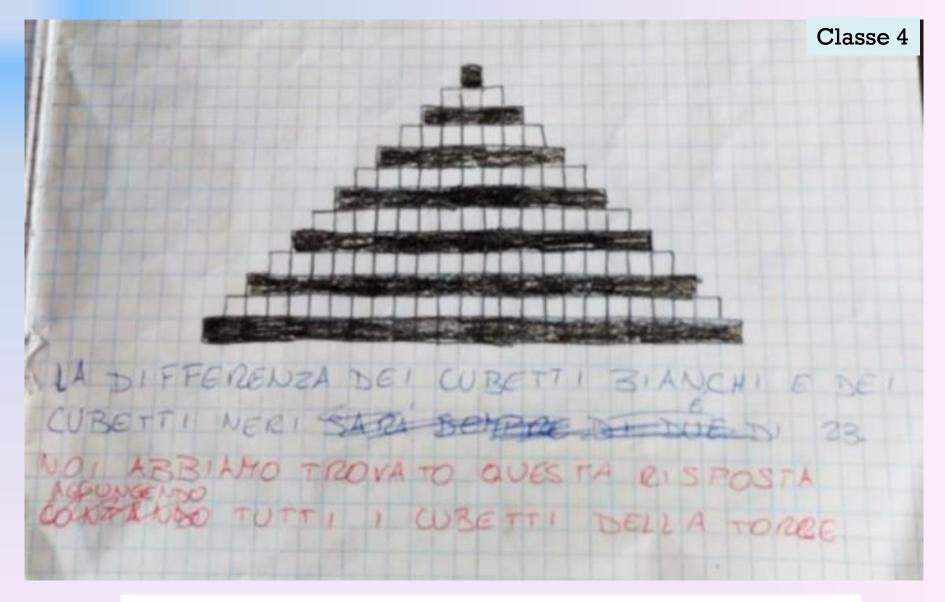
Greta: 6 volte per i piani neri e sei volte per i bianchi

Leonardo: Sei è la metà di 12, che sono tutti i piani

....

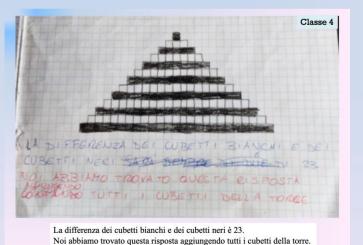
Giulio: Ma sommando tutti i 26 non è 160 ma 156 - perché 26 x 6 = 156 e anche per il bianco è 156

Tomas: loro hanno sbagliato semplicemente il calcolo cioè dicendo 160. Ma la risposta è chiara hanno detto che i cubetti neri sono 13 in più.



La differenza dei cubetti bianchi e dei cubetti neri è 23. Noi abbiamo trovato questa risposta aggiungendo tutti i cubetti della torre.

Analisi dei protocolli grazie alla discussione



Osservazioni

Robert: hanno prima di tutto disegnato, una piramide sbagliata perché hanno messo due cubetti in più per ogni piano, la piramide l'hanno costruita di 13 piani e non di 25.

Greta: Sono 13 piani e hanno detto 23

Secondo voi, perché hanno disegnato solo 13 piani?

Andrea: perché il 13° piano è formato da 25 cubetti...

Perché hanno scritto 23 come risultato?

Giulio: secondo me hanno contato i cubetti che aggiungevano, uno di qua e uno di là, cioè 2 +2= 4-6-8-10-12-16-18-20-22-23 ma non hanno contato quelli di un piano.

. . .

Potete dire qual è l'errore e anche il motivo che, secondo voi, li ha portati a sbagliare.

Tutta la classe afferma:

- hanno sbagliato il disegno, perché invece di mezzo quadretto di qua e mezzo quadretto di là ne hanno messo uno e uno.
- abbiamo capito l'errore del 23 perché non hanno compreso come era costruita la torre e che doveva essere di 25 piani.
- ma almeno si sono fermati quando hanno contato la base nera formata da 25 cubetti.

Conclusione: «hanno sbagliato il disegno e hanno sbagliato il ragionamento».



L'importanza della Argomentazione – per andare più lontano



OSSERVANDO QUESTA SOLUZIONE POSSIAMO TRASFORMARE IL TESTO DEL PROBLEMA IN MODO CHE LA **SOLUZIONE SCRITTA** SIA COERENTE

PROBLEMA

TORRI DI CUBETTI

TRE AMICI COSTRUISCOND TORRI CON CUBETTI NERI. E BIANCHI CIASCUND DI LORD HA DISPOSIZIONE UN NUMERO DIVERSO DI CUBETTI. ECCO DUE DELLE TORRI COSTRUITE DAI TRE AMICI.

TORRE DI RICHI TORRE DI CLARA

LIA OSSERVA LE DUE TORRI E NOTA
CHE SI ALTERNANO UN PIANO NERO E UN
PIANO BIANCO, E CHE LA CIMA E' FORMATA
DA UN SOLO CUBETTO NERO.
DECIDE ALLORA DI COSTRUIRE UNA
TORRE DI 13 PIANI CON LE STESSE
CARATTERISTICHE
QUAL E' (A DIFFERENZA TRA IL NUMERO
DI CUBETTO NERI CHE LINUTILIZZERA PER
COSTRUIRE LA SUA TORREP

MOSTRATE COME AVETE TROVATO LA VOSTRA RISPOSTA

TORRI DI CUBETTI II (Cat.5,6) 29.I.10

Tre amici costruiscono "torri" con cubetti bianchi e cubetti neri. Ciascuno di loro ha a disposizione un numero diverso di cubetti. Ecco due delle torri costruite dai tre amici.





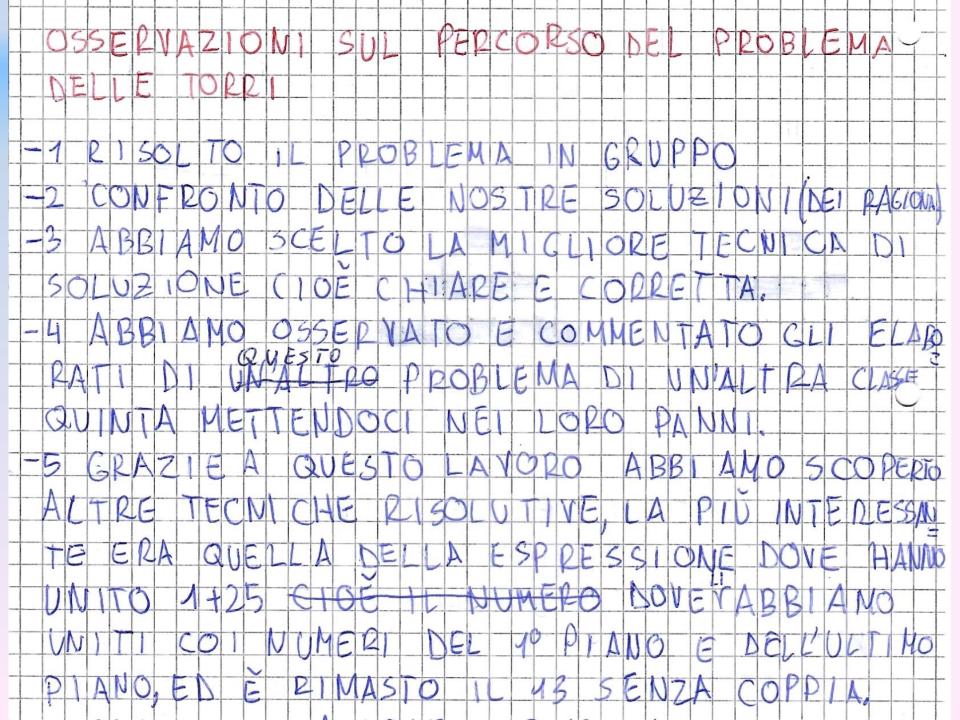
Lia osserva le due torri e nota che si alternano un piano nero e un piano bianco, e che la cima è formata da un solo cubetto nero.

Decide allora di costruire una torre di venticinque piani con le stesse caratteristiche: un piano nero e un piano bianco alternati e con la cima formata da un solo cubetto nero.

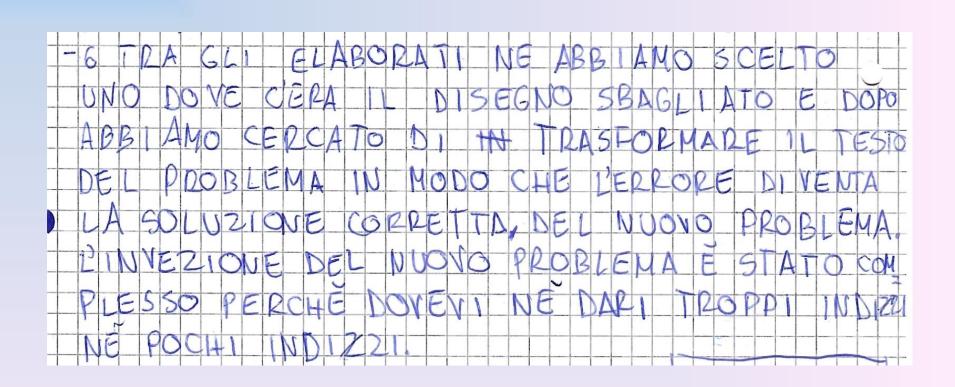
Qual è la differenza tra il numero di cubetti bianchi e quello di cubetti neri che Lia utilizzerà per costruire la sua torre?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

La classe ha scelto questo problema tra tutti perché: «è stato quello che ha rispettato meglio le richieste iniziali, ma siccome è facile va bene per una classe III o IV».



... OSSERVAZIONI SUL PERCORSO DEL PROBLEMA DELLE TORRI.









La discussione una «strategia didattica» che ci ha permesso di:

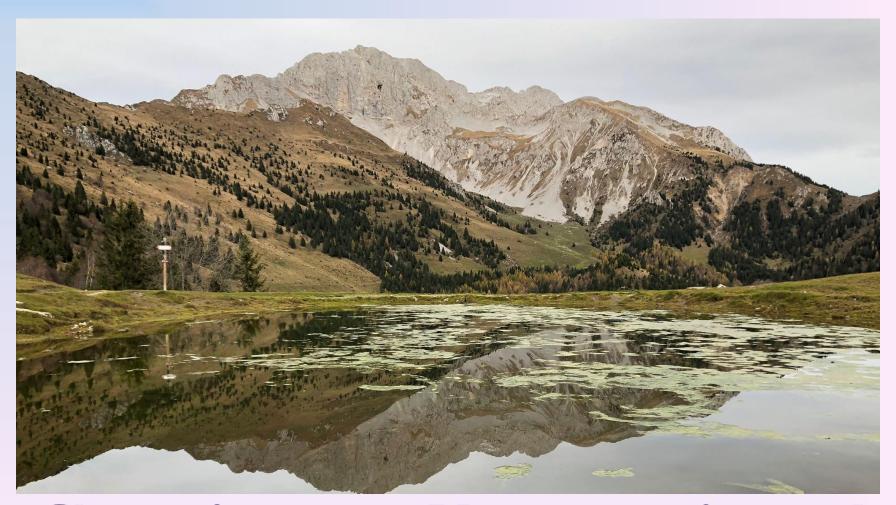


- * approfondire la pratica di ricerca di problemi;
- tendere allo sviluppo della capacità di osservazione per favorire la scoperta di regolarità di oggetti matematici;
- stimolare al confronto e alla ricerca delle uguaglianze e delle diversità relative alle competenze matematiche sottostanti, durante l'analisi degli elaborati condivisi;
- * stimolare un atteggiamento attivo nei confronti del linguaggio;
- riflettere per comprendere anche come alcuni concetti aritmetici
 sono collegati a concetti geometrici;
- * favorire l'autonomia, un apprendimento consapevole e la capacità di elaborare un pensiero creativo.

I linguaggi non servono solo a comunicare concetti ma anche a sostenere i processi di pensiero.



Gli insegnanti di matematica non muoiono mai. Tendono all'infinito.



Grazie per l'attenzione!