

Risolvere problemi in matematica: cosa possono dirci le prove INVALSI

18 Gennaio 2024
ARMT Rozzano

Chiara Giberti
Università di Bergamo
chiara.giberti@unibg.it

Problemi nelle Indicazioni Nazionali

- La *competenza matematica* è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di **problemi** in situazioni quotidiane.

Ma cos'è un problema?

“Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla”
(K.Duncker, 1935)



Ma cos'è un problema?

Problemi con la moltiplicazione

- 15.** Giovanna offre a ciascuna delle sue 17 compagne un sacchetto con 12 confetti. Quanti confetti offre complessivamente?
- 16.** Una scatola contiene 18 automoline. Quante ne contengono 14 scatole uguali?
- 17.** Per la festa di compleanno la mamma di Marco prepara 4 tipi di panini: 26 con il prosciutto, 26 con il salame, 26 con il formaggio e 26 con la mortadella. Quanti panini prepara?
- 18.** Un negoziante compra all'ingrosso 50 confezioni da 20 merendine ciascuna. Quante merendine compra in tutto?
- 19.** Nella biblioteca di una scuola ci sono 8 scaffali. Su ogni scaffale ci sono 120 libri. Quanti libri contiene la biblioteca?

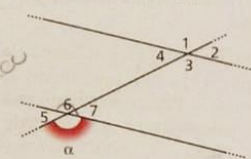
Problemi sui triangoli

- 1.** Un triangolo equilatero ha il lato di 23 cm. Calcola il suo perimetro.
- 2.** Calcola il lato di un triangolo equilatero sapendo che il suo perimetro misura 99 cm.

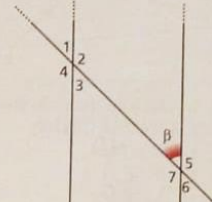
Si può andare avanti con gli anni...

■ L'inverso del teorema delle rette parallele

26 Nella seguente figura, che rappresenta due rette parallele tagliate da una trasversale, scrivi i numeri relativi a tutti gli angoli congruenti all'angolo α . Motiva le tue affermazioni.



27 Nella seguente figura, che rappresenta due rette parallele tagliate da una trasversale, scrivi i numeri relativi a tutti gli angoli supplementari all'angolo β . Motiva le tue affermazioni.



Handwritten note: $\alpha = 6$ Ma questo al vertice

■ Problemi vari con i monomi

■ ESERCIZIO GUIDA

376 La base di un rettangolo è $6a$ e l'altezza è $4b$.

a) Calcoliamo il perimetro e l'area del rettangolo.

b) Se si aumenta la base di $3a$ e si diminuisce l'altezza di $2b$, quanto valgono il perimetro e l'area del nuovo rettangolo?

Ma cos'è un problema?

Ripartiamo dalla definizione di problema di **Karl Duncker**:

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

LE TRE DIMENSIONI IMPORTANTI IN UN PROBLEMA

- Soggettiva: Ciò che per un individuo è un problema, può non esserlo per un altro individuo.
- Motivazionale: Non c'è problema per un individuo se non c'è uno scopo.
- Temporale: Ciò che per una persona in un certo momento è un problema, può non esserlo più in un altro momento e viceversa.

La definizione di Duncker suggerisce la distinzione fra esercizi e problemi: nel primo caso l'individuo ha già a disposizione una procedura per raggiungere la meta, nel secondo no.

Problemi nelle Indicazioni Nazionali

- La *competenza matematica* è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di **problemi** in situazioni quotidiane.
- **Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.**

“La risoluzione dei problemi è la forma più efficace non solo nello sviluppo dell’attività matematica degli allievi, ma anche dell’apprendimento delle conoscenze, delle abilità, dei metodi e delle applicazioni matematiche”

(Anna Zofia Krygowska)



Problemi nelle Indicazioni Nazionali

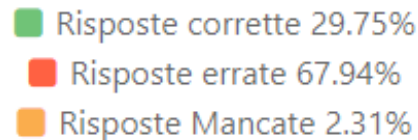
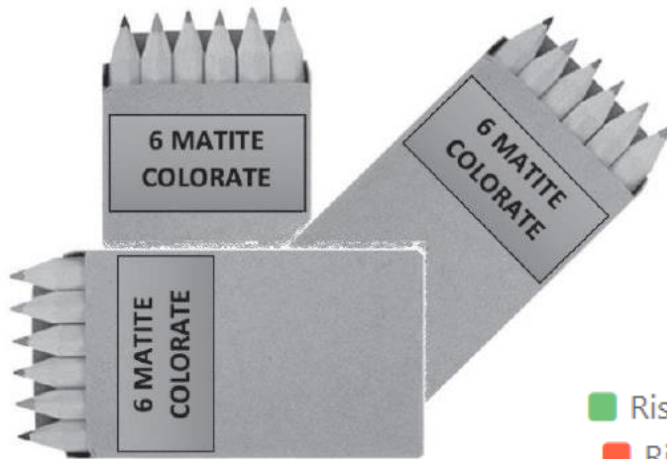
- La *competenza matematica* è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di **problemi** in situazioni quotidiane.
- **Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.**
- Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive.

Problemi nelle prove INVALSI

- Tutti i quesiti sono classificati in uno dei 4 ambiti di contenuto (Numero, Relazioni e Funzioni, Dati e Previsioni, Spazio e Figure) e in una delle 3 dimensioni:
 - Conoscere
 - Argomentare
 - Risolvere Problemi
- le prove standardizzate sono poco adatte a valutare pienamente il conseguimento di competenze nel: produrre congetture; sostenere argomentazioni e dimostrazioni complesse; porsi e risolvere problemi di una certa difficoltà e complessità, che richiedono diversi passi per essere affrontati e risolti; costruire e utilizzare modelli per situazioni complesse;

Problemi nelle prove INVALSI

D10. Tosca ha queste tre scatole di matite colorate.



Tosca tiene per sé 3 matite.

Distribuisce in parti uguali le altre matite ai suoi tre fratelli.

Quante matite colorate riceve ogni fratello?

- A. 3
- B. 5
- C. 6

Spiega come hai ragionato/Spiegate come avete ragionato

Grado 2 - 2022

Che percentuale di risposte corrette vi aspettate?

Che strategie potrebbero adottare?

Inserite le vostre proposte nel Padlet



Problemi nelle prove INVALSI

D17. Osserva le immagini.



Quanto pesa il cane?

Risposta: kg

- Risposte corrette 36.5%
- Risposte errate 59.1%
- Risposte Mancate 4.4%

Spiega come hai ragionato/Spiegate come avete ragionato

Grado 5 - 2018

Che percentuale di risposte corrette vi aspettate?

Che strategie potrebbero adottare?

Inserite le vostre proposte nel Padlet



D8. Osserva la tabella.

Confezioni

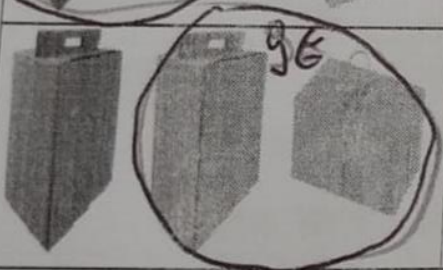
Peso complessivo delle confezioni



7 kg



16 kg
9



13 kg

Quanto pesa questa confezione?



Risposta: 4 kg

D8 Per prima cosa ho tolto 7 kg dalla seconda immagine e mi è risultato 9 poi ho calcolato la differenza con la terza immagine e mi è risultato 4kg quindi il regalo pesa 4 kg

Per prima cosa ho tolto 7 kg dalla seconda immagine e mi è risultato 9 poi ho calcolato la differenza con la terza immagine e mi è risultato 4 kg quindi il regalo pesa 4 kg

D8. Osserva la tabella.

Confezioni

Peso complessivo delle confezioni



7 kg



9 kg




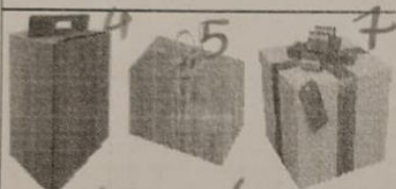
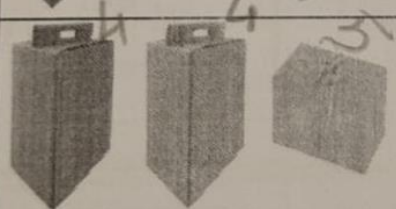
13 kg

Quanto pesa questa confezione?




Risposta: 4 kg

D8. Osserva la tabella.

Confezioni	Peso complessivo delle confezioni
	7 kg
	16 kg
	13 kg

Quanto pesa questa confezione?



Risposta: 4 kg

Ho capito che il pacco regalo decorato pesa 7 kg poi per sapere il peso del pacco grande ho fatto $16 - 7 = 9$ quindi ho provato a farlo pesare 4 kg e il pacco piccolo 5 kg poi per dare la conferma ci sono 2 pacchi grandi e un pacco piccolo quindi ho fatto $4 + 4 + 5 = 13$

Ho capito che il pacco regalo decorato pesa 7 kg poi per sapere il peso del pacco grande ho fatto $16 - 7 = 9$ quindi ho provato a farlo pesare 4 kg e il pacco piccolo 5 kg

Poi per dare conferma ci sono 2 pacchi grandi e un pacco piccolo quindi ho fatto $4 + 4 + 5 = 13$ kg

PER SCRIVERE IL NUMERO DEL PACCO SONO ANDATA PER TENTATIVI

OPPURE...

LA SCATOLA CON IL CARTELLINO PESA 7 Kg
 QUINDI TOGLIO IL SUO PESO DAL PESO DEI
 TRE PACCHETTI $16 - 7 = 9$
 DUE NUMERI CHE INSIEME FORMANO NOVE CIOÈ
 $5 + 4 = 9$

DA PRIMA AVEVO FATTO CHE IL PACCHETTO PIÙ PICCOLO PESAVA 4 Kg INVECE GLI ALTRI 5 E NON ERA VERO POI HO CAMBIATO E HO FATTO QUELLO PICCOLO 5 Kg E I PIÙ GRANDI 4 Kg ED ERA GIUSTO

Prima avevo fatto che il pacchetto più piccolo pesava 4 kg invece gli altri 5 e non era vero. Poi ho cambiato e ho fatto quello piccolo 5 kg e i più grandi 4 kg ed era giusto

Per scrivere il numero del pacco sono andata per tentativi
 oppure
 La scatola con il cartellino pesa 7 kg quindi tolgo il suo peso dal peso dei tre pacchetti $16 - 7 = 9$. Due numeri che insieme formano 9 cioè $5 + 4 = 9$

Problemi nelle Indicazioni Nazionali

- Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma **riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi** e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

Problemi stereotipati

(Zan, 2016)

- Il testo contiene tutti e soli i dati (perlopiù numerici) necessari per la soluzione
- C'è una domanda che in genere prevede una risposta numerica
- Tale risposta si ottiene combinando i dati numerici con un procedimento matematico, che nelle prime classi della scuola primaria si riduce spesso all'applicazione di una delle quattro operazioni aritmetiche
- Sicuramente c'è una soluzione, e questa soluzione è unica
- I dati numerici del problema sono in generale artificiosi, in quanto molto semplificati rispetto a quello che ci si potrebbe aspettare in una soluzione reale

Problemi stereotipati

MAPPA PER RISOLVERE UN PROBLEMA



- LEGGERE IL TESTO DEL PROBLEMA

- VISUALIZZARE (VEDERE) LA SITUAZIONE: COSA STA AVVENENDO NEL PROBLEMA?



- LEGGERE BENE LA DOMANDA



- CERCARE LE PAROLE CHIAVE



- TROVARE I DATI (NUMERI) E CERCHIARLI IN ROSSO
- SCRIVERE L'OPERAZIONE PRIMA IN RIGA E POI IN COLONNA
- ESEGUIRE L'OPERAZIONE
- SCRIVERE LA RISPOSTA

Parole Chiave

Nei problemi con l' **ADDIZIONE** ci sono queste parole chiave:

IN TUTTO

IN TOTALE

COMPLESSIVAMENTE

SOMMA

Nei problemi con la **SOTTRAZIONE** ci sono queste parole chiave:

RESTA - RESTANO

RIMANE - RIMANGONO

NON

DIFFERENZA

IN PIU'

IN MENO

Nei problemi con la **MOLTIPLICAZIONE** ci sono queste parole chiave:

OGNI

CIASCUNO/A

OGNUNO

e nella domanda possiamo trovare:

IN TUTTO

TOTALE

COMPLESSIVAMENTE

Nei problemi con la **DIVISIONE** ci sono queste parole chiave:

SUDDIVIDERE

DISPORRE

CONFEZIONARE

SISTEMARE

SPARTIRE

DISTRIBUIRE

DIVIDERE

LA META'

e nella domanda possiamo trovare:

OGNI

OGNUNO

CIASCUN

“Ho **3** palline ma per giocare me ne servono **7**; quante ne devo **aggiungere** a quelle che ho già?”;

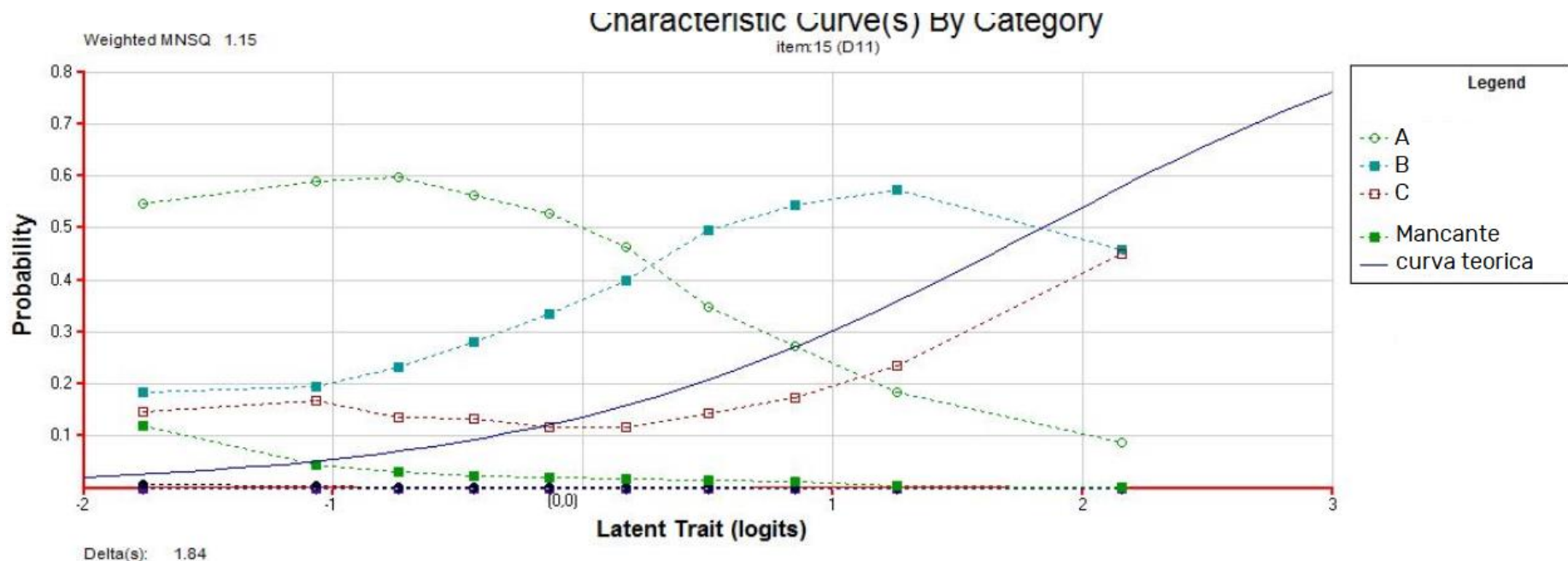
la famosa “parolina” è “aggiungere”?

E allora il bambino eseguirà una addizione e non l’auspicata sottrazione

D11. Una classe di 9 maschi e 10 femmine, accompagnati dalla maestra Gianna e dalla maestra Luisa, sale sul pulmino per andare in gita. Restano due posti liberi. Quanti sono in tutto i posti a sedere per i viaggiatori sul pulmino?

- A. 19
- B. 21
- C. 23

Risposta	Percentuale
A	43%
B	36%
C	17%
Mancante	3%



Parole Chiave

Parole chiave, struttura delle risoluzioni, problemi stereotipati per aiutare gli studenti in difficoltà...

Tale obiezione assume implicitamente una particolare accezione della parola «aiutare»: aiutare a dare la risposta corretta, senza preoccuparci di un'effettiva comprensione del perché tale risposta è corretta.

Si tratta di un aiuto che veicola un'idea distorta di successo in matematica, dato che lo identifica con la produzione di una risposta «giusta», e non con l'attivazione di processi di pensiero significativi.

Inoltre, si tratta al più di un aiuto molto limitato, in quanto funziona solo con problemi stereotipati, ma che non serve o addirittura ostacola risultati positivi in problemi non standard.

(Zan, 2016)

Comunemente si dice “problema di routine” ogni esercizio che possa essere risolto o sostituendo particolari dati nella soluzione di un problema generale già condotto a termine o seguendo passaggio per passaggio, senza alcuna manifestazione di originalità, qualche esempio appropriato particolarmente notevole. I problemi di routine possono essere necessari nell’insegnamento della matematica; ma proporre agli alunni unicamente esercizi di questo tipo è un errore imperdonabile.



Polya 1945