

# Una prospettiva diversa nella soluzione dei problemi: dall'aritmetica all'algebra

Elena Marangoni

Docente di scuola primaria IC LUGO1  
Coordinatrice Sezione Romagna ARMT  
Coordinatrice del gruppo ArAl di Ambito 17



**Associazione Rally Matematico Transalpino**



percorsi nell'aritmetica  
per favorire il pensiero prealgebrico

progetto **ArAl**

# Aritmetica e Algebra: un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni



Giancarlo Navarra

Il libro è destinato ai docenti della scuola primaria e secondaria di primo grado e a quelli dell'infanzia, ma si rivolge anche alla scuola secondaria di secondo grado, ai ricercatori e ai formatori. È diviso in sei Parti. Cinque delineano le concezioni fondative di una didattica nella prospettiva dell'*early algebra*: le prime tre – *Metodologica, Sociale e Psicologica* – supportano lo sviluppo delle competenze linguistiche che, a loro volta, sostengono l'evoluzione di quelle matematiche. Nel loro insieme definiscono l'impalcatura del Progetto ArAl, promotore di una didattica innovativa dell'aritmetica e dell'algebra, considerato spesso complesso perché porta a rivedere conoscenze, convinzioni, abitudini. *Mette in crisi* ma allo stesso tempo propone nuovi scenari teorici, di contenuto e di metodo. Aiuta a capire che, *per formare alunni metacognitivi, è necessario diventare insegnanti metacognitivi*. Guida a comprendere che *un docente di matematica è, anche, un docente di linguaggio matematico*.

# Aritmetica e Algebra: un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni



Giancarlo Navarra

Early Algebra, what does it means...

David Carraher, Algebra in the Early Grades:  
«Early Algebra is not the same as algebra early»...

traducibile in l'Early Algebra non significa anticipare l'algebra e quindi non va intesa nel significato letterale di algebra precoce poichè non contempla l'anticipazione a livelli scolari più bassi di attività sintattiche, tipiche della scuola secondaria.

# Aritmetica e Algebra: un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni



Giancarlo Navarra

Early Algebra riguarda una specifica area di insegnamento centrata su attività di tipo rappresentativo e relazionale che porti gli allievi, con gradualità e continuità, sin dal primo approccio con l'aritmetica, a riconoscere analogie, a vedere, come dice John Mason, il generale nel particolare e il particolare nel generale

## Alcuni esempi...

Rappresenta con una lettera la quantità da determinare ed esprimi la relazione tra essa e le altre quantità note/non note; le lettere non sono l'iniziale di ciò che devi rappresentare, sono l'incognita, il numero sconosciuto.

Trova ora il valore di  $r$  in ogni situazione

1. Se Alex dà al proprio pappagallo la stessa quantità di cibo due volte al giorno, per una settimana, il pappagallo mangia 84 g di cibo.

Determina la quantità di cibo mangiata ogni volta dal pappagallo.

2. Betta ha 6 anni in meno del doppio dell'età di suo fratello. Betta ha 4 anni.

Determina l'età del fratello di Betta

8. La nonna di Caterina ha preparato 5 biscotti per Caterina e 3 biscotti per ciascuno dei suoi amici. Ha preparato 26 biscotti. Determina il numero degli amici di Caterina.

## Alcuni esempi...

$r \times 3$	$2r - 6$
$4 \times r$	$(r + 5) - 1$
$(2 \times r) \times 7$	$(r + 5) + 2$
$5 + (3 \times r)$	$(7 + 6 + 8) + r$
$12 + r$	$(25 \times 6) - r$

$45 = r \times 3$	$4 = 2r - 6$
$40 = \underline{4} \times r$	$8 = (r + 5) - 1$
$84 = (2 \times r) \times 7$	$20 = (r + 5) + 2$
$26 = 5 + (3 \times r)$	$24 = (7 + 6 + 8) + r$
$12 + r$	$(25 \times 6) - r$

# LE PIRAMIDI DI NUMERI

ELENA: "CHI VUOLE DESCRIVERMI QUELLA CHE HO DISEGNATO?"



ISABELLA:

"VEDO 3 MATTONI, APPOGGIATO SOPRA. HAI SCRITTO TRE"

LEONARDO:

"PER ME SOMIGLIA DEGLI EGIZI: IO VE HO"

ELENA: "SECONDO LE RELAZIONI TRA"

BIMBI: "Sì!"

MARCO: " $12 = 7 + 5$ "

ELENA: "PROVATE A SPIEGARLO CON TANTE PAROLE."

IL NUMERO CONTENUTO NEL  
MATTONE CHE STA SOPRA È UGUALE  
ALLA SOMMA DEI NUMERI CHE SONO  
CONTENUTI NEI MATTONI CHE STANNO  
SOTTO

## La piramide somiglia a un number bond

$$7 + 5 = 12$$

$$5 + 7 = 12$$

$$12 = 7 + 5$$

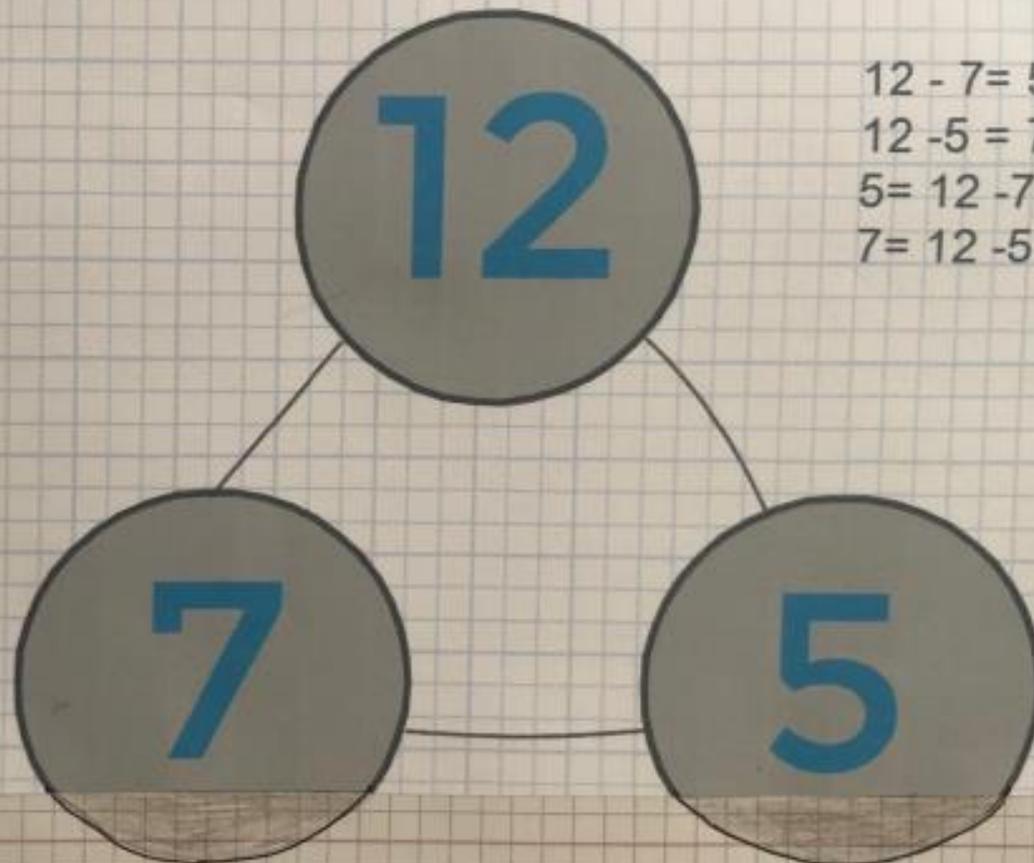
$$12 = 5 + 7$$

$$12 - 7 = 5$$

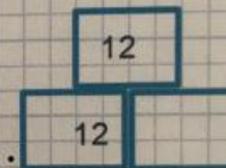
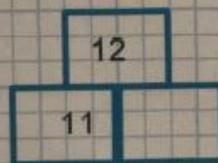
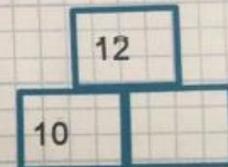
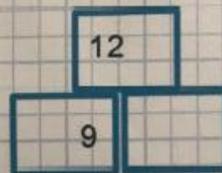
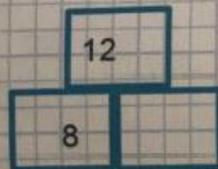
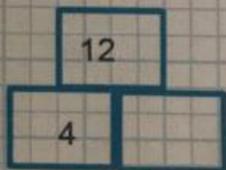
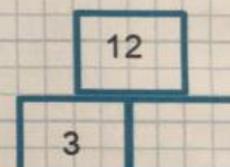
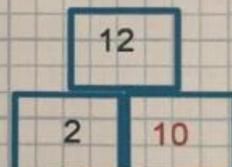
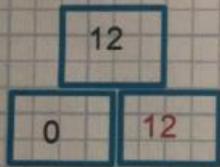
$$12 - 5 = 7$$

$$5 = 12 - 7$$

$$7 = 12 - 5$$



# ALLA RICERCA DI 12



$$12 = 0 + 12$$

$$12 = 1 + 11$$

$$12 = 2 + 10$$

$$12 = 3 + 9$$

$$12 = 4 + 8$$

$$12 = 5 + 7$$

$$12 = 6 + 6$$

$$12 = 7 + 5$$

$$12 = 8 + 4$$

$$12 = 9 + 3$$

$$12 = 10 + 2$$

$$12 = 11 + 1$$

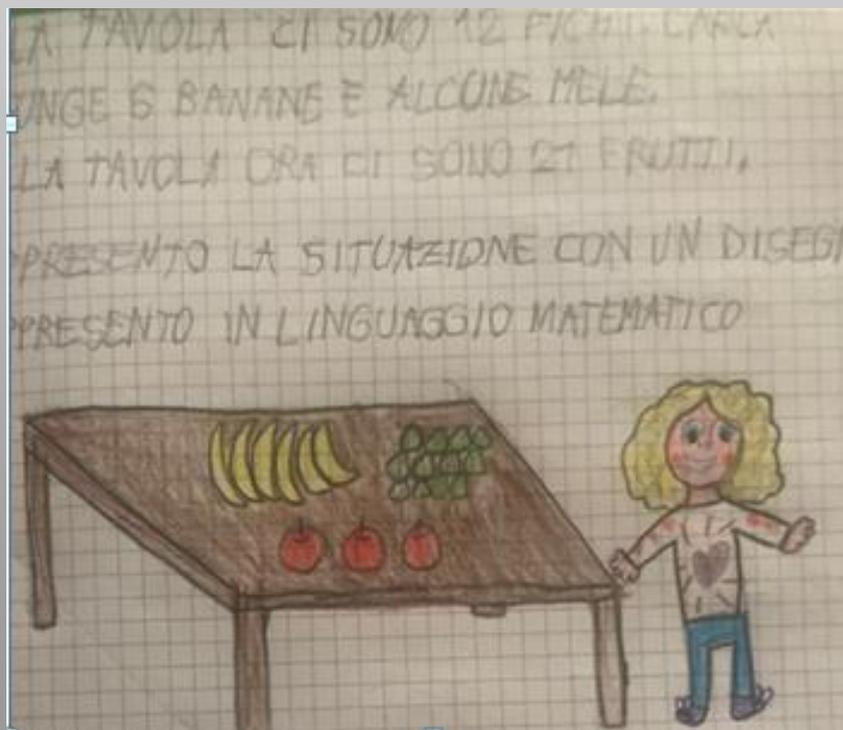
$$12 = 12 + 0$$

Sulla tavola ci sono 12 fichi. Carla aggiunge 6 banane e alcune mele.

Sulla tavola ora ci sono 21 frutti.

Rappresenta la situazione con un disegno.

Rappresenta la situazione in linguaggio matematico.

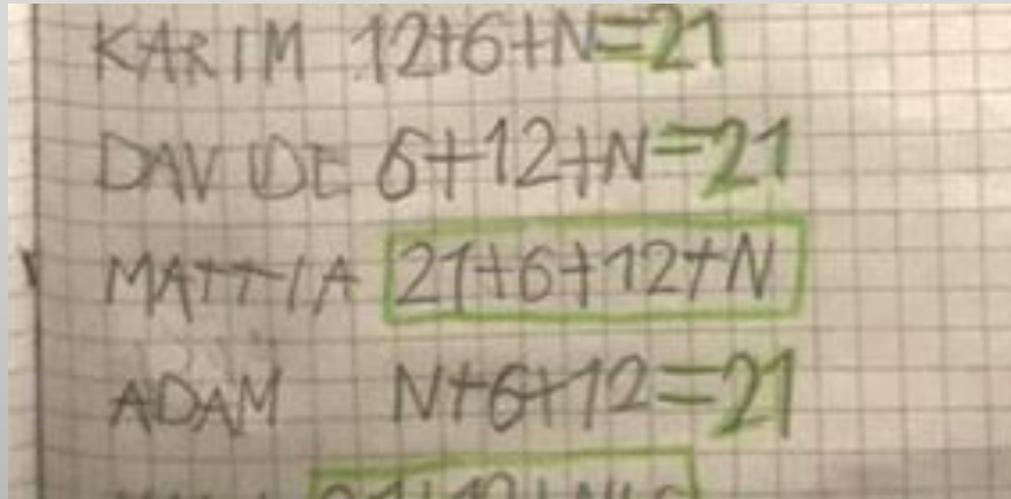


La scelta di  $N$  per rappresentare il numero di mele è stata **negoziata** con gli alunni.

Sono **abituati** a lavorare con un numero sconosciuto.

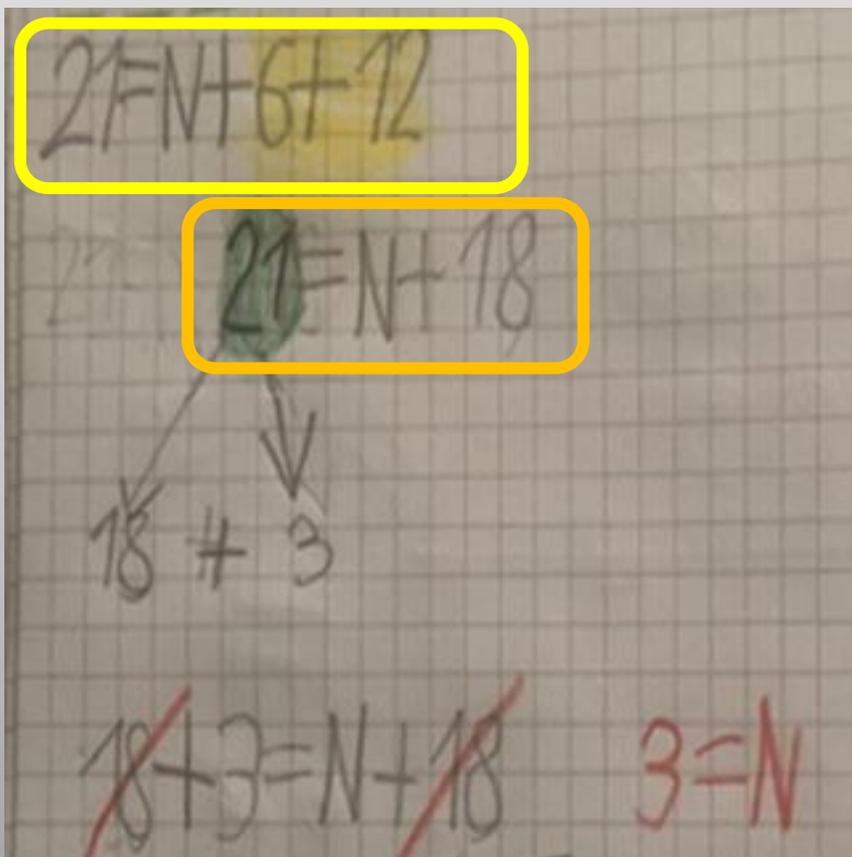
Dopo vari passaggi e discussioni si è **deciso** di rappresentarlo con una **lettera**.

Vengono riportate tutte le rappresentazioni, comprese quelle errate:



che diventano fonte di discussione:

- sul senso dell'uguale;
- sulla rappresentazione come fotografia **trasparente** della situazione che si sta analizzando;
- sul passaggio da una traduzione in linguaggio matematico a una in linguaggio naturale e viceversa.



Scelta una rappresentazione, i Lughini cercano una forma non canonica di 21 che possa aiutare a trovare N e sommano 6 e 12.

Emerge il bisogno di **risolvere**, **necessario** intervenire sull'**ansia da calcolo**.

Data la struttura di un problema.

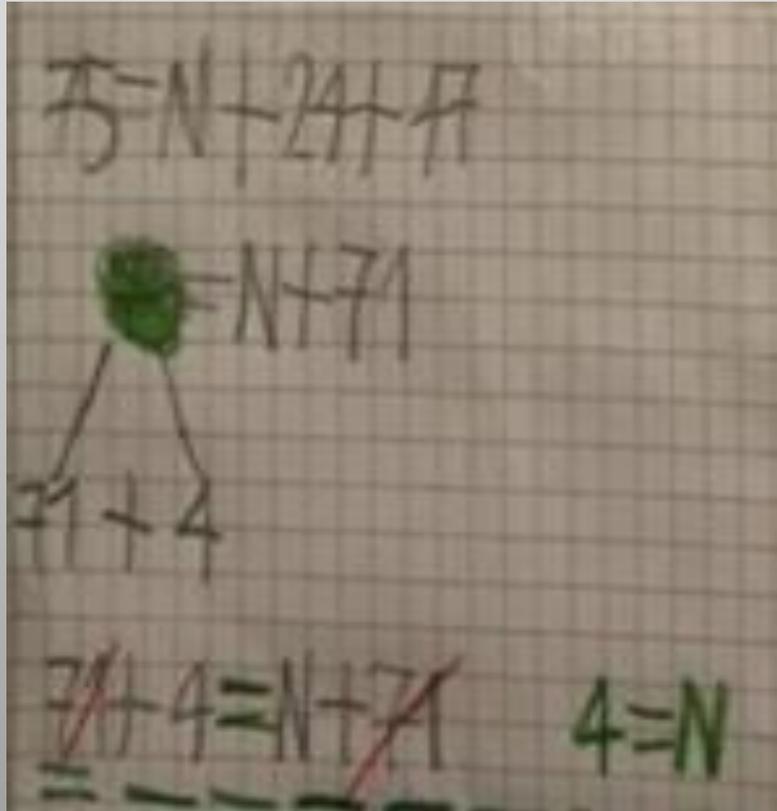
$$150 = N + 145$$

145 5

$$\cancel{145 + 5 = N + 145} \quad 5 = N$$

si creano altre situazioni problematiche; ad esempio:

Mattia ha 145 figurine, Davide gliene regala alcune.  
Ora Mattia ha 150 figurine.



Giulio conta i suoi risparmi, si accorge di avere 75 euro. 24 euro li ha avuti in regalo dalla nonna.

17 euro li ha guadagnati lavando i piatti per due settimane.

Gli altri euro li aveva avuti dalla mamma.

L'USO DI PROBLEMI NON  
STANDARD NELLA DIDATTICA  
DI CLASSE A PARTIRE DA...  
ArAl e RMT

# ArAI e ARMT

Circa 15 anni fa è cominciata la mia collaborazione con l'Associazione RMT e da lì a poco ho iniziato a lavorare nell'ambito del Progetto ArAI, Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico. **Entrambe le comunità hanno profondamente modificato il mio approccio all'insegnamento.**



RMT e ArAI sono progetti che mettono al centro della loro proposta l'aspetto **sociale dell'apprendimento**, **l'argomentazione del processo risolutivo**, il focus sulla **relazione tra gli enti in gioco** in una situazione problematica.

**Entrambi i progetti offrono un archivio ragionato e in progress di problemi utilizzabili nella didattica d'aula.**

## Rappresentare / Risolvere un problema

Per iniziare l'attività vengono ripresi i nodi fondamentali necessari per poter affrontare in modo consapevole il compito:

- **Significato relazionale dell'uguale** in contrapposizione al tradizionale significato procedurale attribuito al simbolo come indicatore di risultato;
- **Proprietà simmetrica dell'uguaglianza**;
- **Forma canonica e pluralità di forme non canoniche** di un numero;
- **Uso di un simbolo per rappresentare un numero che non si conosce o un numero qualsiasi: verso la conquista della lettera** .

## Rally Matematico Transalpino

Ogni problema è dotato di un' **analisi a priori** messa a disposizione degli insegnanti che comprende:

- **ambito concettuale**: le conoscenze in gioco in relazione al livello scolastico degli alunni;
- **analisi del compito**: le possibili strategie risolutive;
- **griglia di valutazione** dei risultati e raccolta dei ragionamenti esplicitati.

I problemi sono costruiti secondo uno **schema che ne definisce la struttura** e la loro forma viene raffinata attraverso un articolato sistema di passaggi che coinvolge docenti ed esperti.

# Progetti a confronto

## ARMT

(Associazione Rally Matematico Transalpino)

È *un'associazione culturale* il cui obiettivo è *promuovere la risoluzione di problemi* per migliorare l'apprendimento e l'insegnamento della matematica tramite un *confronto fra classi*. Il RMT nasce nel 1993.

Obiettivi espliciti: *fare matematica attraverso la risoluzione di problemi*, imparare a *parlare di matematica*, *argomentare*, *lavorare in gruppo*.

Obiettivi impliciti: incidere positivamente sull'immagine della matematica e sulla didattica della disciplina.

## Progetto ArAl

Nasce nel 2001. Incorpora ricerche metodologico-didattiche e socio-psicologiche dell'80 e '90. Si colloca nella cornice dell'*early algebra*, area di ricerca che promuove l'*insegnamento dell'aritmetica in una prospettiva algebrica* sin dalla scuola primaria, se non dall'infanzia. Centrata sul *linguaggio*, stimola l'*argomentazione*.

# Entrambi possiedono un archivio in progress di problemi

## ARMT

La partecipazione della classe al RMT comporta per i loro insegnanti la condivisione di un **contratto** che li pone a lavorare in classe con una didattica rinnovata **che utilizzi il problema matematico atipico nella quotidianità**. La gara prevede tre tappe: due prove (febbraio e marzo) e una finale (maggio).

## Progetto ArAI

La collaborazione con istituti o reti si sviluppa attraverso tre incontri di due giornate, con intervalli di circa due mesi. Al mattino l'esperto lavora nelle classi, al pomeriggio con i docenti. La collaborazione implica la condivisione di un **contratto** che prevede la stesura di **diari** (**Metodologia Trascrizioni Pluricommentate**).

# Entrambi possiedono un archivio in progress di problemi

## ARMT

### Banca di problemi

Vi si accede dal sito internazionale dell'ARMT (<http://www.armtint.org/>)  
Per ora ci sono più di **1200 schede di problemi** (con analisi, risultati, sviluppi didattici, ...) ed è in continuo aggiornamento.

## Progetto ArAl

### Competenze e problemi

È l'area del sito dedicata al Curricolo (pri → sec di 1°) per l'insegnamento dell'aritmetica e dell'algebra nella prospettiva dell'early algebra.  
Per ora ci sono più di **600 situazioni problematiche** organizzate in formato Powerpoint.

# Entrambi possiedono un archivio in progress di problemi

## ARMT

I livelli scolari sono indicati con il termine 'categorie':

cat. 3, cat. 4, cat. 5

Terza, quarta, quinta di scuola primaria

cat. 6, cat.7, cat. 8

Classi di scuola secondaria di primo grado

cat. 9, cat. 10

Prima e seconda classe di scuola secondaria di secondo grado

## Progetto ArAI

Ogni presentazione Powerpoint è concepita per la LIM (Notebook). Comprende un numero variabile di situazioni problematiche, per ognuna delle quali si indicano la classe o le classi nelle quali sono state sperimentate e alle quali si ritengono quindi adatte (dalla prima primaria alla terza secondaria di primo grado).

# L'analisi dei problemi

## ARMT

Ogni problema è dotato di un' **analisi a priori** messa a disposizione degli insegnanti che comprende:

- ambito concettuale: le conoscenze in gioco relativamente al livello scolare degli alunni;
- analisi del compito: le possibili strategie risolutive;
- griglia di valutazione: relativamente ai risultati e ai ragionamenti esplicitati (punteggi da 0 a 4).
- I problemi sono costruiti secondo una **griglia precisa che ne vincola la struttura**, vengono inviati dalle sezioni e gruppi di lavoro al **Gruppo Binomi** e al **Gruppo di Pilotaggio** che ne rivede la struttura e rimandati alle sezioni per un ulteriore controllo che tiene conto delle osservazioni di tutti gli insegnanti coinvolti.

## Progetto ArAI

Le situazioni problematiche nascono, si modificano, si ampliano attraverso la **costante collaborazione fra insegnanti e ricercatori**.

Le **competenze** alle quali si riferiscono sinora sono:

Linguaggio, Forma canonica e non canonica di un numero, Approccio a incognita e equazioni, Dalle successioni modulari alle leggi di corrispondenza.

# I progetti in cifre

## ARMT

L'esempio del 30° Rally.  
Hanno aderito 21 sezioni, di cui 15 in Italia, con circa 4600 classi.  
La sezione italiana più numerosa è stata quella di Siena, con più di 1000 classi.  
Con la sezione di Parma e Romagna hanno partecipato oltre 700 classi, di queste 310 tra Bologna e Romagna: quasi 16.000 allievi e più di 400 insegnanti.

## Progetto ArAI

Dal 2001 hanno collaborato istituti o reti di istituti di quasi tutte le regioni italiane.  
Nel 2017/2018: Trieste-Muggia, Jesolo-Eraclea (VE), Sedico (BL), Mondovì, Nichelino (TO), Lugo-Faenza-Bagnacavallo-Conselice (RA), Modena, Castelnuovo (SP), Firenze, Colle val d'Elsa e Monteroni d'Arbia (SI): 360 docenti, 400 classi, 6500 allievi.

# **Progetto RMT-ArAI**

**Nel paese di Piovepoco  
Cat 3 e Cat 4-5-6**

## Questioni locali e generali

- Quando una consegna chiede di ‘rappresentare’, si intende **rappresentare in linguaggio matematico**; naturalmente, prima, gli alunni possono ricorrere a qualsiasi altra rappresentazione come preparazione per quella per Brioshi. Sono importanti due concetti:
  - **Pseudo-equazioni, equazioni ibride**: alunni di 8–10 anni non ancora introdotti all’algebra risolvono problemi algebrici grazie alle suggestioni indotte da una preventiva rappresentazione spontanea o indotta dall’insegnante.
  - **Equazioni per gioco**: la rappresentazione *profuma di equazione*, la soluzione è naive.

## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Nel paese Piovepoco manca l'acqua.

Due amiche, Laura e Paola, vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana Acquachiara.

I loro due secchi insieme contengono 24 litri.

Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Quanti litri contiene il secchio di Paola?

**Spiegate come avete trovato la soluzione.**

Nel paese Piovepoco manca l'acqua.

Due amiche, Laura e Paola, vanno a prendere l'acqua con un secchio **ciascuna** alla fontana Acquachiara.

I loro due secchi insieme contengono 24 litri.

Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.**

## Questioni locali e generali

Le **competenze** necessarie si riferiscono a questi costrutti:

- conoscere / usare **termini** somma, doppio, metà, ecc.
- **rappresentare** una situazione problematica;
- forma **canonica e non canonica** di un numero;
- rappresentare un **numero sconosciuto con un simbolo**;
- conoscere il significato **relazionale dell'uguale**;
- produzione / interpretazione di **parafrasi**;
- **traduzione** fra linguaggi;
- il gioco del **sostituire**.

Sono favorite da un impianto didattico costruito su:

- una **didattica per problemi** (anche in RMT);
- un'impostazione **socio-costruttiva**;
- una costante attenzione agli aspetti **linguistici**;
- manipolazione di oggetti, ecc (v. RMT)

## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### Individuare relazioni

1) Il secchio di Laura è **più grande di quello di Paola.**

*Rappresentare la situazione con un disegno.*

Laura



Paola



## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

**Individuare relazioni**  
**2) Il secchio di Laura è triplo di quello di Paola.**

*Esperienze concrete.*

*Rappresentare con un disegno.*

Laura



Paola



## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### **Individuare relazioni**

**3) I due secchi insieme contengono 24 litri.**

*Per rappresentare la situazione con una **pseudo equazione** conviene individuare una parafrasi che svolga il ruolo di **traghetto semantico** e sposti l'attenzione dai secchi-oggetti al loro **contenuto** in litri. Ad es:*  
**La somma fra il contenuto del secchio di Laura e quello del secchio di Paola è uguale a 24.**



**Traduzione letterale**

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### Individuare relazioni

**3) La somma fra il contenuto del secchio di L. e quello del secchio di P. è uguale a 24.**

*Pseudo equazione.*



## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

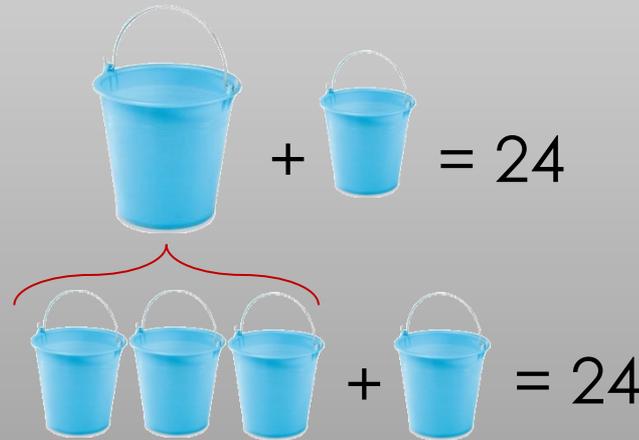
Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### Individuare relazioni

**4) Il secchio di Laura equivale a tre secchi di Paola.**

Gioco della *sostituzione*.



## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio ciascuna alla fontana.

I due secchi insieme contengono 24 litri.

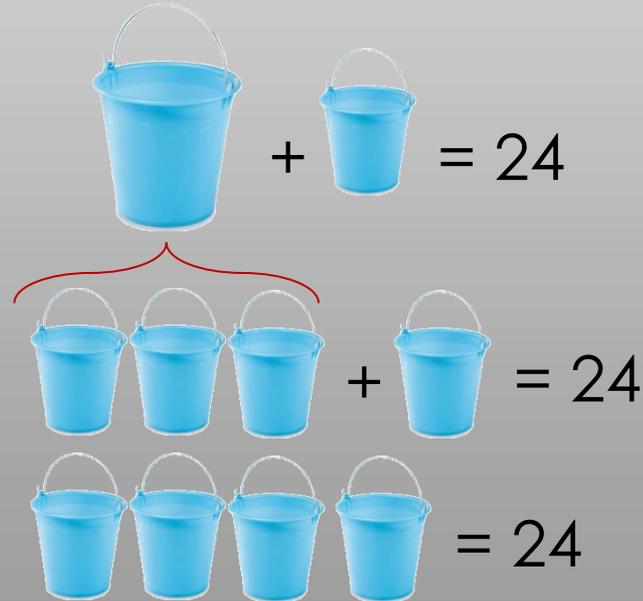
Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### Individuare relazioni

**5) La somma 3+1 secchi equivale a 4 secchi.**

*Il passaggio diventa chiaro con l'uso del linguaggio simbolico.*

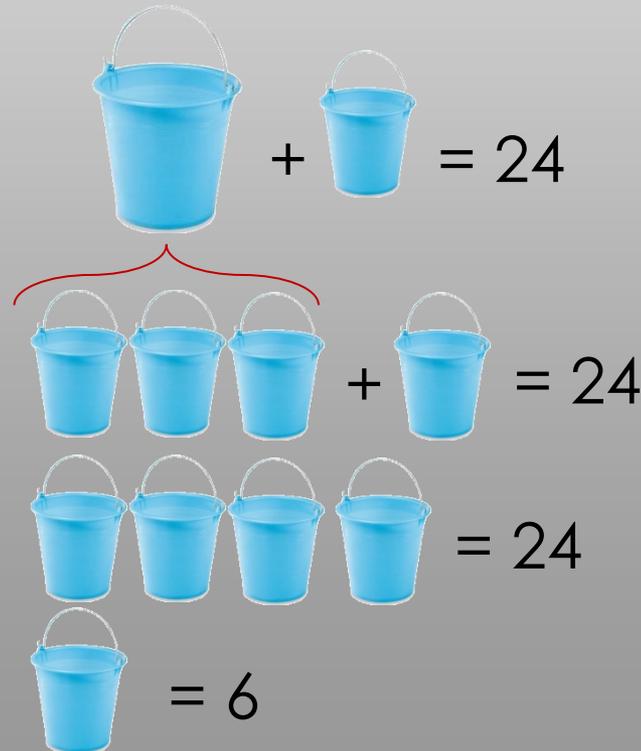


## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

**Individuare relazioni**  
6) Un secchio (di Paola) è **un quarto di 24, contiene 6 litri d'acqua.**



## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### **Rappresentare relazioni**

Rappresentare la situazione non più con una pseudo equazione ma **in linguaggio matematico** per Brioshi.

Non si rappresentano più i secchi ma i loro **contenuti**. Siccome non si conoscono ancora si usano delle **lettere**.



**L** = **contenuto** del secchio di Laura

**P** = **contenuto** del secchio di Paola

## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura  
P = contenuto del secchio di Paola



**Esprimere** la situazione in linguaggio naturale:

“Il contenuto del secchio di L. è triplo di quello del secchio di P”

**Tradurre** in linguaggio matematico:

$$L = P + P + P \quad \text{oppure} \quad L = P \times 3$$

Si parla di rappresentazione **additiva** e **moltiplicativa**.

## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura  
P = contenuto del secchio di Paola



**Esprimere** la situazione in linguaggio naturale:

La somma fra il contenuto del secchio di Laura e quello del secchio di Paola è 24 litri.

**Tradurre** in linguaggio matematico:

$$L + P = 24$$

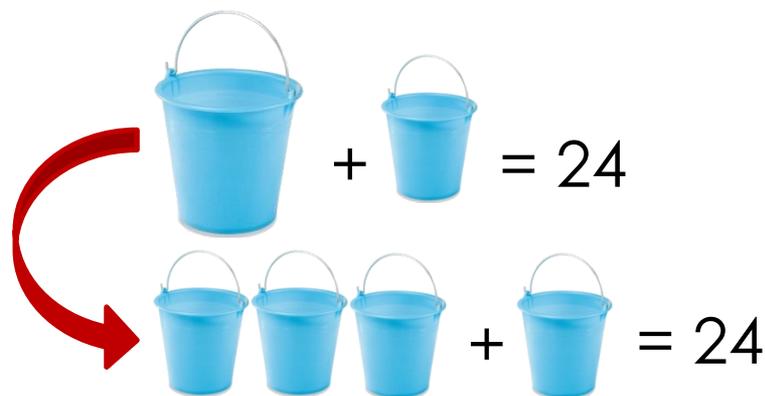
## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura  
P = contenuto del secchio di Paola



Si sostituisce il contenuto del secchio di P. con la somma dei contenuti dei tre secchi di L. In **linguaggio matematico**:

$$P + P + P + P = 24$$

$$P \times 3 + P = 24$$

$$P \times 4 = 24$$

## Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio **ciascuna** alla fontana.

I due secchi insieme contengono 24 litri.

Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura

P = contenuto del secchio di Paola



$$P \times 3 + P = 24 \quad P \times 4 = 24$$

Ricostruiamo i passaggi che rendono **trasparenti** i passaggi fra le due scritture:

$$P \times 3 + P = 24$$

$$P \times 3 + P \times 1 = 24$$

$$P \times (3 + 1) = 24$$

$$P \times 4 = 24$$

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

**Rappresenta** la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

### Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura

P = contenuto del secchio di Paola

Si divide per 4 il contenuto dei secchi (**bilancia**):

$$P \times 4 = 24$$

$$P \times 4 : 4 = 24 : 4$$

$$P = 6$$

Il secchio di P. contiene 6 litri.

$$L = P \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

Il secchio di L. contiene 18 litri.

# **Progetto ArAI-RMT**

**30mo RMT**

**ARANCE**

## 2. ARANCE

Andrea oggi è andato a raccogliere le arance nel suo frutteto portando con sé tre cassette:

- una piccola,
- una media che contiene il doppio delle arance della cassetta piccola,
- una grande che contiene il doppio delle arance della cassetta media.

Raccoglie 84 arance e riempie completamente le tre cassette che ha a disposizione.

**Quante arance contiene ciascuna cassetta?**

**Mostrate come siete arrivati alla vostra risposta**

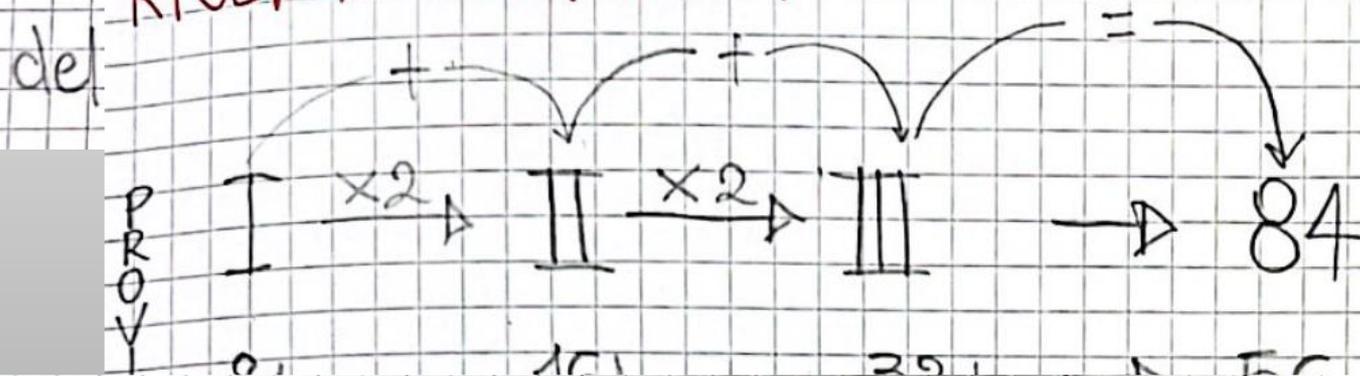
Dobbiamo trovare tre numeri che tra loro hanno queste relazioni:

The diagram illustrates the relationships between the number of oranges in three baskets, labeled I, II, and III. The relationships are shown as follows:

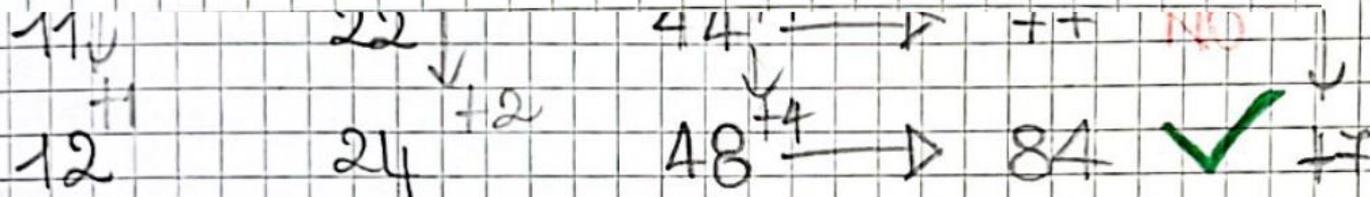
- Row 1:  $I \xrightarrow{\times 2} II \xrightarrow{\times 2} III$
- Row 2:  $I \xrightarrow{\times 4} III$
- Row 3:  $III \xrightarrow{\div 2} II \xrightarrow{\div 2} I$
- Row 4:  $III \xrightarrow{\div 4} I$

$$I + II + III = 84 \quad 84 = I + II + III$$

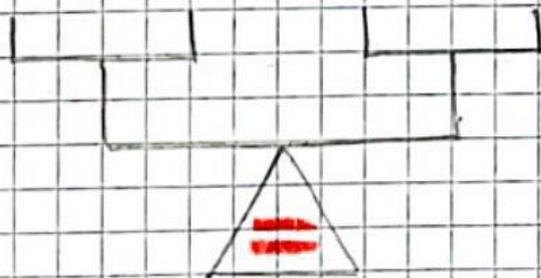
La **RICERCA ORDINATA**



Nella cassetta piccola sono contenute 12  
 arance, nella media 24 e nella grande  
 48 arance.



# UTILIZZIAMO LA STRATEGIA della BILANCIA



UTILIZZIAMO LETTERE PER RAPPRESENTARE  
NUMERI SCONOSCIUTI ... (incognite)

$p$  = n° delle arance contenute nella cassetta  
piccola

$m$  = n° arance contenute nella cassetta  
media

$g$  = numero delle arance contenute nella  
cassetta grande

RELAZIONI TRA I NUMERI DI ARANCE CONTENUTE  
NELLE CASSETTE p/m/g ...

84 = numero delle arance contenute nelle tre cassette

$$\rightarrow 84 = p + m + g$$

$$m = 2 \times p$$

$$g = 2 \times m$$

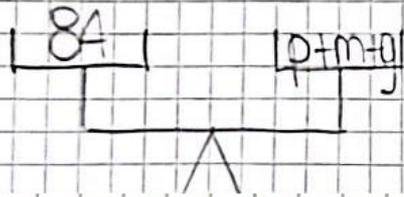
$$g = 4 \times p$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot m$$

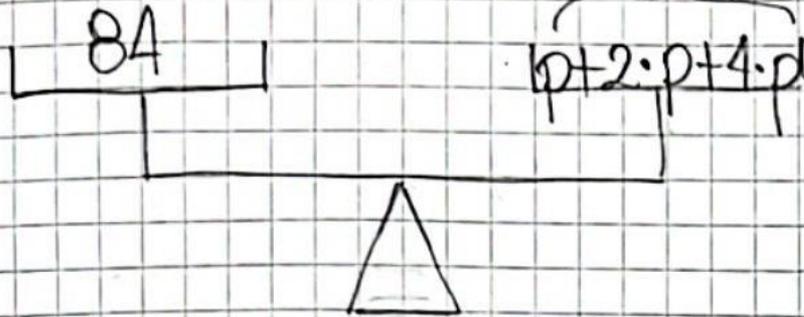
$$m = \frac{1}{2} \cdot g$$

$$p = \frac{1}{4} \cdot g$$

ABBIAMO TRE NUMERI SCONOSCIUTI (INCOGNITE),  
UN BEL PROBLEMA!



CERCHIAMO UNA  
SOLA UNITA' DI  
MISURA. TRASFORMIAMO.



2° PRINCIPIO della  
BILANCA:

" SE SI DIVIDONO PER  
LO STESSO NUMERO



PIATTI

A IN

BILANCA

$$12 = 1\cdot p$$

$$12 = p \rightarrow \text{nella cassetta piccola}$$

sono contenute

$$p = 12$$

12 arance

**SE** nella cassetta piccola sono contenute 12  
arance **ALLORA...**

$$m = 2 \cdot 12 = 24$$

$$g = 4 \cdot 12 = 48$$

**VERIFICA:**

$$p + m + g = 84$$

↓       ↓       ↓

$$12 + 24 + 48 = 84$$

Nella cassetta piccola sono contenute  
12 arance, nella media 24 e nella gran-  
de 48.

Grazie