L'origami per sperimentare il mestiere del matematico

Maria Luisa Spreafico

Maria.spreafico@unimi.it

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

DIPARTIMENTO DI SCIENZE AGRARIE
E AMBIENTALI - PRODUZIONE,
TERRITORIO, AGROENERGIA

Ma un matematico che mestiere fa?

Domanda spesso posta. E nel rally si gioca un po' a questo!

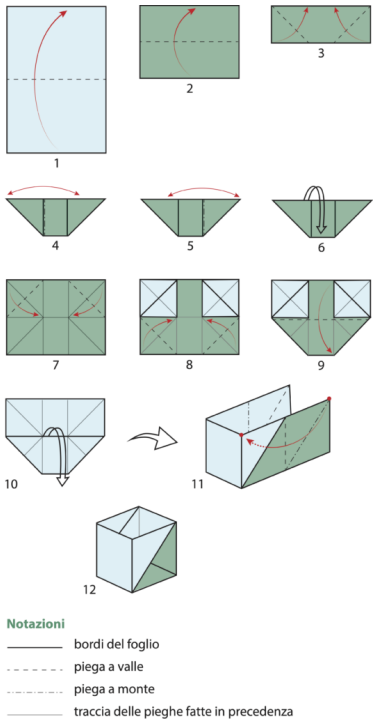
Il Matematico

1. Osserva
2. Si fa delle domande
3. Costruisce esempi
4. Propone una congettura che dimostra o smentisce
5. Applica il risultato

Prima prova «rally-origami» : che scatole!

Materiali: fogli A4/A5 (da ritagliare, anche a quadretti); fogli 15x15 cm

Pieghiamo con un A4 la scatola di Giuseppe Baggi

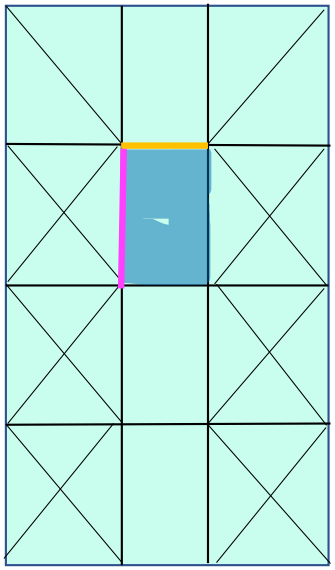


Prima prova «rally-origami» : che scatole!

1. Un problema di rettangoli

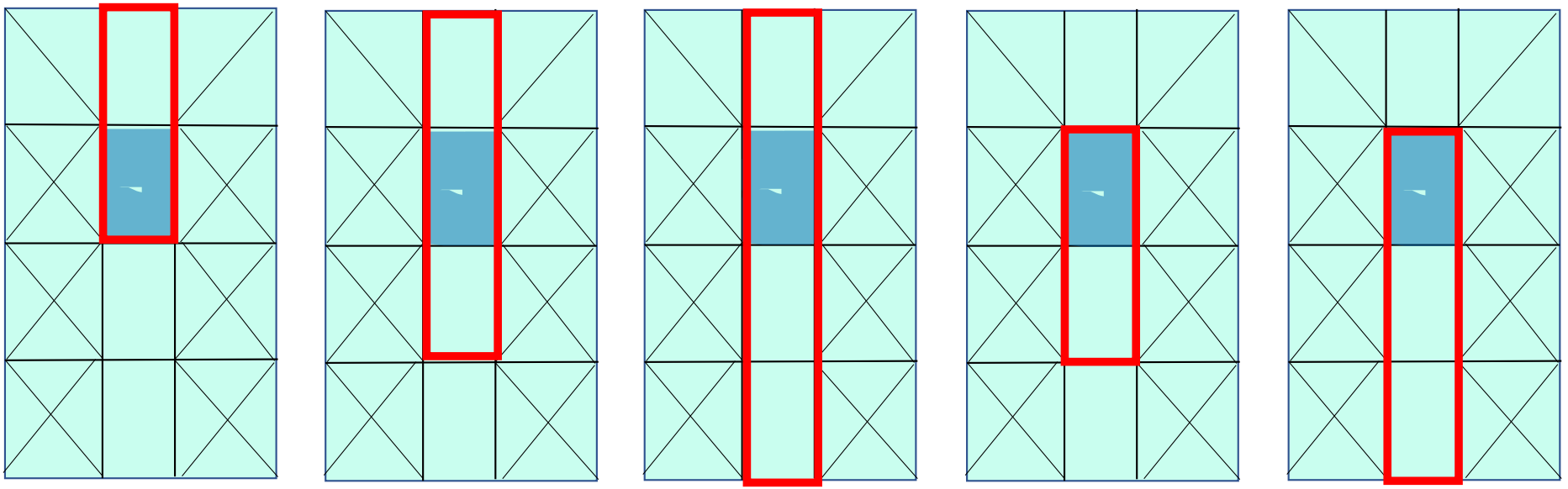
Colorate il fondo della scatola e riaprite.

Nel foglio si possono individuare tanti rettangoli.
Quanti sono quelli che hanno un lato lungo quanto
uno dei lati del rettangolo colorato e che lo contengono?



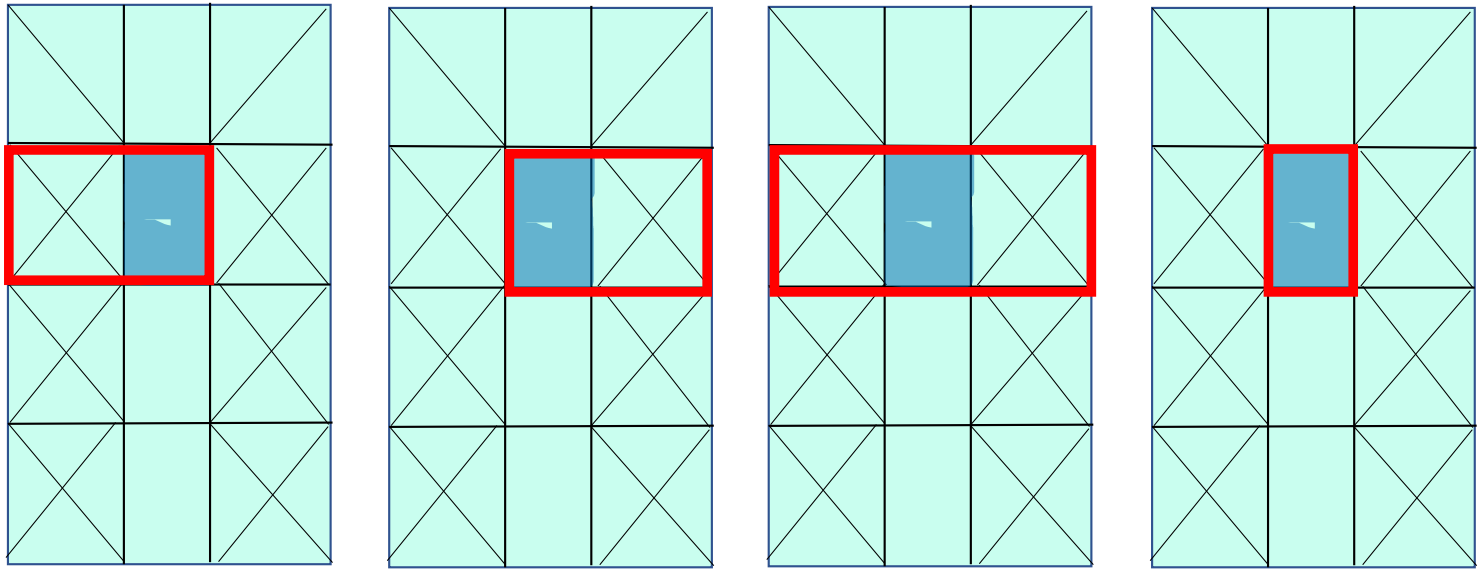
Prima prova «rally-origami» : che scatole!

1. Un problema di rettangoli (lato corto)



Prima prova «rally-origami» : che scatole!

1. Un problema di rettangoli (lato lungo)



Prima prova «rally-origami» : che scatole!

2. Un primo problema di forma

Dalla piegatura hai ottenuto una scatola a base rettangolare.
Sapresti dire che misure deve avere il foglio di partenza perché la scatola sia cubica con gli spigoli di 5 cm?

Prima idea: parto da foglio quadrato

Per ragionare, puoi riaprire il foglio.

Prima prova «rally-origami» : che scatole!

2. Un primo problema di forma

Dalla piegatura hai ottenuto una scatola a base rettangolare.
Sapresti dire che misure deve avere il foglio di partenza
perché la scatola sia cubica con gli spigoli di 5 cm?

Prima idea: parto da foglio quadrato Non funziona!

Per ragionare, puoi riaprire il foglio.

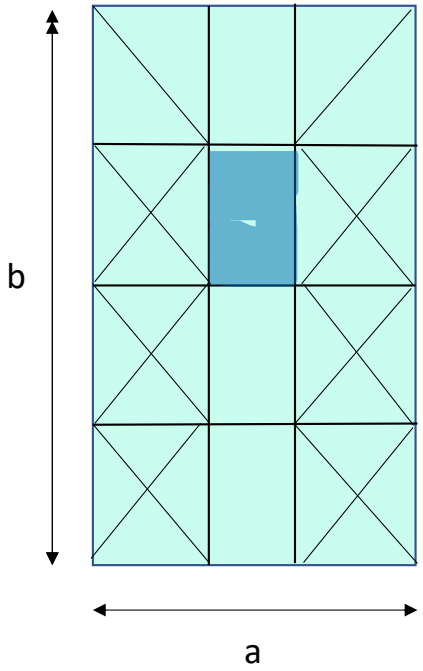
Prima prova «rally-origami» : che scatole!

2. Un primo problema di forma

Dalla piegatura hai ottenuto una scatola a base rettangolare. Sapresti dire che misure deve avere il foglio di partenza perché la scatola sia cubica con gli spigoli di 5 cm?

- Per ragionare, puoi riaprire il foglio.

- I ragazzi possono verificare la risposta piegando



Prima prova «rally-origami» : che scatole!

2. Un secondo problema di forma

Dalla piegatura hai ottenuto una scatola a base rettangolare. Sapresti dire le misure dei lati del rettangolo di base e dell'altezza della scatola se parti a piegare da un foglio di lati 21 e 24 cm?

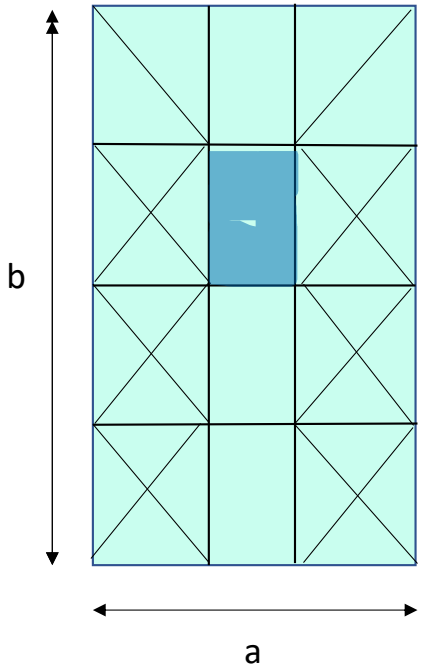
Per ragionare, puoi riaprire il foglio.

Prima prova «rally-origami» : che scatole!

2. Un secondo problema di forma

Dalla piegatura hai ottenuto una scatola a base rettangolare. Sapresti dire le misure dei lati del rettangolo di base e dell'altezza della scatola se parti a piegare da un foglio di lati 21 e 24 cm?

Per ragionare, puoi riaprire il foglio.



Prima prova «rally-origami» : che scatole!

Idee in più: (per una lezione)

1) Descrivere i poligoni che si formano durante la piegatura

2) Dette a e b le misure dei due lati iniziali (a= lato corto; b=lato lungo), Individuare perimetri e aree delle figure che si formano

3) Discutere di volumi a partire da una storia

FORME, PERIMETRI E AREE

Rettangolo 1:

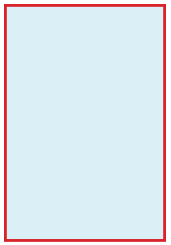
- Lati b, a
- Perimetro: $2(b + a)$
- Area: ab

Rettangolo 2:

- Area: metà del precedente
- Perimetro? Discutere la relazione tra variazione di perimetro e area

Rettangolo 3:

- Area: metà del precedente

Poligono	Descrizione	Area	Perimetro
 1			
2			
3			

FORME, PERIMETRI E AREE

Triangolo 4:

- Triangolo rettangolo isoscele
- Cateto $\frac{b}{4}$ (ipotenusa: righello o calcolo diretto)
- Area: metà quadrato di lato $\frac{b}{4}$

Rettangolo 5:

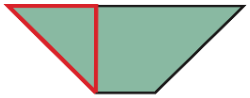
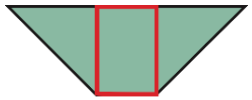
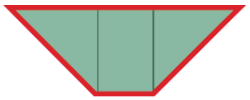
- L= $\frac{b}{4}$, l = a $- 2(\frac{b}{4})$

Trapezio 6:

- Lati noti dalle osservazioni precedenti.

Area con somma delle aree calcolate in precedenza

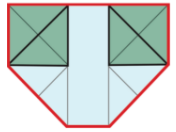
Osservazione: per l'area non serve conoscere $\sqrt{2}$

Poligono	Descrizione	Area	Perimetro
 4			
 5			
 6			

FORME, PERIMETRI E AREE

Esagono 9:

Osservare che l'esagono, non regolare, si può decomporre come unione di
un trapezio e di un rettangolo.

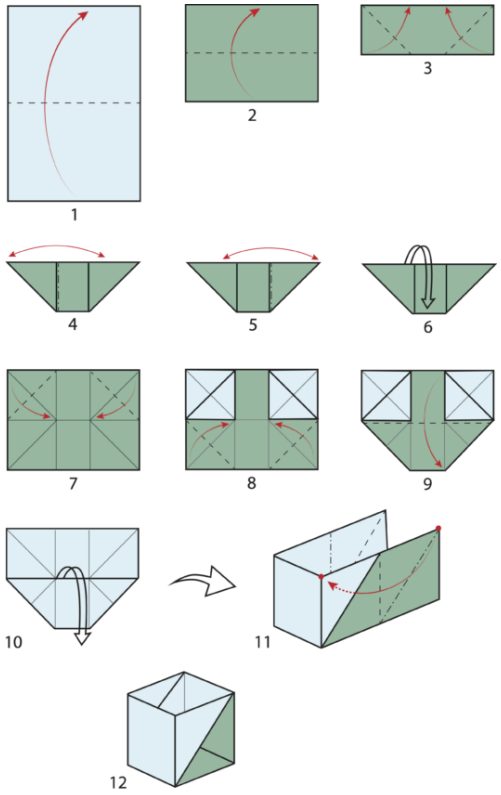
Poligono	Descrizione	Area	Perimetro
 9			

Altre domande sulla figura:

riconoscimento di poligoni e decomposizioni

UNA STORIA DI VOLUMI

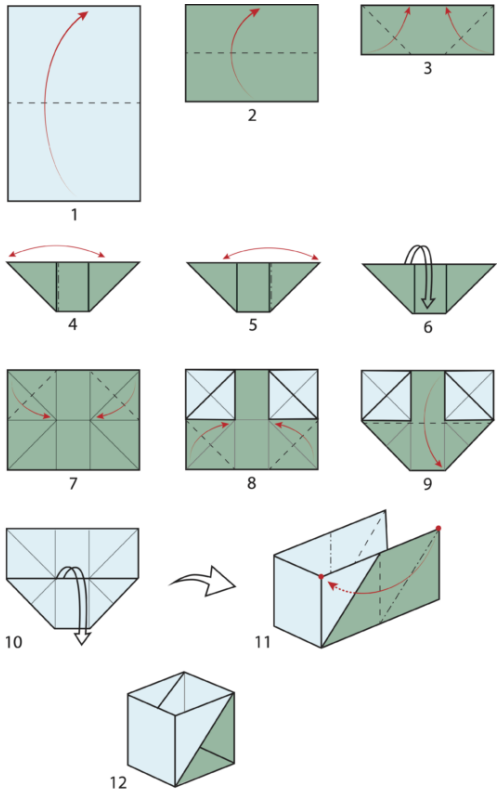
Si avvicina Natale e al Polo Nord fervono i preparativi: gli elfi sono al lavoro per impacchettare i doni, Babbo Natale legge le lettere che arrivano da tutto il mondo e le renne si allenano in vista del viaggio nella notte di Natale.
Come tutti sanno, oltre ai doni, va trasportata nella notte della vigilia anche la polvere di stelle, indispensabile da spargere a ogni ripartenza dai tetti delle case.
Ma quest'anno è sorto un problema.
L'elfo Hardil ha piegato una scatola partendo da un foglio A3 e seguendo queste istruzioni:



UNA STORIA DI VOLUMI

Ha riempito fino all'orlo la scatola con la polvere di stelle e l'ha consegnato alla renna Rodolfo, che dovrà trasportarla al collo per prelevare via via la polvere da spargere durante i decolli dai tetti delle case.

Rodolfo però ha fortemente protestato perchè non vuole essere l'unico a portare e spargere polvere e chiede ad Hardil di piegare un certo numero di scatole più piccole, nelle quali distribuire tutta la polvere di stelle che ora è nella scatola grande, in modo da ripartirle a diverse renne.



UNA STORIA DI VOLUMI

Hardil ha allora deciso di dividere in quattro parti, lungo gli assi di simmetria, alcuni fogli A3 e di ripetere la costruzione con fogli più piccoli di questa dimensione.

1) Senza tagliare il foglio A3, Hardil vorrebbe sapere quante scatole piccole dovrà piegare, per distribuire tutta la polvere di stelle.

Previsione 1: secondo te, quante scatole piccole dovrà piegare per travasare tutta la polvere di stelle?

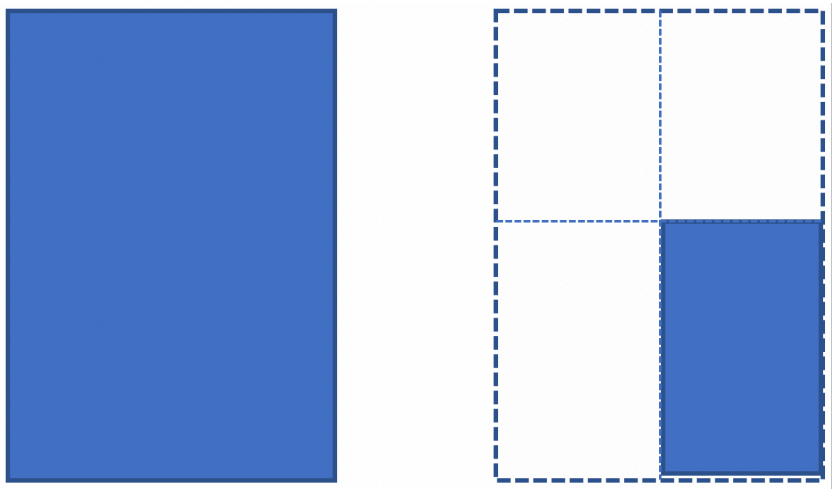
UNA STORIA DI VOLUMI

2) Procurati ora alcuni fogli A3, e tagliali lungo i due assi di simmetria del rettangolo, come mostra la figura:

Quanto valgono i lati di ogni A5, rispetto a quelli del foglio A3?

Quanto vale l'area del foglio A5, rispetto a quella del foglio A3?

Previsione 2: dopo queste osservazioni, secondo te, quante scatole piccole dovrà piegare per travasare tutta la polvere di stelle?



UNA STORIA DI VOLUMI

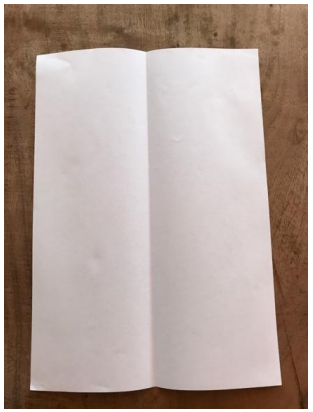
3) Piega ora tante scatole piccole (da fogli A5) quante ce ne stanno nella scatola iniziale (piegata con il foglio A3).

Soluzione: Sappiamo ora qual è il numero di scatole piccole che occorrono ad Hardil!!! Hardil deve piegare ..... scatole piccole.

4) Riguarda le tue previsioni e spiega perché hai dovuto eventualmente cambiare la tua previsione o che ragionamento avevi fatto per capire dall'inizio il numero corretto di scatole necessarie.

Seconda prova «rally-origami» : le serre.

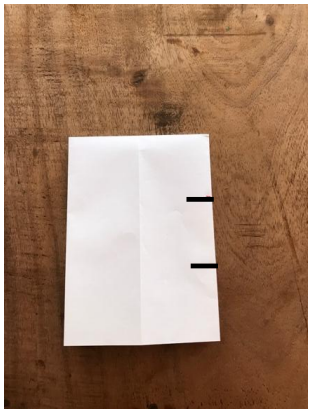
Materiali: fogli A4. Costruiamo una serra



Piega l’asse di simmetria più lungo e riapri

Piega i lati lunghi sulla piega fatta, senza riaprire (armadio)

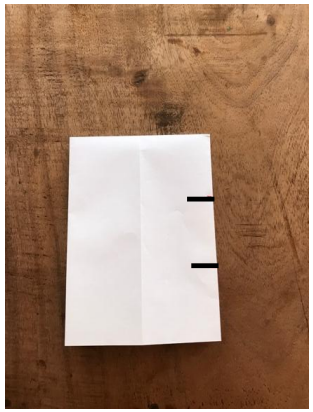
Porta lato corto su lato corto, senza riaprire



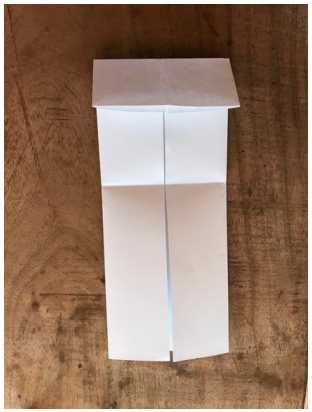
Aiutandoti con un righello, dividi il lato lungo in tre parti uguali (circa)

Seconda prova «rally-origami» : le serre.

Materiali: fogli A4. Costruiamo una serra



Volta la frittata e ripeti la divisione anche da questa parte



Ora riapri l'ultima piega e piega a a valle, all'altezza dei segni tracciati, con pieghe parallele al lato corto del rettangolo (In figura la prima piega)

Ecco il modello dopo aver eseguito le 4 pieghe

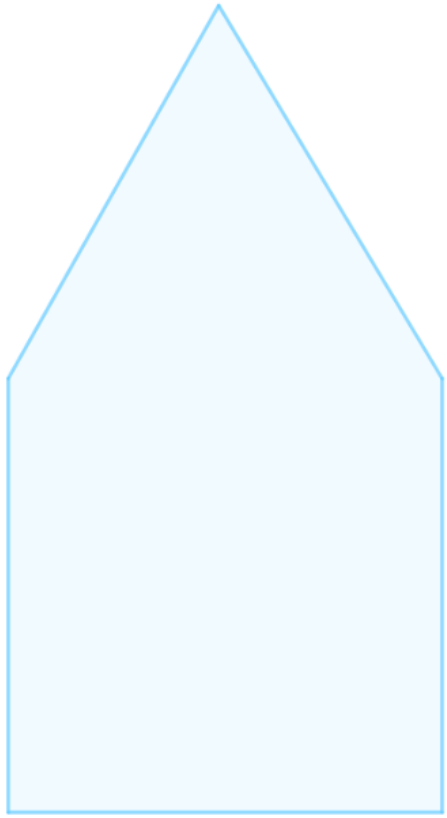
Considera i due rettangoli più esterni in cui è divisa la figura e intascane uno nell'altro. Essi formeranno il pavimento

Ribattere eventualmente le pieghe del tetto,
per ottenere la verticalità dei muri

Seconda prova «rally-origami» : le serre.

1. Descrizione di forme

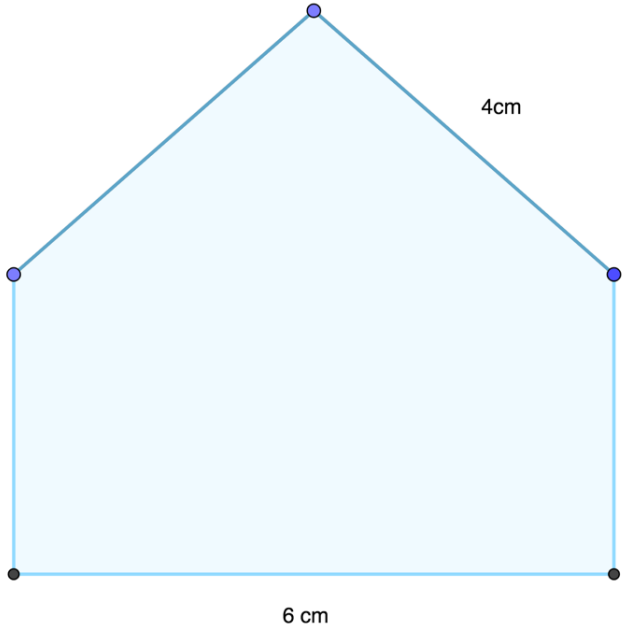
Traccia su un foglio a quadretti il profilo della sezione della serra.
Descrivi il poligono che hai ottenuto,
indicando quanto sono lunghi i lati
e quanto valgono gli angoli.



Seconda prova «rally-origami» : le serre.

2. Progettazione di forme (più facile)

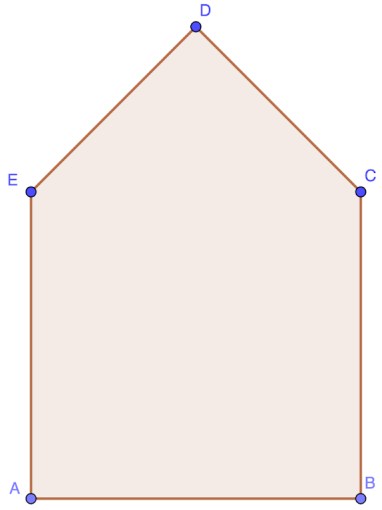
Modella ora una nuova serra, in modo analogo alla precedente, facendo in modo che le misure finali del pavimento e del tetto siano quelle indicate in figura. Quanto saranno alti i muri?



Seconda prova «rally-origami» : le serre.

2. Progettazione di forme (meno facile)

Modella ora una nuova serra, in modo analogo alla precedente, facendo in modo che l'angolo al colmo del tetto sia di 90° e il pavimento misuri 5,6 cm

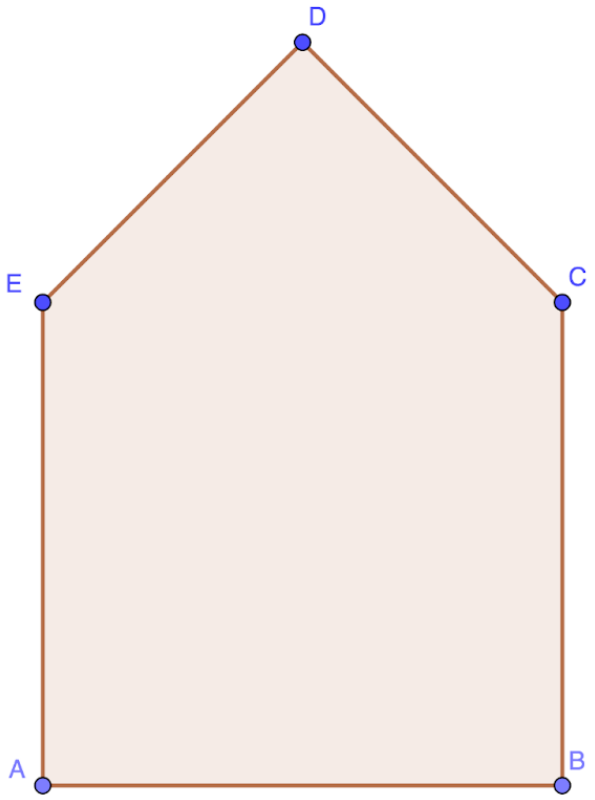


Semplici oggetti 3D

Pieghiamo e progettiamo

Attività 2: Progettazione di forme (meno facile)

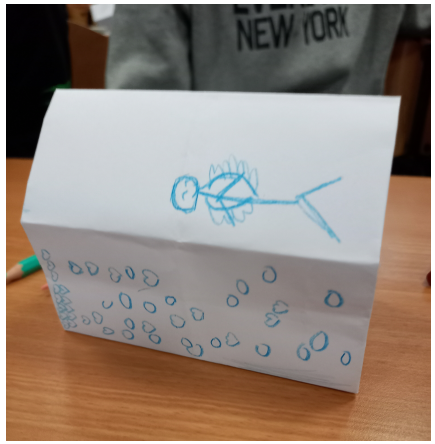
Soluzione: in riferimento alla Figura, essendo l'angolo al colmo di 90º gradi, il tetto si può pensare come un triangolo corrispondente alla metà di un quadrato. Dunque, il segmento CE corrisponde alla diagonale del quadrato e misura quindi $4\sqrt{2}$ *cm (circa 5,6 cm). Il segmento AB, essendo congruente a CE, misura anch'esso 5,6 cm circa. Per ottenere le misure dei muri, dobbiamo tenere presente che nella suddivisione del foglio la misura di AB compare 2 volte (per intascare) come la misura di CD (2 falde del tetto). Abbiamo quindi BC=EA=(29,6-42-5,62):2=5,2 cm circa.*

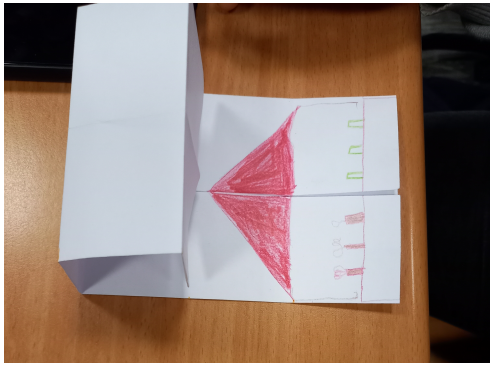


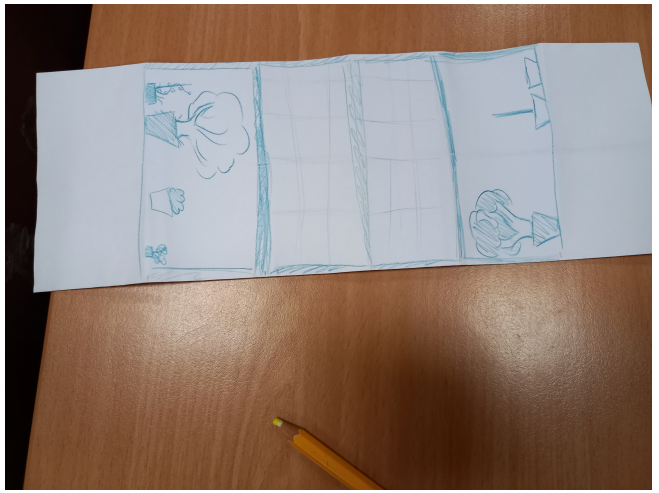
Seconda prova «rally-origami» : le serre.

Idee in più: (per una lezione)

1) Chiedete ai ragazzi di decorare la serra. L'esercizio non è semplice come si può pensare!



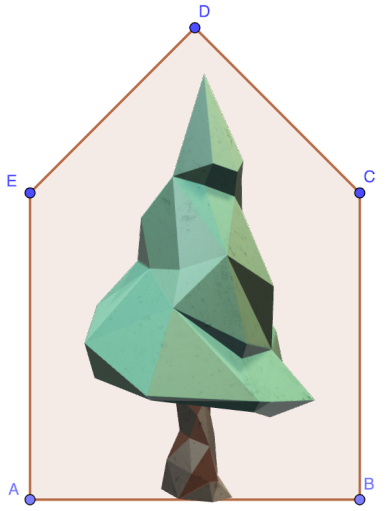




Seconda prova «rally-origami» : le serre

Idee in più: (per una lezione)

2) Supponi che il modello che hai appena piegato rappresenti una serra in scala 1:90. Nella serra originale è possibile ospitare un albero alto 6 metri?



Soluzione: Calcoliamo l'altezza massima del modello cartaceo della serra. L'altezza del triangolo che rappresenta il tetto vale metà del segmento EC, cioè $2\sqrt{2}$cm, ovvero circa 2,8 cm. A questa misura va aggiunta quella del lato BC (5,2 cm). Ne segue che l'altezza massima del modello è 8 cm. Poiché il modello è in scala 1:90, l'altezza reale sarà di 8x90 cm= 720 cm = 7,2 m. Quindi la serra potrà ospitare la pianta.

Corso di formazione “Giochi e Pieghe”

nell’ambito del progetto “La Matematica abita il Museo”

L’Università degli Studi di Milano, in collaborazione con lo Spazio Tadini propone per sabato 18 Febbraio 2023 un corso di formazione rivolto ai docenti della scuola primaria, nel quale verrà mostrato come il gioco e l’origami, opportunamente integrati nella tradizionale programmazione didattica, possano diventare un’efficace leva motivazionale nell’apprendimento della matematica.

Il corso si inserisce all’interno di un progetto di arte e scienza che porterà al museo la matematica proponendo giochi e attività origami elaborati da Paola Morando e Maria Luisa Spreafico, in collaborazione con la responsabile dell’archivio Emilio Tadini, Melina Scalise.

Durante il corso verranno presentati vari esempi di giochi didattici e laboratori origami che possono essere utilizzati in classe per il ripasso e il consolidamento di alcune competenze relative ad argomenti curricolari, al fine di contrastare l’approccio passivo degli studenti di fronte alla matematica, di prevenire atteggiamenti di rassegnazione e di scarsa autostima da parte degli studenti con maggiori fragilità, lavorando sui vari stili di apprendimento. Infatti, il contesto laboratoriale e creativo sdrammatizza una materia tradizionalmente ritenuta ostica stimolando al tempo stesso la partecipazione, la riflessione personale e il confronto tra compagni. Facendo leva sulle dinamiche collaborative e competitive insite nel gioco si crea un contesto di apprendimento informale che offre condizioni favorevoli per focalizzare concetti, porre domande e consolidare competenze.

In particolare verranno presentati i due giochi La *città sull’albero* e *Prospettive in città*, ispirati al concetto dell’abitare in tema con la mostra di Emilio Tadini in corso al museo: “La città: l’Etico e lo Spazio”. Le attività proposte offriranno stimoli per usare la matematica per comprendere i volumi, per migliorare la percezione degli spazi della città, ma saranno anche un incentivo a ragionare su strategie di gruppo, sull’importanza delle relazioni sociali e sull’esplorazione di punti di vista diversi.

PROGRAMMA DELLA GIORNATA di SABATO 18 FEBBRAIO

Formatrici: P. Morando e ML. Spreafico (Matematica), M. Scalise (Arte e Filosofia).

ore 10.00-10.30 ritrovo allo Spazio Tadini e presentazione del progetto

ore 10.30-11.00 visita introduttiva

ore 11.00-13.00 corso di formazione prima parte

ore 13.00-14.00 pausa pranzo

ore 14.00-16.30 corso di formazione seconda parte

ore 16.30-18.00 possibilità di partecipare (anche con le famiglie) al percorso con giochi per il pubblico generico

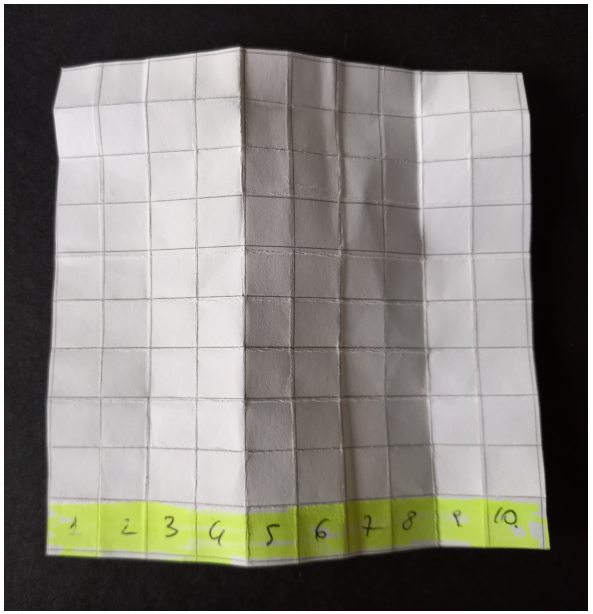
Il corso è gratuito, a numero chiuso (30 partecipanti) e si svolgerà presso lo Spazio Tadini, via Niccolò Jommelli, 24 -20131 Milano (Fermata Metro Piola, Linea M2) https://spaziotadini.com/

Per iscriversi compilare il modulo che trovate al link seguente; verrete contattati per la conferma dell’iscrizione

https://forms.gle/v2XdPTXTEGAS4cnF6

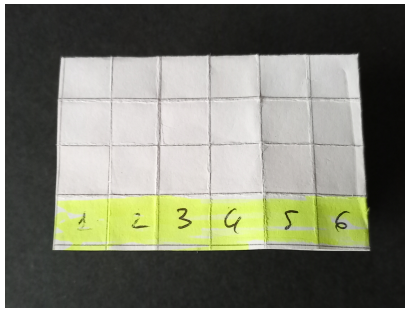
Una calcolatrice di carta

- Ritagliare un quadrato 10x10 da un foglio a quadretti (lato quadretti 1cm)
- Piegare lungo le linee della griglia a monte e valle per «ammorbidire» la carta
- Colorare i quadretti di un lato (i ragazzi sceglieranno quale, nel rispetto della loro visione degli schieramenti)

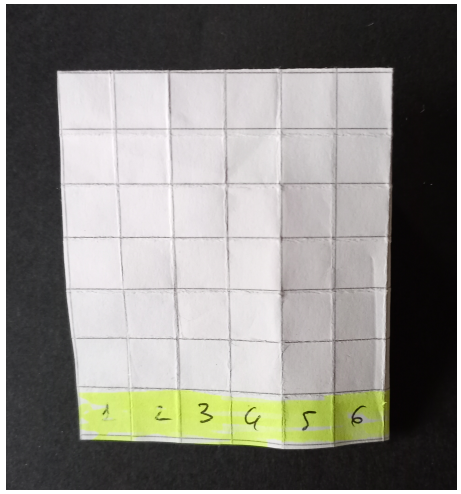


Una calcolatrice di carta

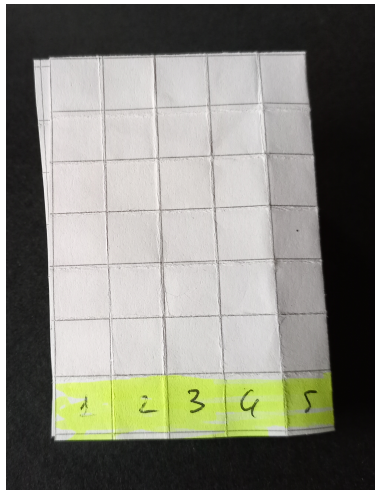
Ecco alcuni esempi di moltiplicazioni.
Cosa possiamo osservare sulla relazione tra pari e dispari e assi di simmetria dei rettangoli ottenuti?



6x4



6x7



5x7

GRAZIE PER L'ATTENZIONE

Maria.spreafico@unimi.it