Il cerchio e le sue le pieghe

Gisella Maculan, Chiara Marcato

Disegni di Francesco Decio

ARMT Rozzano

18 aprile 2024

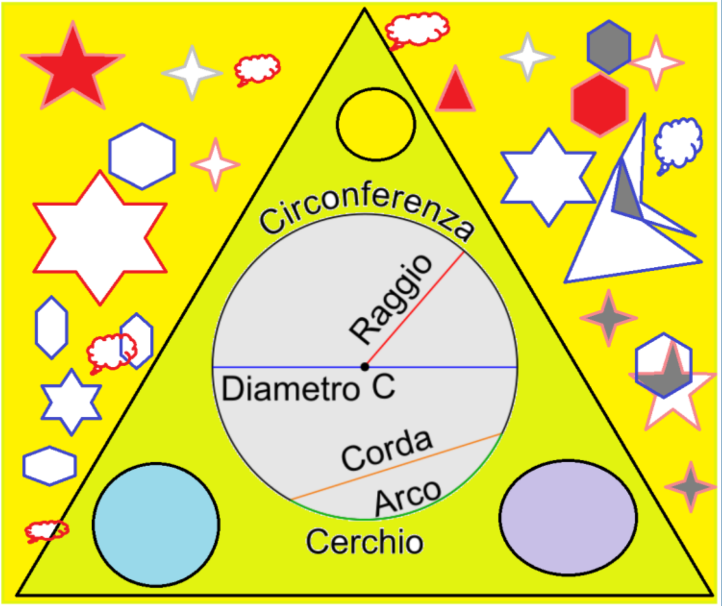
Cosa si può fare con il cerchio

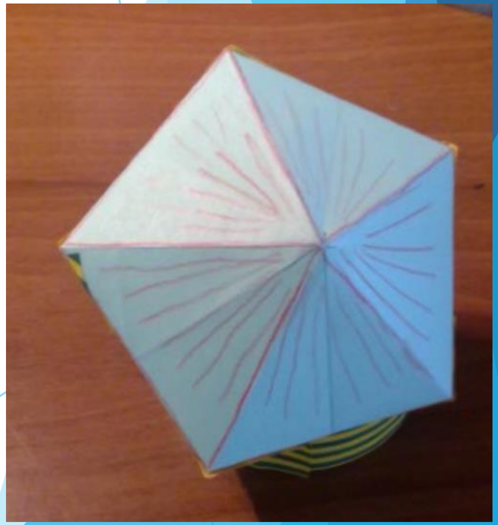
Il cerchio aiuta nella didattica di tante attività a partire dalla scuola Primaria.

I laboratori che vengono proposti, con i dovuti adattamenti, si possono proporre sia alla Primaria alla scuola Secondaria di Primo Grado..

Scopo/obiettivi delle attività:

- conoscere il cerchio e le sue parti
- riconoscere fra le pieghe gli elementi della geometria
- potenziare il linguaggio specifico
- usare il cerchio per:
  - capire gli angoli e classificarli
  - visualizzare alcune frazioni
  - vedere modi diversi per costruire/studiare alcune figure piane e le loro caratteristiche
  - “giocare” costruendo





Modalità e materiali

Modalità

Tutte le attività sono realizzabili in ambiente laboratoriale.

Materiali

fogli di carta A4, compasso, squadrette, ...

I^ attività
“Il cerchio e le figure piane”

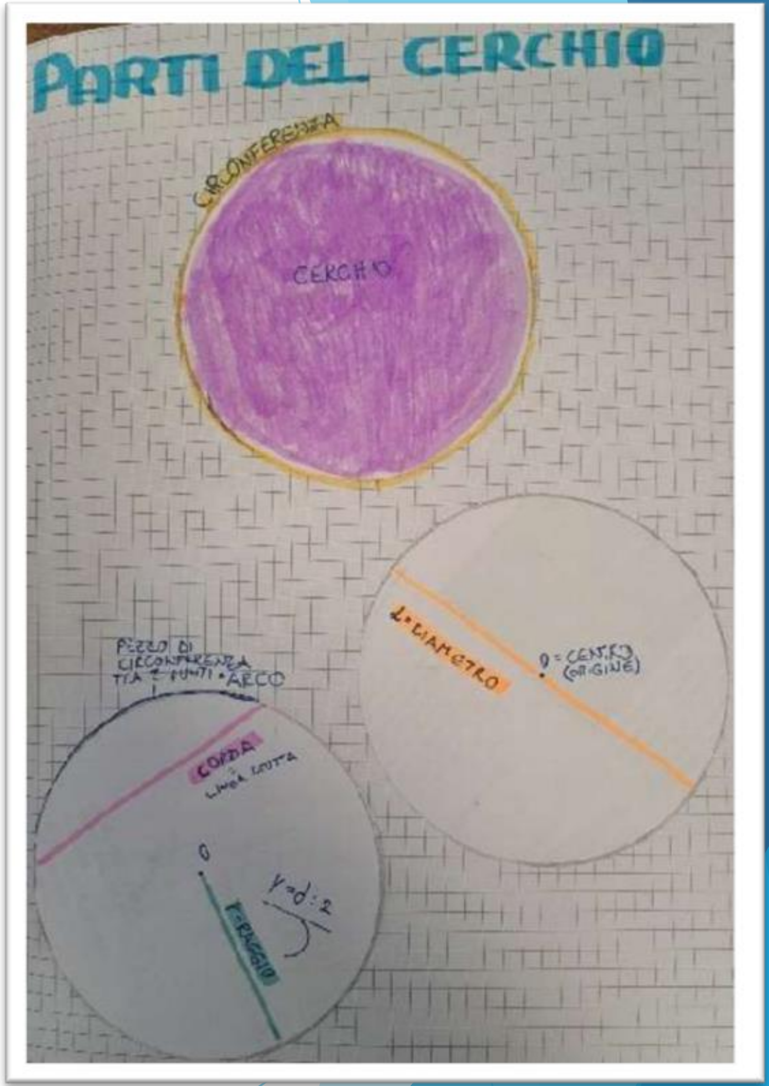
Obiettivi dell’attività:

- Conoscere il cerchio
- Costruire figure piane con la tecnica degli origami
  - Quadrato
  - Triangolo equilatero
  - Esagono
  - ottagono

Si condivide con i ragazzi che:

il cerchio rappresenta sempre un angolo di 360°;

I lati dell’angolo, in genere, sono rappresentati dai raggi del cerchio.

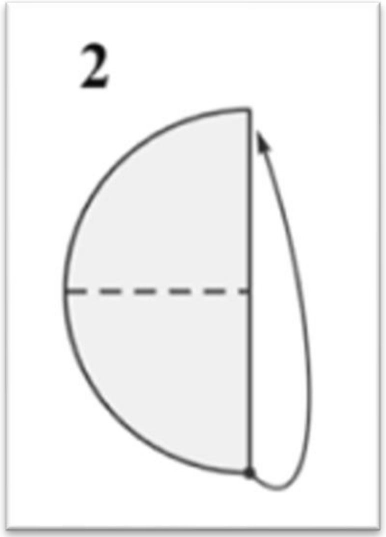


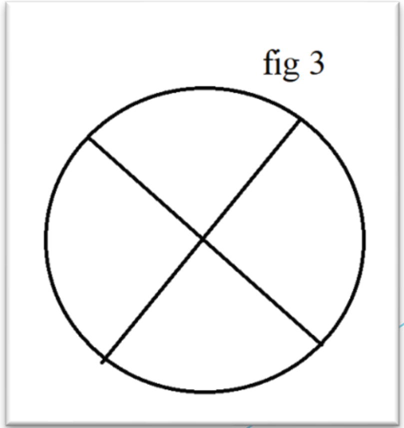
Le parti del cerchio

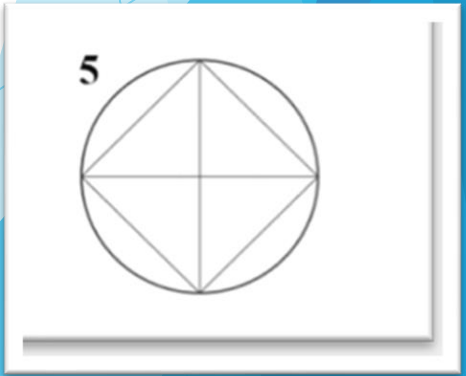
usando la piegatura, di ogni termine si esplicita l'etichetta (significato)

- Del cerchio di carta si evidenzino perimetro e superficie
- Piegato a metà: diametro o corda massima, 2 semicerchi   e 2 semicirconferenze
- Piega il cerchio a metà e poi ancora a metà, si ottiene la perpendicolare al diametro, tale piega rappresenta un raggio e nel punto di intersezione con il diametro individua il **centro** del cerchio (fig 2)
- Con due pieghe si ottengono 4 settori circolari equiestesi (fig 3) e isoperimetrici; il perimetro è dato da due raggi e un arco di circonferenza
- Piegando una corda si ottengono segmenti circolari

Fig 1





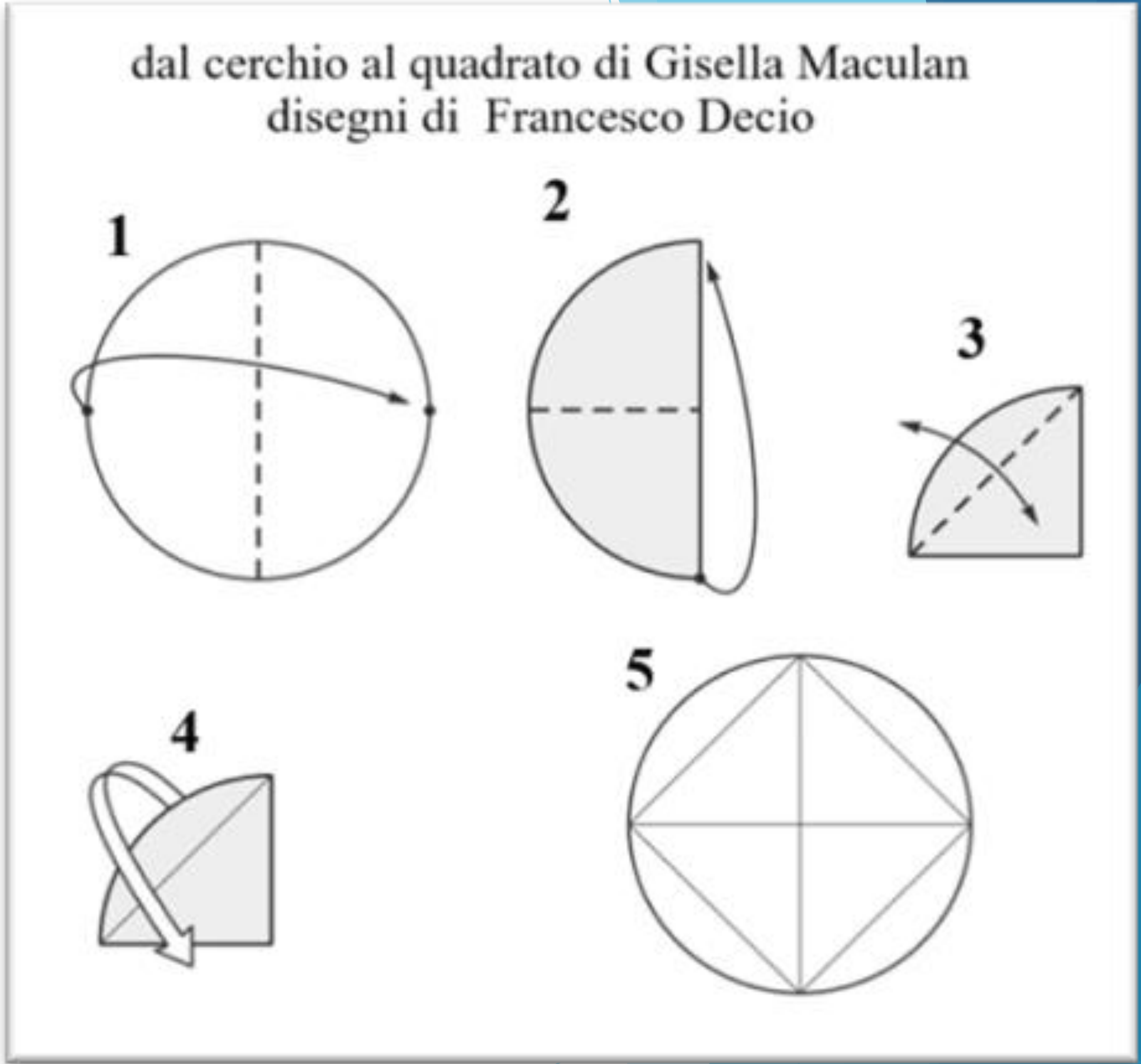


Costruzione del quadrato

Piegare assieme

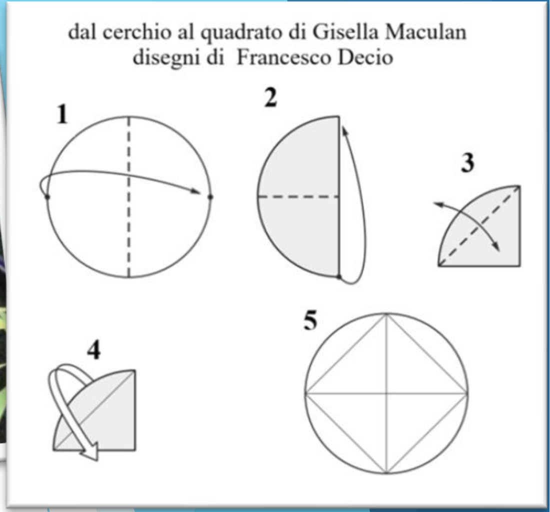
di ogni termine si esplicita l'etichetta (significato)

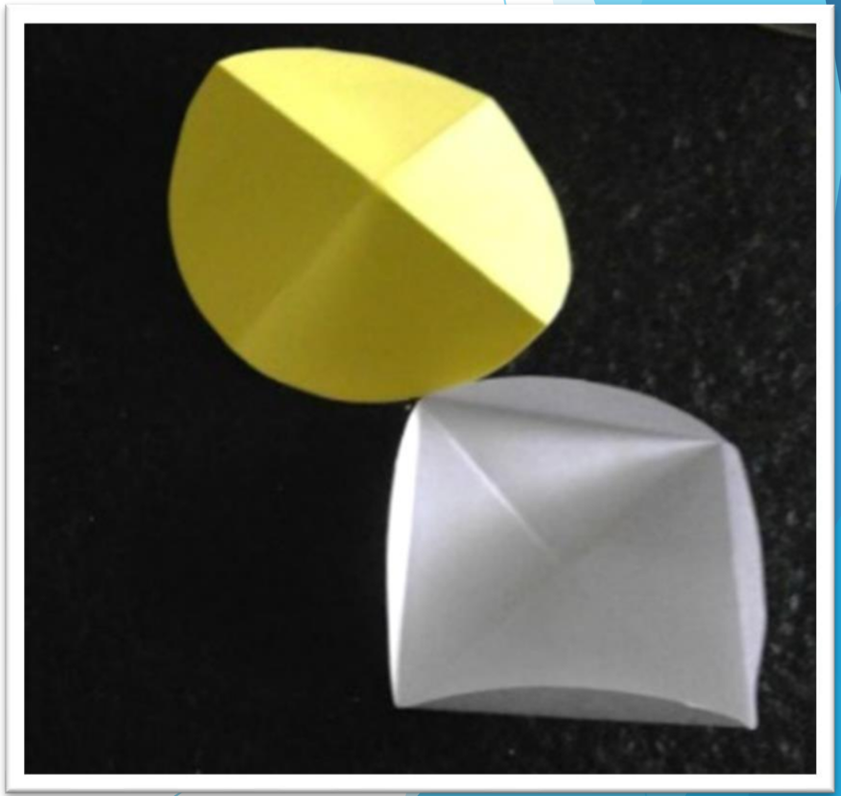
- Piegare a metà il cerchio (fig 1) per ottenere un semicerchio
- Piegare il semicerchio a metà; la piega è un raggio perpendicolare al diametro della prima piega (fig 2).
- Si ottiene un settore circolare di superficie ¼ del cerchio.
- Piegare le corde che uniscono i lati dei settori circolari; si ottengono 4 segmenti circolari (fig 3)
- Riaprire il cerchio per studiare le pieghe



Analisi delle pieghe

- Il cerchio aperto presenta:
  - triangoli rettangoli isosceli
  - segmenti circolari,
  - corde che sottendono ciascuna ¼ di circonferenza; le corde sono i lati del quadrato
  - corde massime perpendicolari: diametri del cerchio / diagonali del quadrato.
  - I diametri nel punto di intersezione sono il centro del cerchio.
  - angoli retti di 90° e otto angoli acuti di 45°,

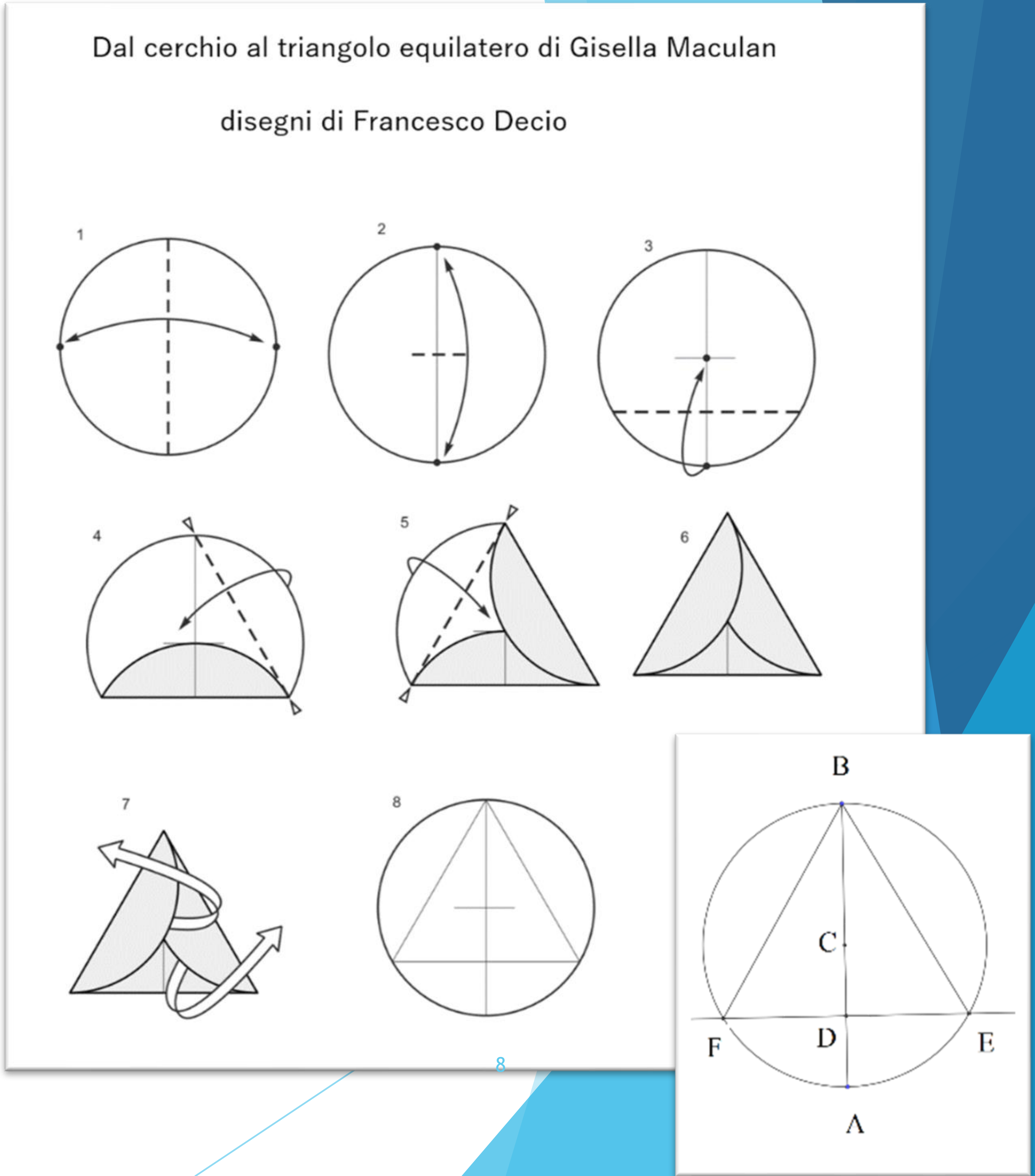




Costruzione del triangolo equilatero

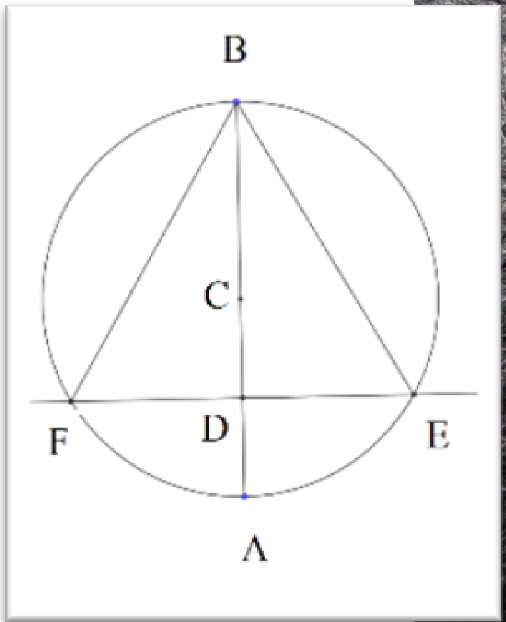
Piegare assieme

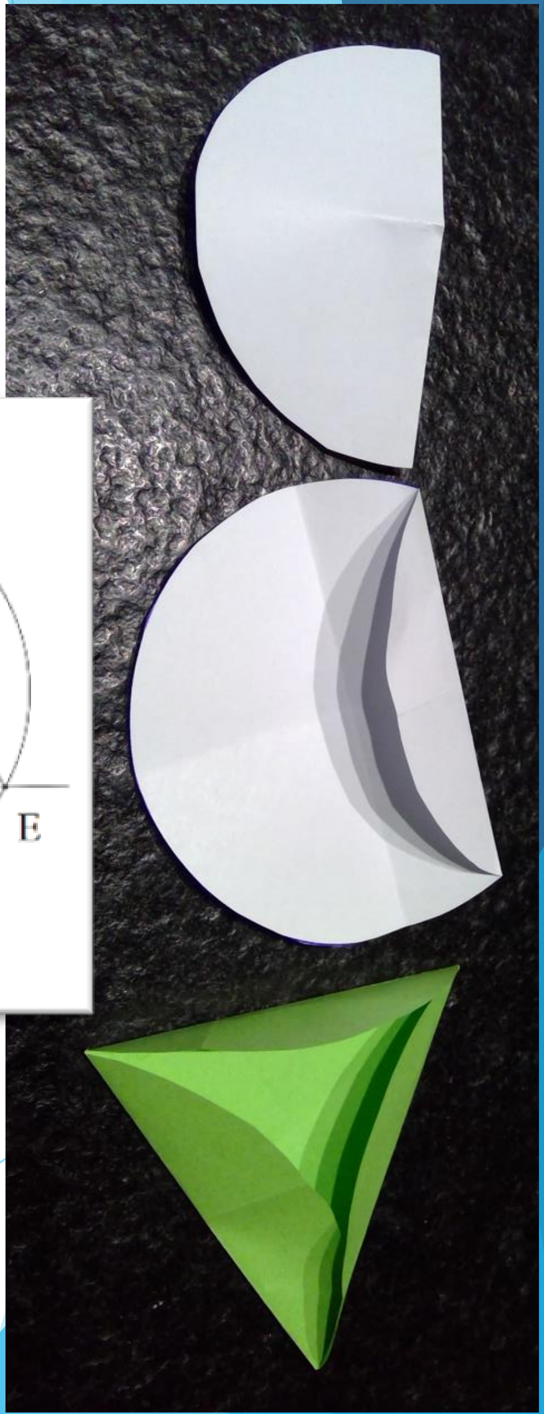
- Piega il cerchio a metà (fig. 1): diametro AB.
- Porta gli estremi della piega uno sull'altro e pizzica il punto medio C (fig 2): centro del cerchio.
- Porta l'estremo inferiore del diametro, punto A, sul punto medio C e piega evidenziando il primo segmento circolare e il primo lato FE, del triangolo.
- Esegui le pieghe laterali (fig 4 e fig 5) che uniscono l'estremo del diametro B con gli estremi del primo lato del triangolo, punti F e E
- Riapri il cerchio: è stato evidenziato il triangolo equilatero FEB



Analisi delle pieghe

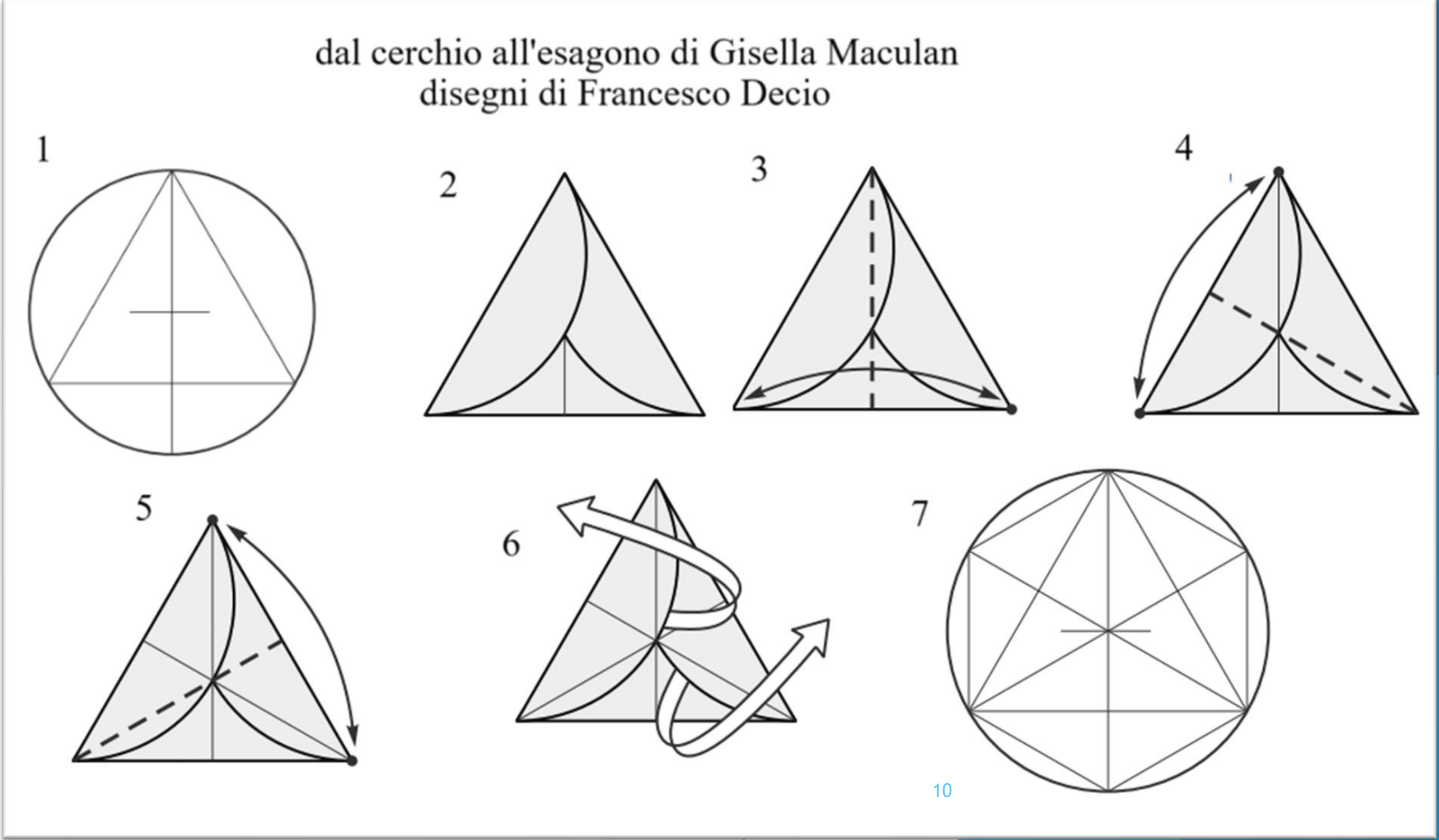
- Aprire il cerchio :
  - triangoli rettangoli scaleni uguali e simmetrici che formano il triangolo equilatero
  - segmenti circolari,
  - corde che sono i lati del triangolo, archi di circonferenza
  - corda massima perpendicolare ad un lato del triangolo equilatero: diametro
  - Il diametro è un’altezza del triangolo
  - angoli acuti di 60° uno al vertice diviso in due da 30° e angoli   retti





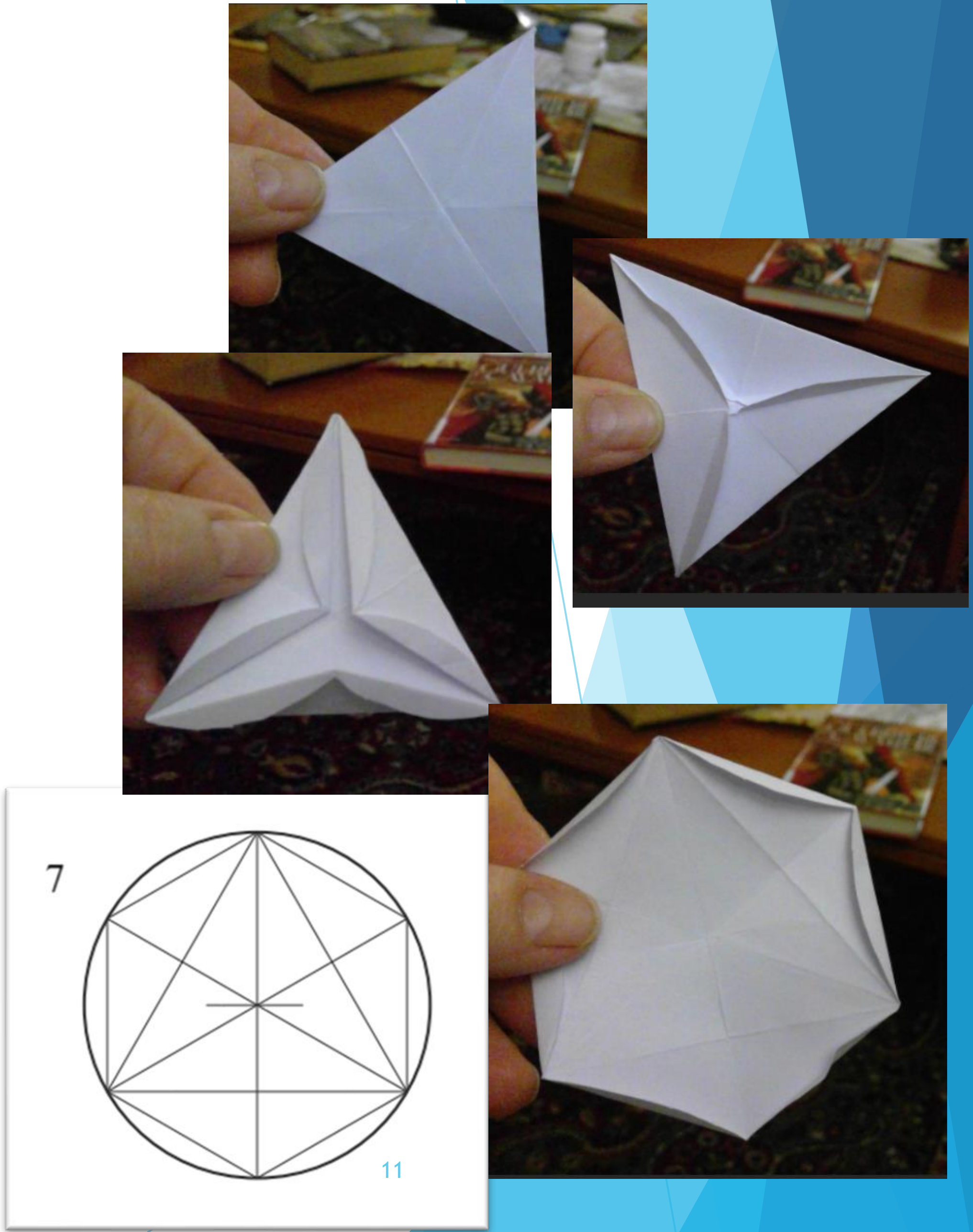
Costruzione dell'esagono regolare

- Si inizia dal triangolo equilatero(fig 2)
- Si piega un'altezza alla volta portando gli estremi di ciascun lato uno sull'altro
- Ogni piega è bisettrice dell'angolo del vertice interessato
- Si riapre il cerchio



Analisi delle pieghe dell’esagono

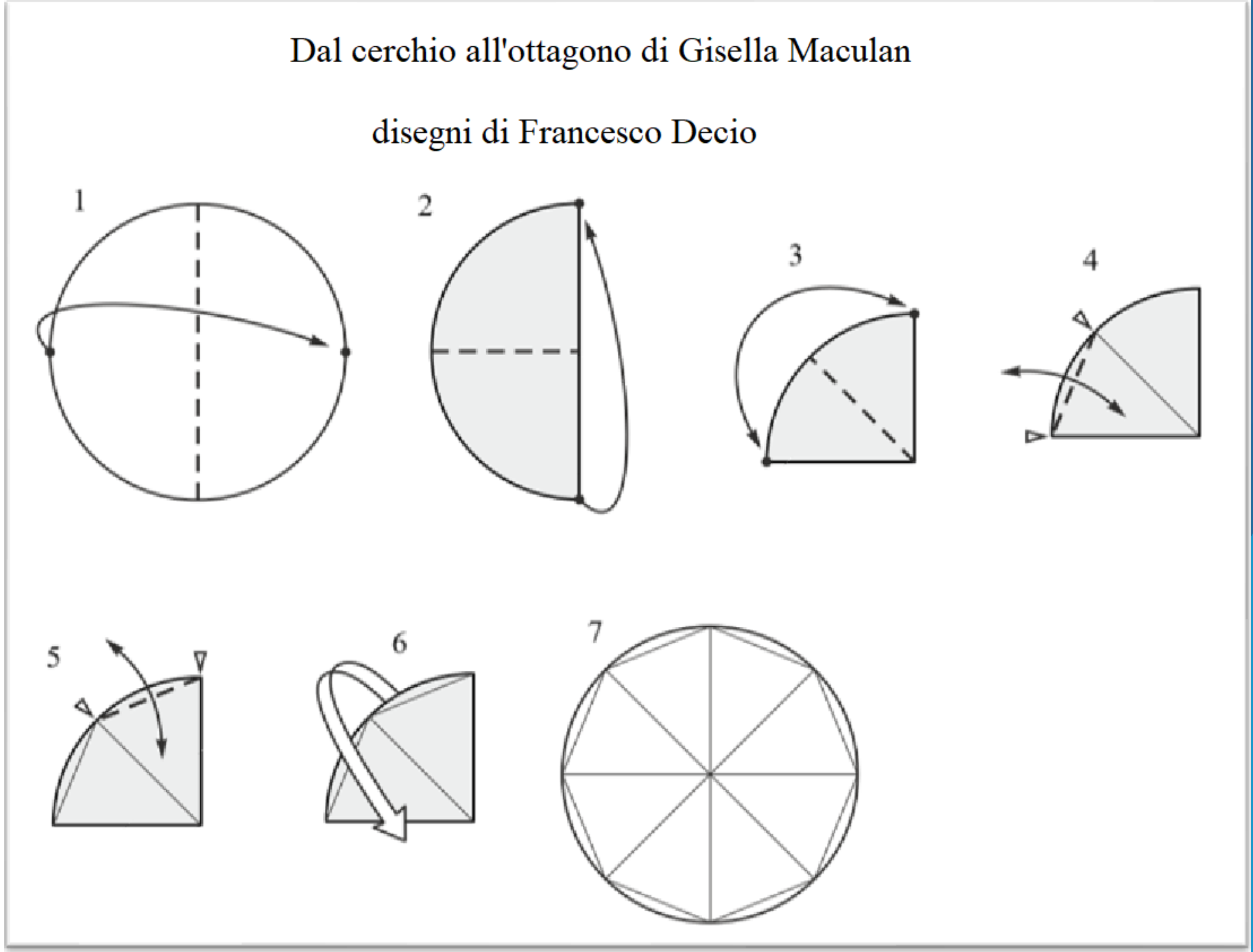
- l’esagono, diagonali che passano per il centro, diagonali che uniscono in modo alterno i vertici formando un triangolo equilatero.
- segmenti circolari congruenti e settori circolari congruenti
- Si riconoscono rombi, triangoli rettangoli (quanti? 12+6)
- triangoli equilateri
- Si riconoscono trapezi isosceli regolari con tre lati congruenti e base maggiore doppia della minore
- trapezi rettangoli e figure concave, ….

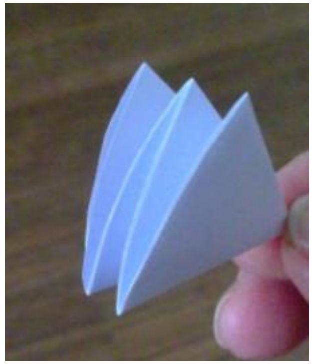


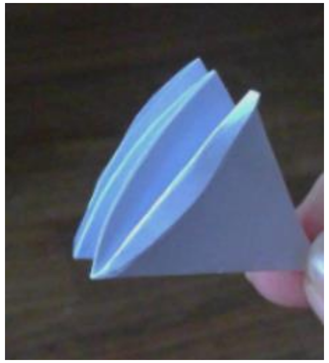
Costruzione dell’ottagono

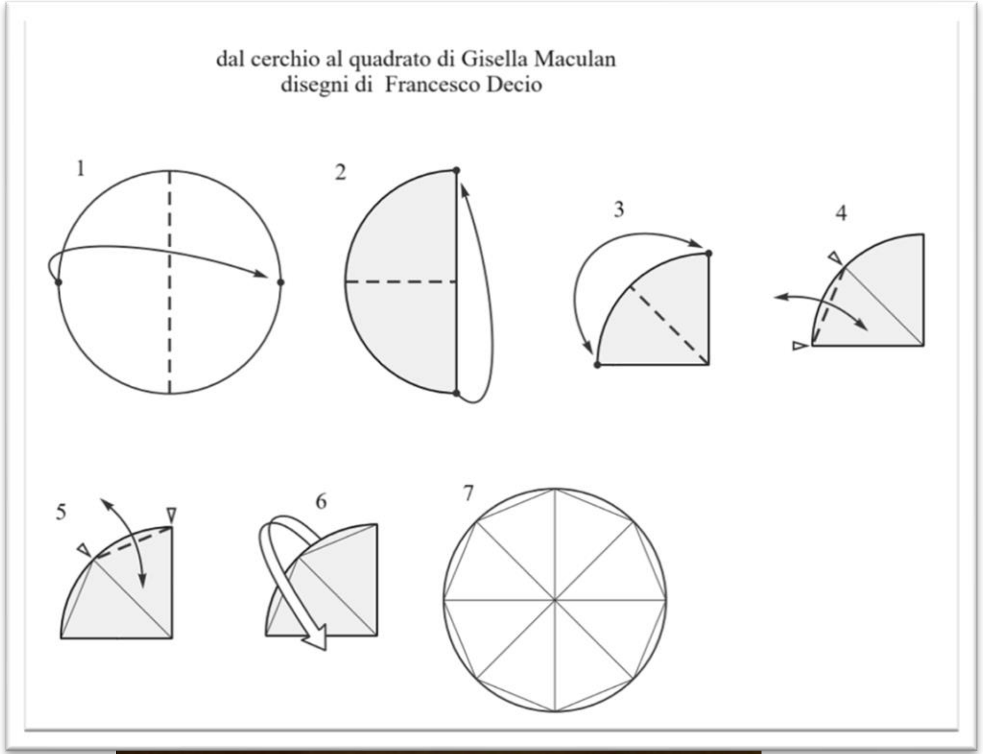
Piegare assieme

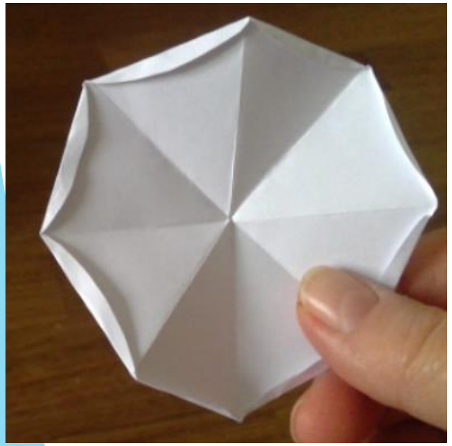
- Si piega il cerchio a metà, poi ancora a metà e ancora a metà (fig 3)
- Dopo la terza piga si piegano le corde dei segmenti circolari di ciascun settore circolare (fig 4)
- Si riapre il cerchio

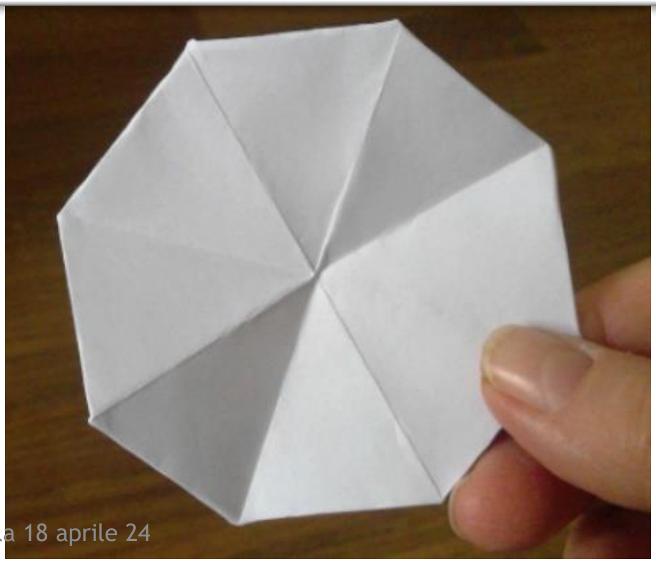








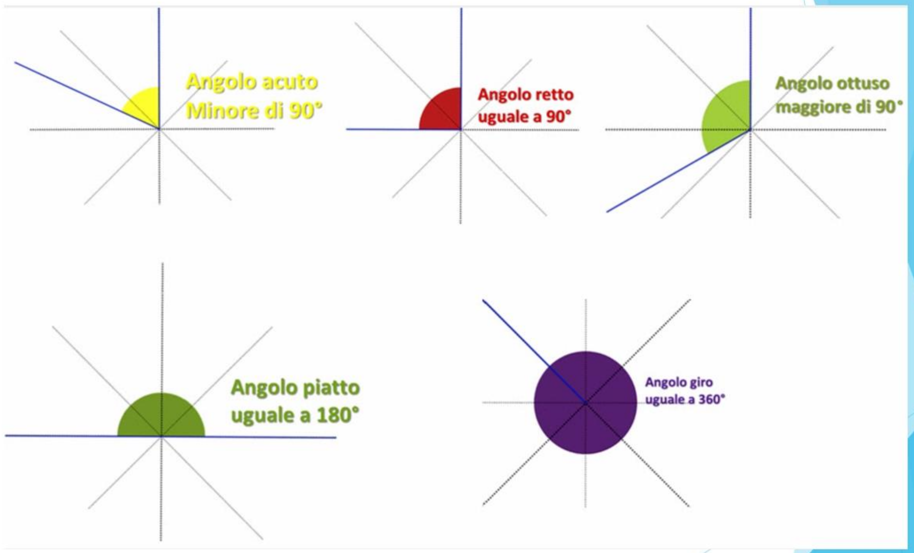




Analisi delle pieghe

- 8 settori circolari con angolo di 45°
- 8 triangoli isosceli acutangoli con un angolo di 45° e due di 67°30’
- Sono evidenti 8 segmenti circolari congruenti che sottendo l’ottava parte della circonferenza
- Le diagonali passanti per il centro sono anche 4 assi di simmetria
- Unendo in modo alterno i vertici si ottiene il quadrato

II^ attività
“Il cerchio e gli angoli”



Obiettivi dell’attività:

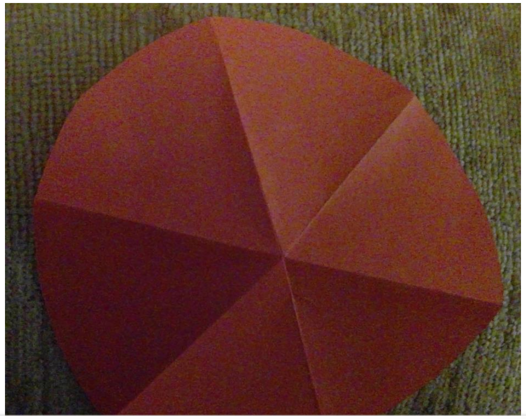
- Piegare il cerchio di carta per evidenziare i diversi angoli
- Classificare gli angoli e descriverne le caratteristiche
- Usare i settori circolari per visualizzare le frazioni
- Settori circolari e proporzioni
- Costruire, angoli opposti al centro e angoli al centro e angoli sulla circonferenza

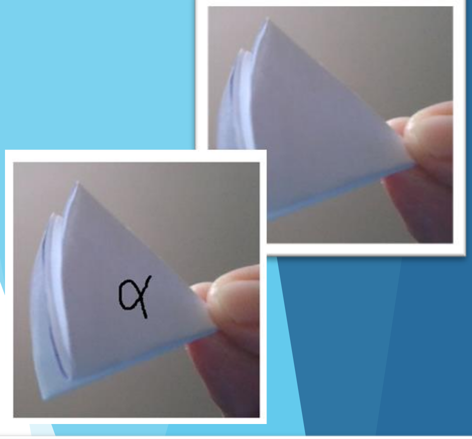
Si condivide con i ragazzi che:

il cerchio, qualsiasi sia il suo raggio, rappresenta sempre un angolo di 360°;

I lati dell’angolo, in genere, sono rappresentati dai raggi del cerchio.

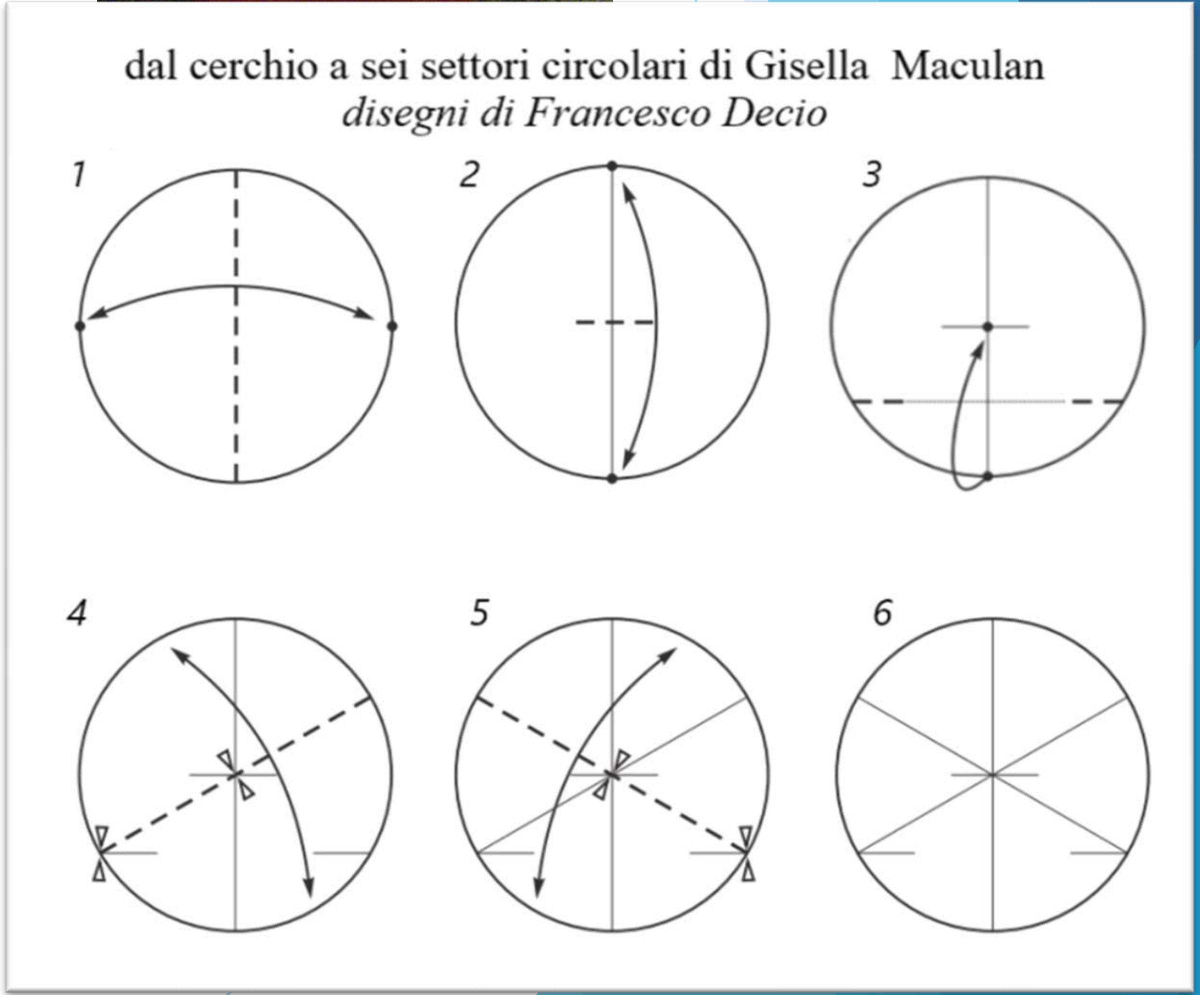
Costruzione dell’angolo di 60°





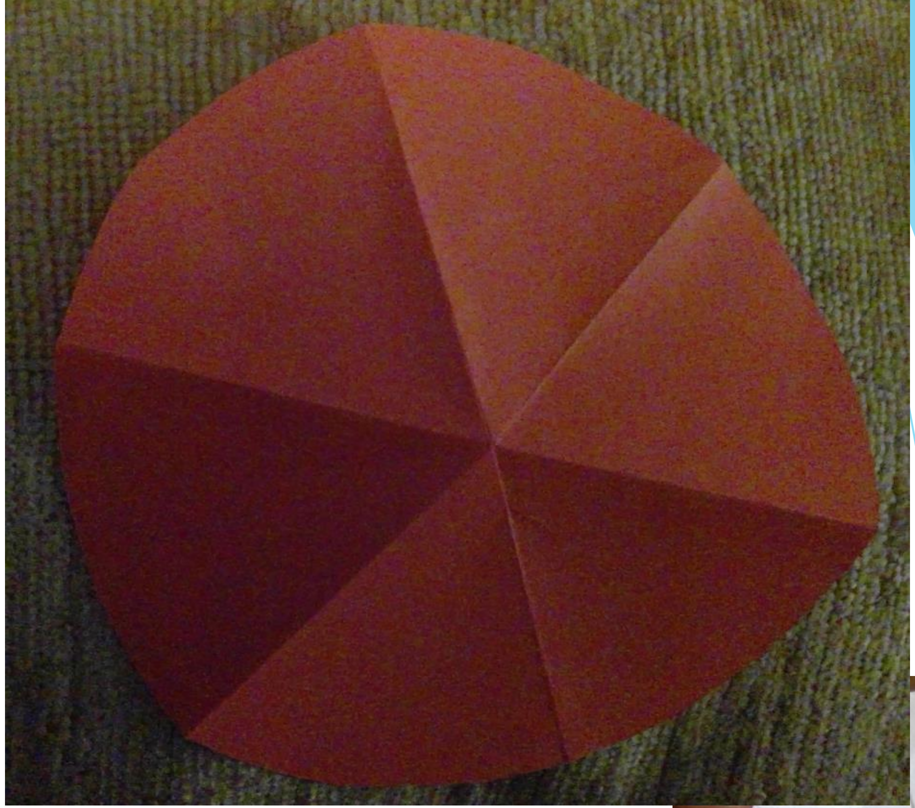
Piegare assieme

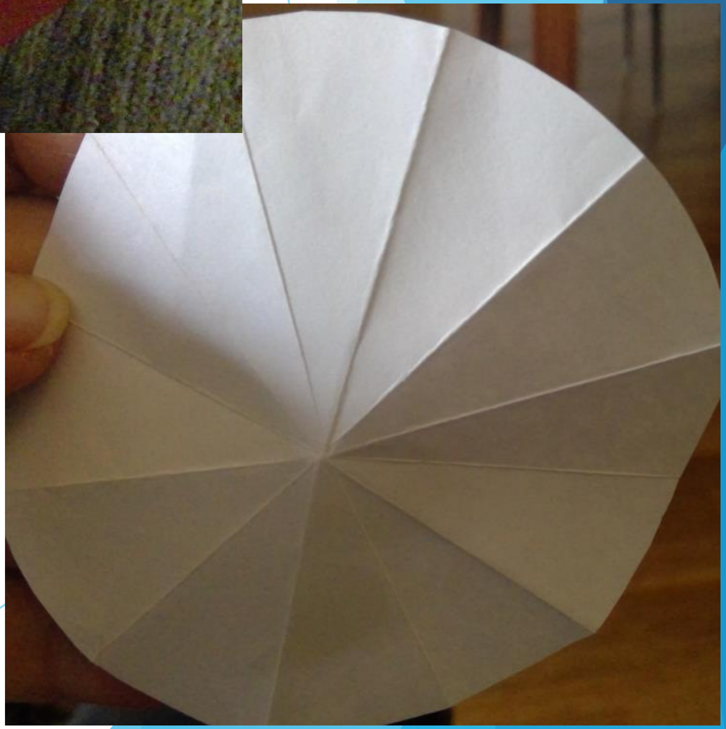
- La trisezione dell’angolo di 180° non è facile
- Si piega a metà il cerchio, si pizzica il centro piegando ancora a metà
- Si porta l’estremo della piega diametro sul centro e si pizzica sulla circonferenza a dx e a sx
- Si piega a metà il cerchio passando per il centro e il pizzico di dx sulla circonferenza; si ripete per il pizzico di sx
- Si apre il cerchio: è stato diviso in settori circolari di 60° con tre pieghe-diametro e tre pizzichi



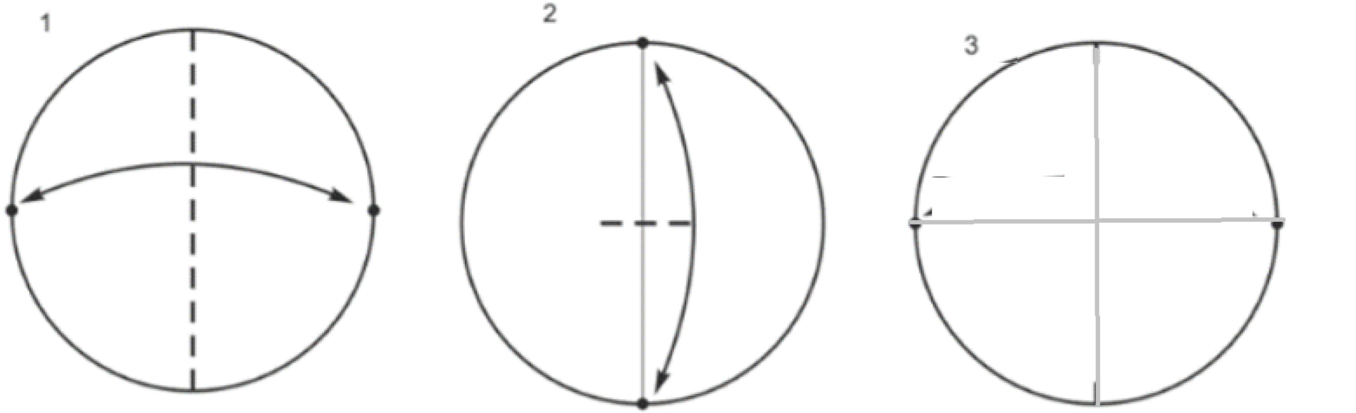
Analisi delle pieghe

- ciascun **settore circolare** è 1/6 dell’area del cerchio
- l’**arco** del settore circolare è 1/6 della circonferenza
- l’**angolo** del settore è 1/6 dell’angolo di 360° → 60°
- 2 settori uniti evidenziano un angolo di 120°
- Si ottengono 12 settori circolari, con l’angolo di 30° unendo con una piega il punto medio di ciascun arco con il centro del cerchio; la piega è bisettrice di ciascun angolo al centro





Costruzione dell'angolo di 90° e analisi delle pieghe



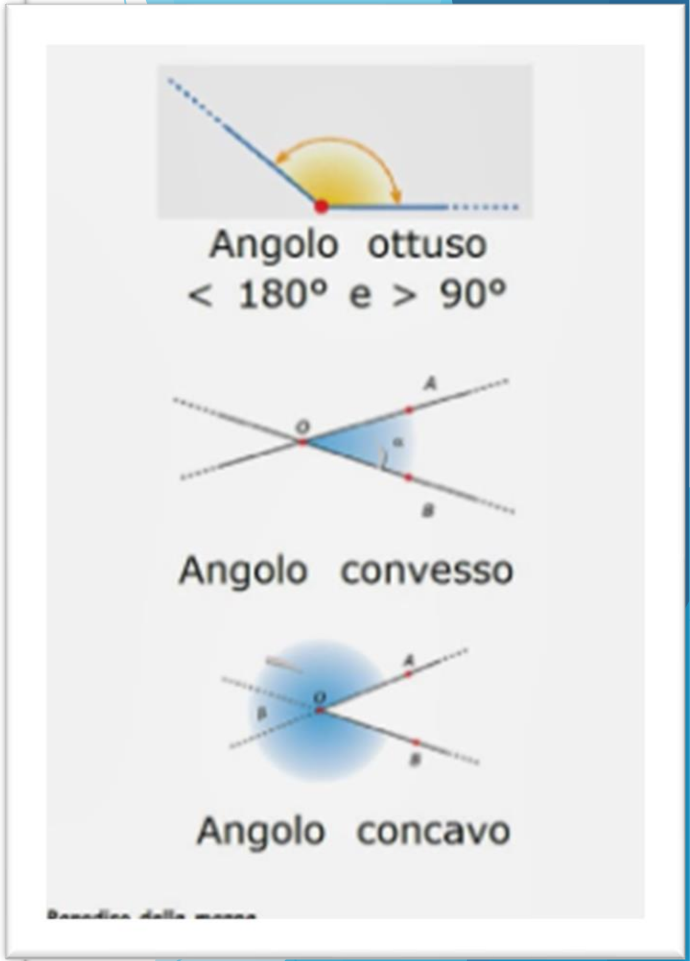
- Si piega a metà il cerchio e si riapre
- Si portano gli estremi della piega uno sull'altro e si riapre
- Il cerchio viene diviso in 4 settori circolari di angolo 90°, ciascuno di area ¼ di quella del cerchio. L'arco di ciascuno è la quarta parte della circonferenza.
- Eseguendo le pieghe bisettrici degli angoli di 90° si divide il cerchio in 8 settori circolari ciascuno di 45°
- Proseguendo con le pieghe bisettrici si evidenziano angoli di 22°30'

ricapitolando

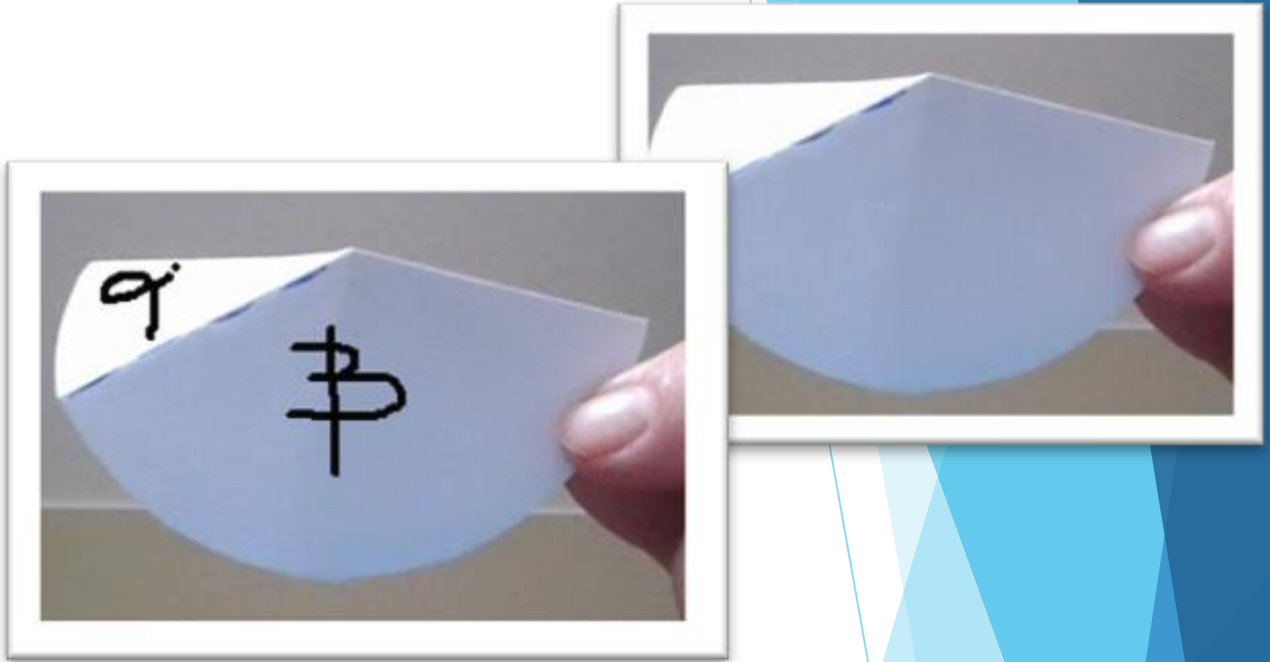
Angoli facilmente visualizzabili

- 90° , multipli (180°, 270°) e sottomultipli (45°; 22°30’)
- 60° , multipli (120°, 180°, 240°, 300°) e sottomultipli (30°; 15)

- Con questi angoli è possibile la classificazione: angoli acuti, ottusi, concavi, convessi, angolo retto, piatto, giro.



Angoli acuti / ottusi, angoli adiacenti e angoli consecutivi

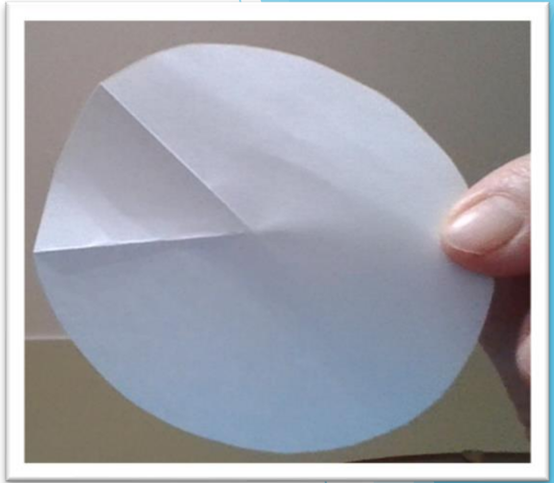


il cerchio viene piegato a metà e poi la seconda piega deve dividere l'angolo di 180° in due parti di diversa ampiezza. Gli angoli risultanti saranno

- $\alpha < 90°$ $\quad acuto \qquad \beta > 90° \quad angolo\ ottuso$

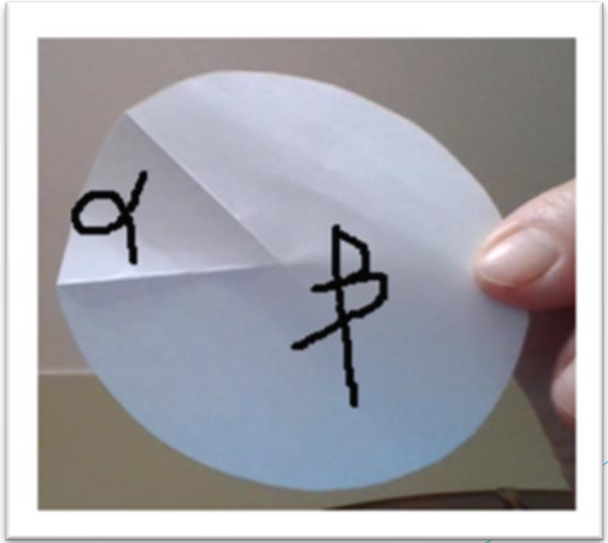
- Sono fra loro consecutivi <u> e adiacenti</u>

Angoli concavi / convessi

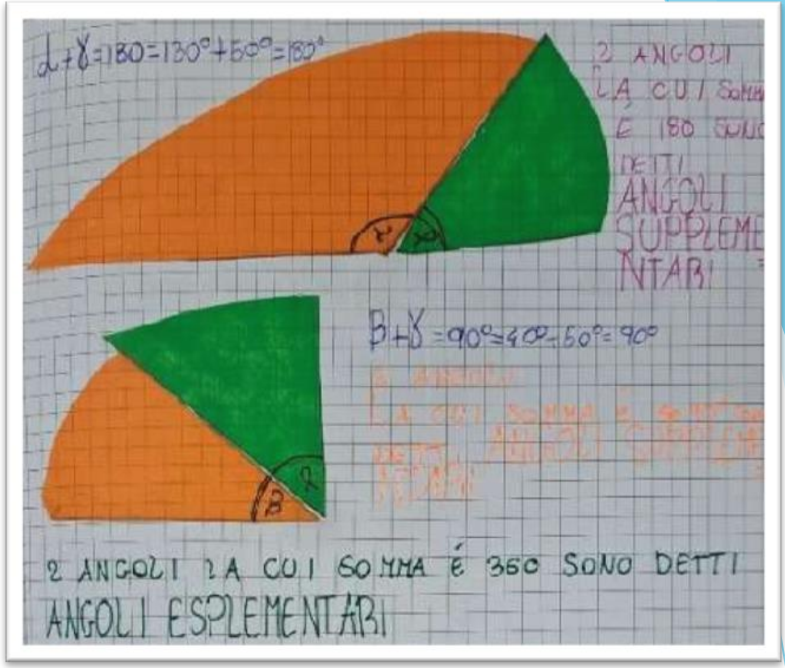


Angolo concavo/convesso: nel cerchio si evidenzia con i pizzichi il centro e poi vengono piegati due raggi in modo che

- $\alpha < 180°$ *angolo convesso*
- $\beta > 180°$ *angolo concavo*

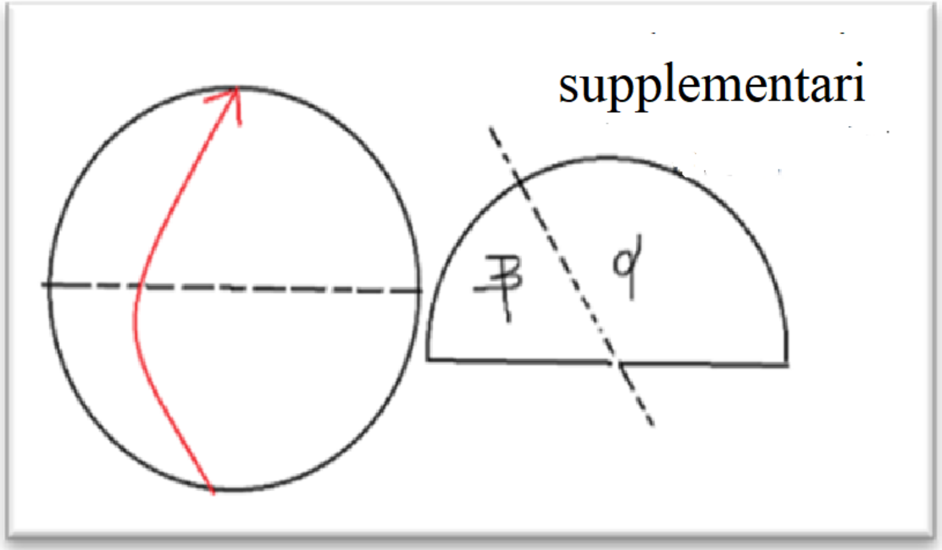


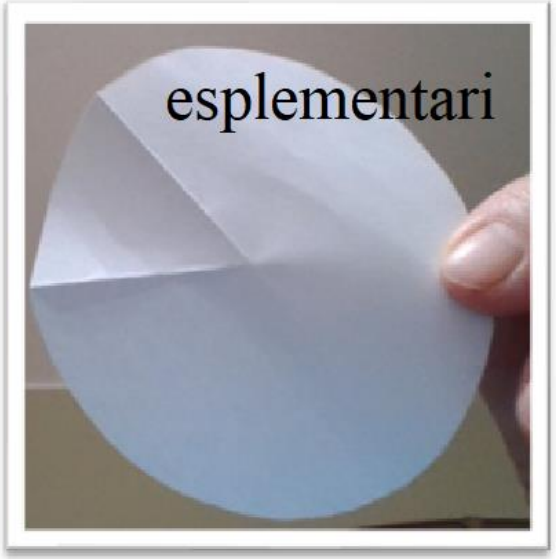
Angoli complementari, supplementari….



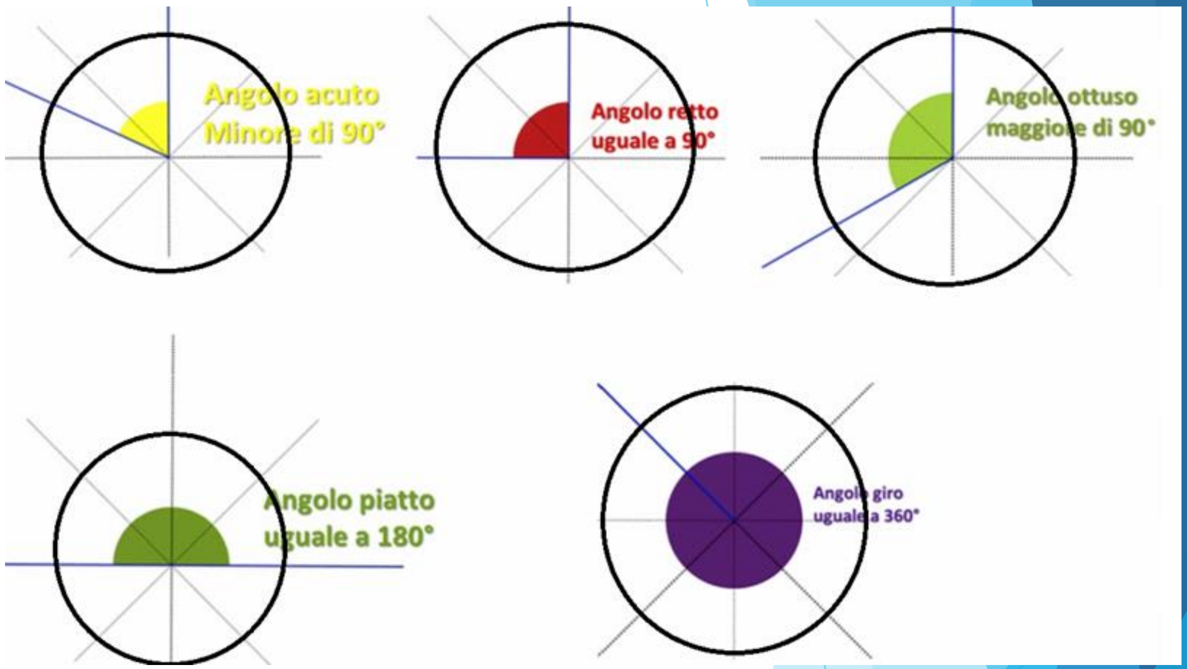
Piegando il cerchio è possibile lavorare:

- sugli angoli <u>complementari,</u> con il quarto di cerchio
- <u>supplementari,</u> con metà cerchio
- <u>esplementari</u> con il cerchio intero





Cerchio → angolo → frazione



angolo giro: cerchio completo

$$\alpha = 360° \rightarrow \frac{1}{1}\ \ di\ 360°$$

angolo piatto: il cerchio viene piegato a metà

$$\alpha = 180° \rightarrow \frac{1}{2}\ \ di\ 360°$$

angolo retto: il cerchio viene piegato a metà e ancora a metà

$$\alpha = 90° \rightarrow \frac{1}{4}\ \ di\ 360°$$

angolo di 60° : il cerchio viene diviso in 6 settori circolari dalle pieghe

$$\alpha = 60° \rightarrow \frac{1}{6}\ \ di\ 360°$$

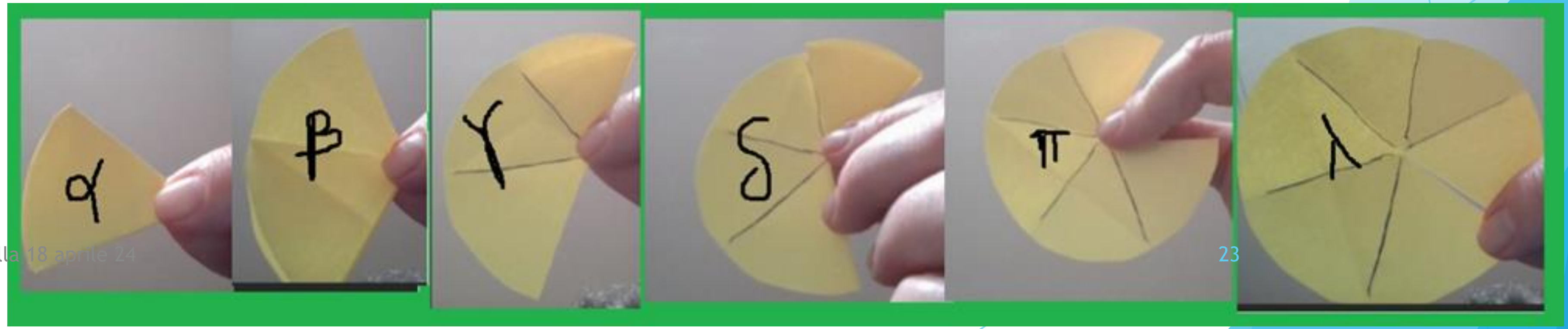
Settori circolari e frazioni usando il cerchio

Da eseguire assieme

Si prende come esempio un cerchio diviso in 6 settori circolari (si potranno poi usare gli ottavi, i dodicesimi…)

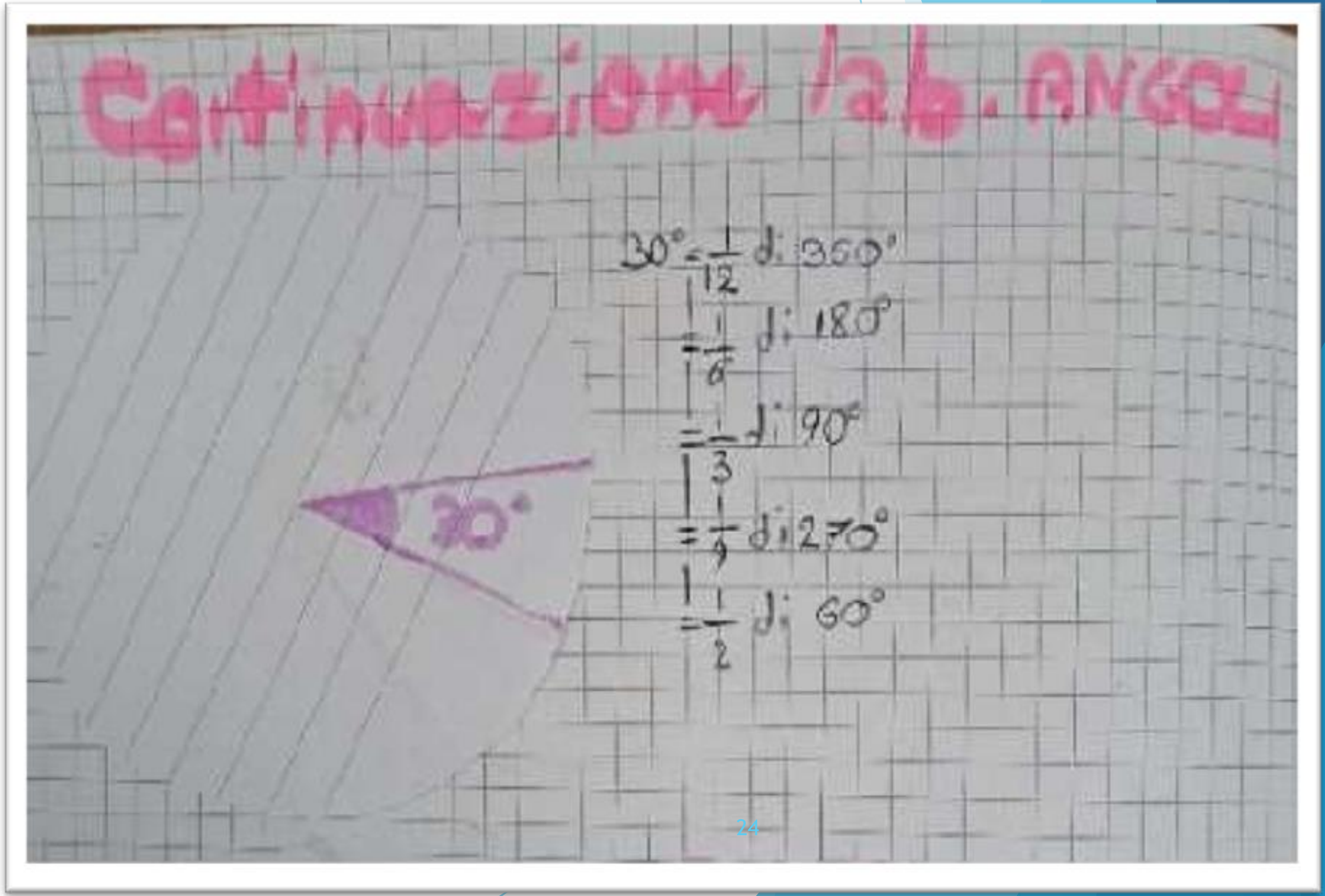
- ✓ **Il cerchio intero rappresenta l'angolo giro è 6/6 di 360°:**
- ✓ Si piega il cerchio per dividerlo in 6 settori circolari
- ✓ Si taglia un raggio e si piegano i settori uno sull'altro
- ✓ **Un settore ha l'angolo α = 60° e questo è 1/6 dell'angolo giro di 360° ;**
- ✓ Due settori rappresentano 2/6 dell'intero cerchio e l'angolo β è 60°+60°
- ✓ Tre ……

Si apre un settore circolare per ciascun passaggio per evidenziare tutte le frazioni dell'intero giro

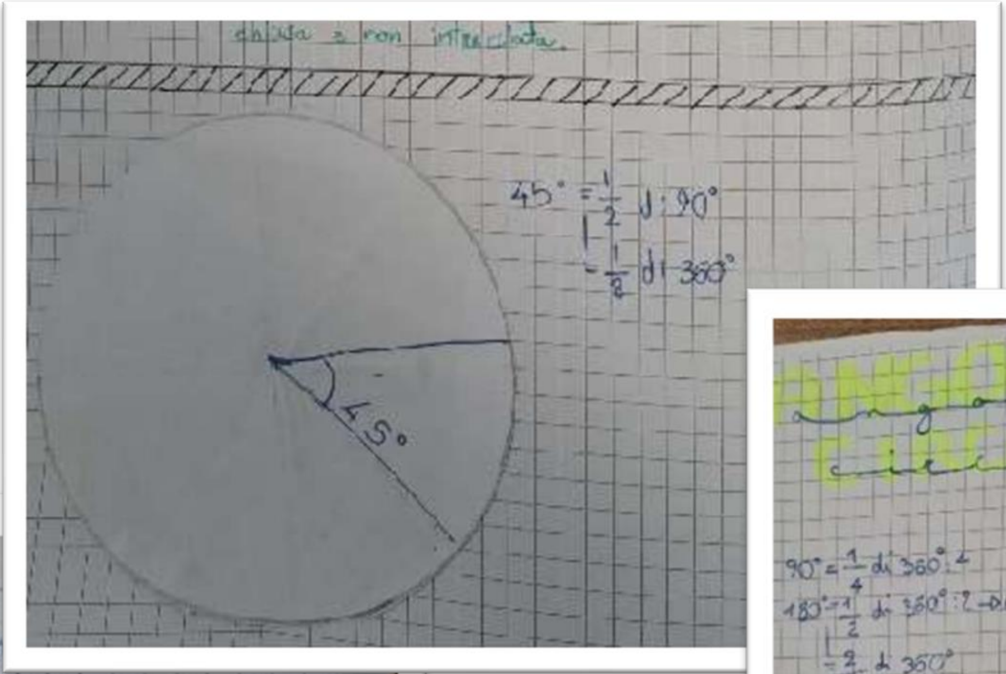


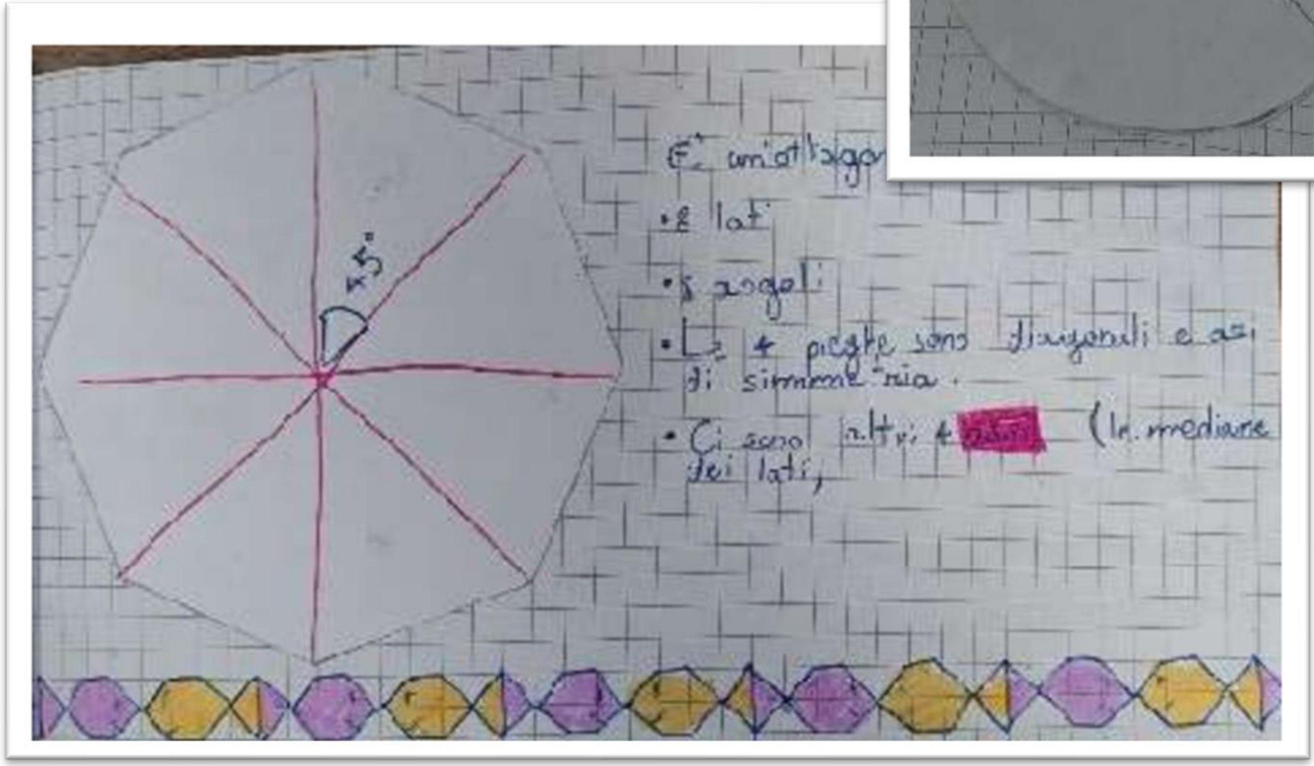
Risultati ottenuti classe I^ scuola Secondaria di Primo Grado di Borgoricco:

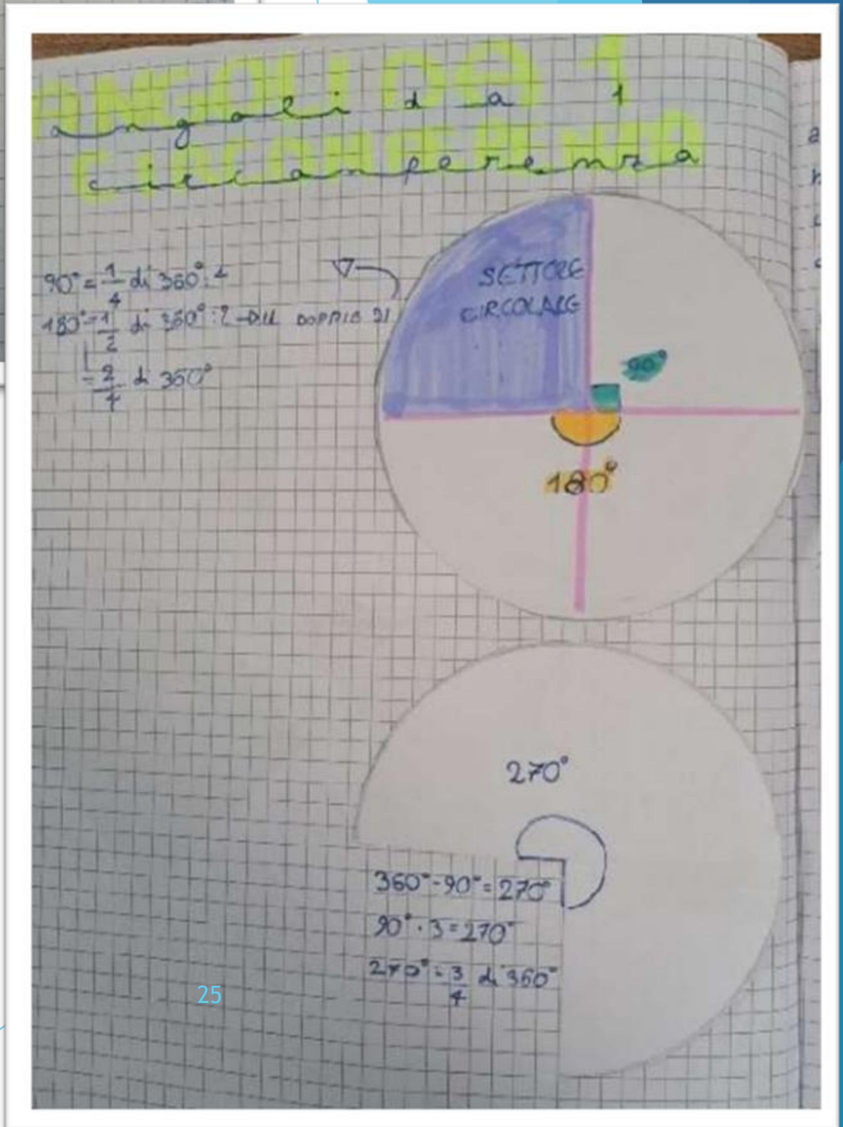
- ✓ I ragazzini hanno <u>partecipato</u> con interesse
- ✓ <u>Anche i più fragili sono riusciti</u> a comprendere l’argomento trattato (ottimo laboratorio dal punto di vista dell’inclusione)
- ✓ <u>Il lessico specifico</u> usato non solo su disegni ma anche per descrivere gli oggetti che i ragazzi hanno potuto toccare e/o costruire, ha aiutato la memorizzazione



*Appunti dei ragazzi IC Borgoricco cls 1^*



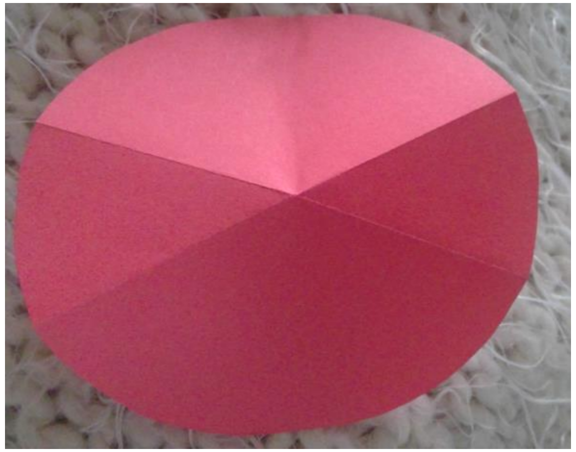




Angoli opposti al vertice

Piegare assieme

- angoli opposti al vertice sono congruenti
- Si piegano due diametri in modo non perpendicolare e poi si portano a confronto gli archi dei due settori circolari
- Si evince che se due archi dello stesso cerchio sono congruenti, anche gli angoli dei due archi sono congruenti.



Il cerchio e le proporzioni

- c = circonferenza; Ac = area del cerchio;
  As = area settore circolare;
- α = angolo del settore; *arco* = arco del settore circolare

se → $arco : c = 1 : 6$

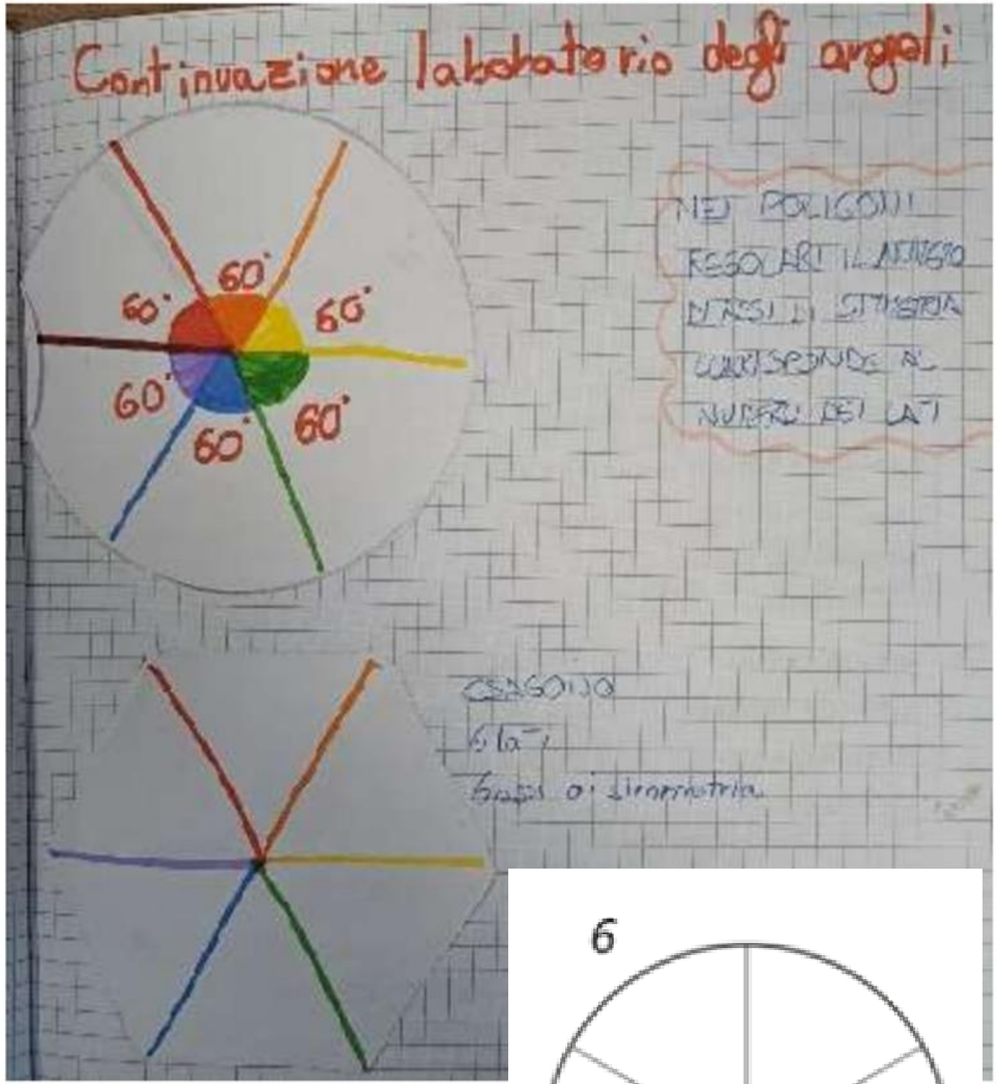
e se → $\alpha : 360° = 1 : 6$

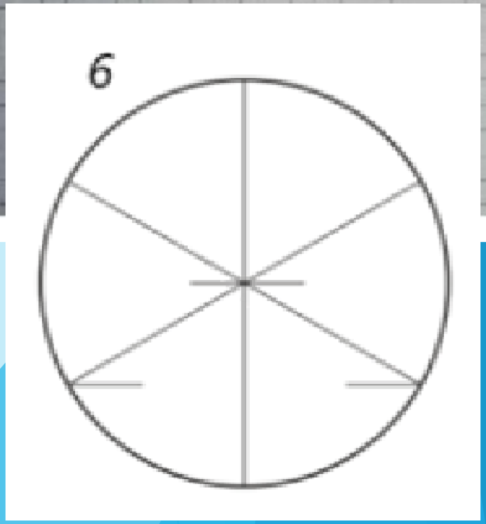
allora → $arco : c = \alpha : 360°$

se → $As : Ac = 1^2 : 6^2$

e se → $arco^2 : c^2 = 1^2 : 6^2$

allora → $As : Ac = arco^2 : c^2$ *oppure* $arco^2 : As = c^2 : Ac$



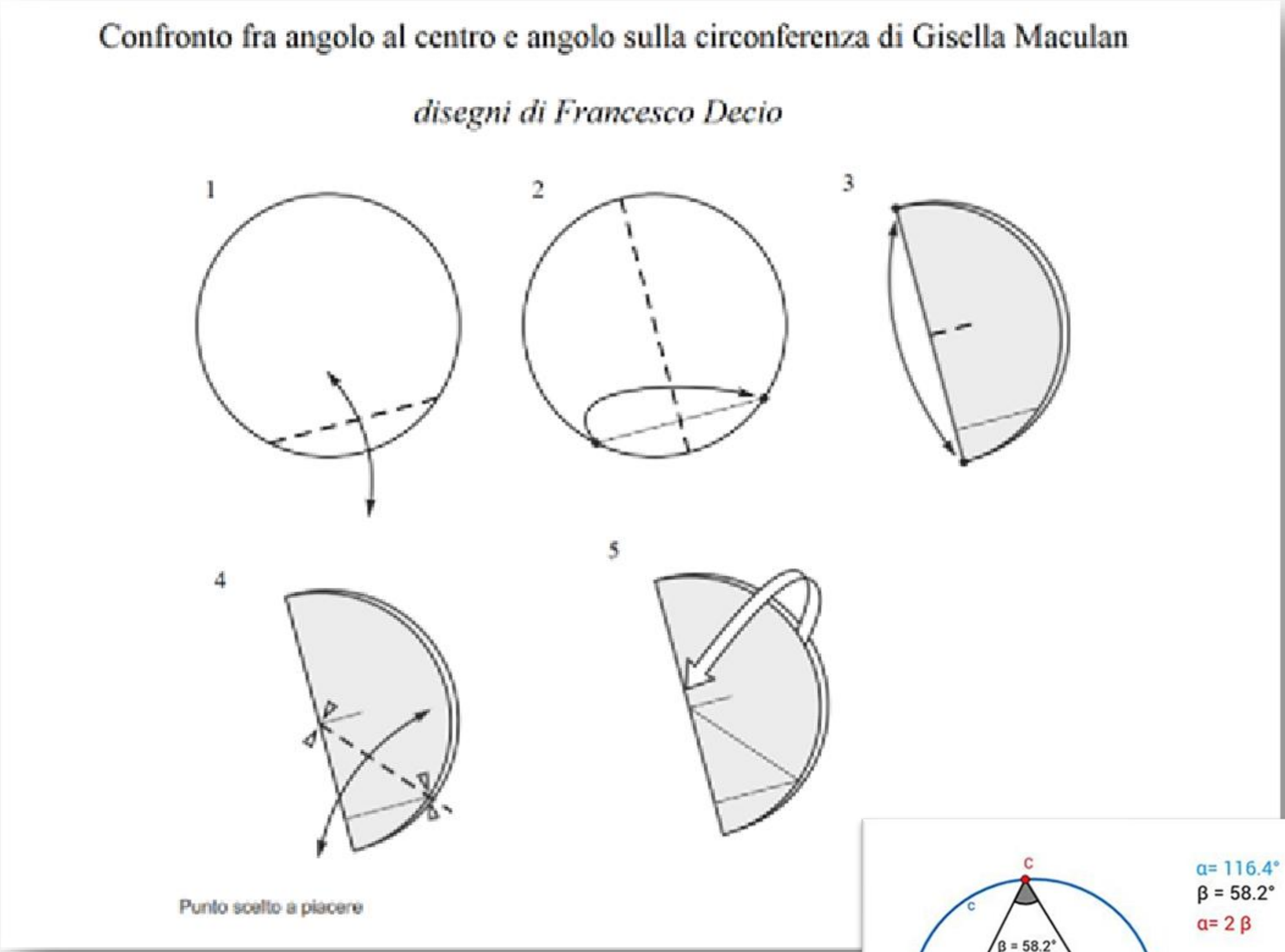


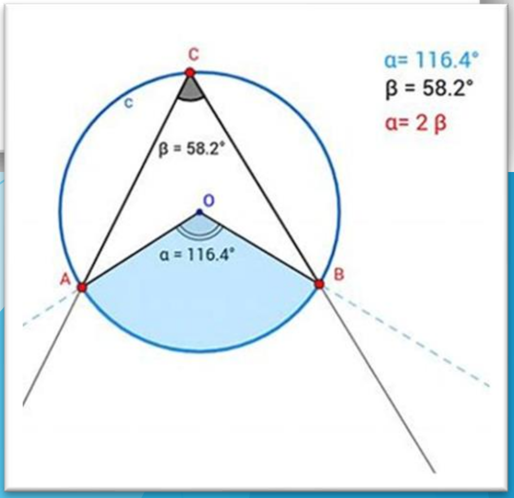
Angolo al centro e sulla circonferenza

piegare assieme

con il cerchio di carta

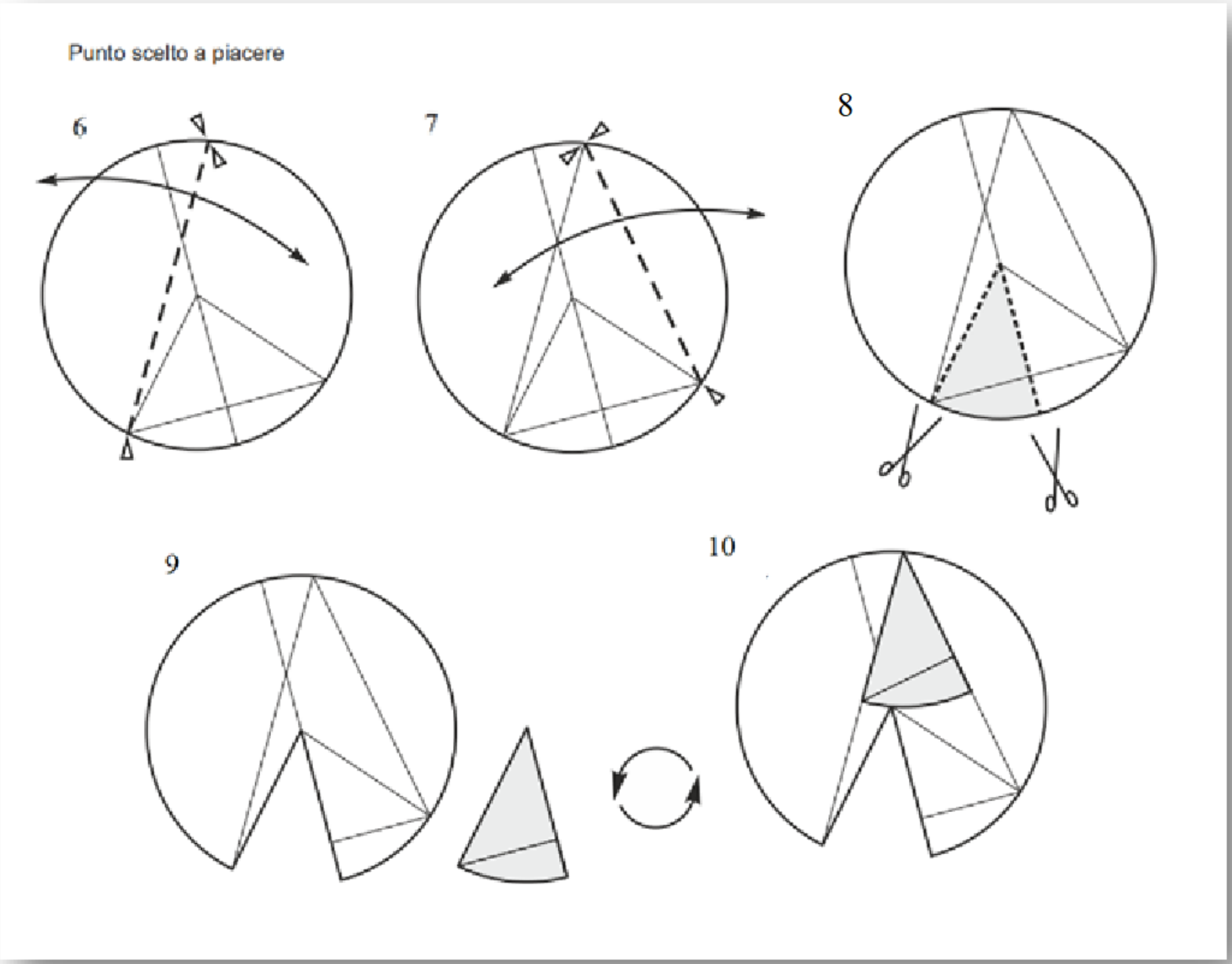
- Piegare una corda a piacere
- Piegare l'asse della corda (diametro)
- Pizzicare il centro del cerchio
- Piegare un angolo con vertice al centro del cerchio e i lati (raggi) che arrivano sugli estremi della corda



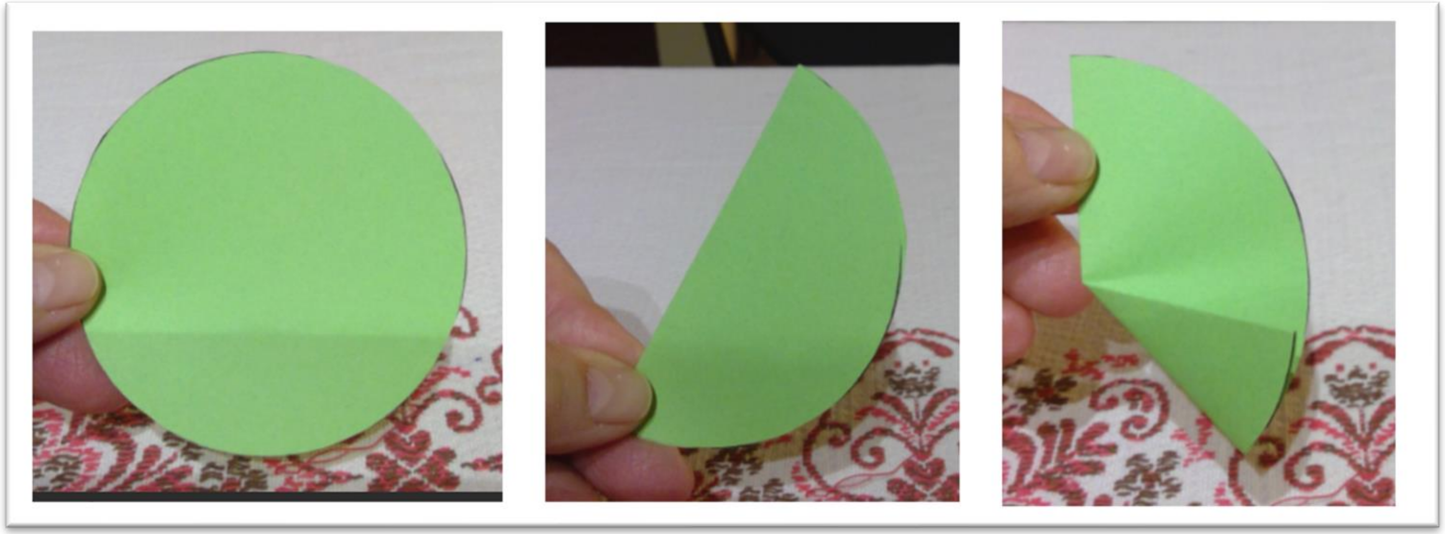


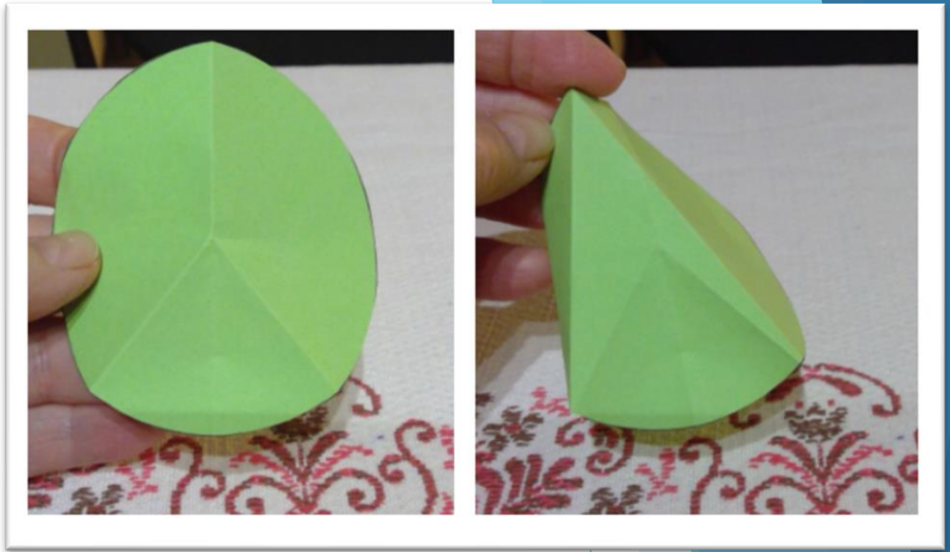
Angolo al centro e sulla circonferenza

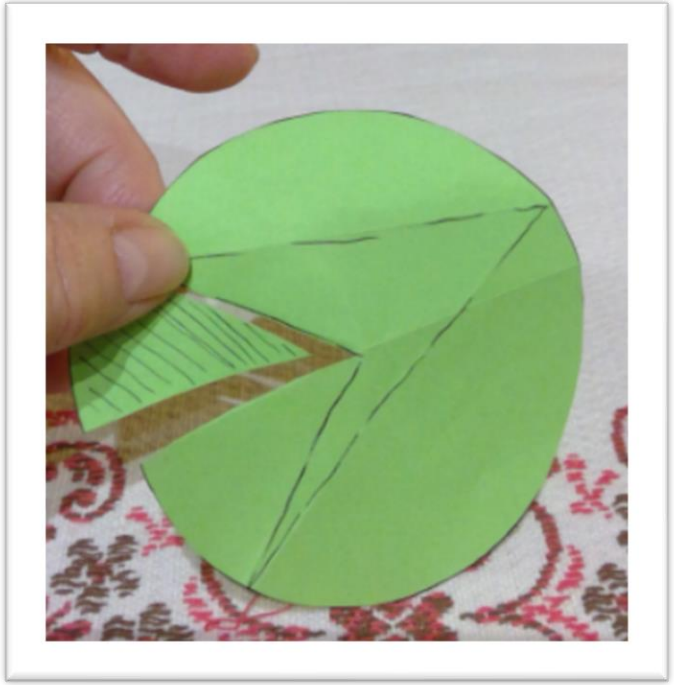
- Scegliere sulla circonferenza un punto a piacere.
- Effettuare due pieghe che uniscono gli estremi della corda e il punto scelto sull'arco maggiore della circonferenza
- Tagliare metà dell'angolo al centro per ottenere un settore circolare
- Sovrapporre l'angolo di questo settore circolare sull'angolo alla circonferenza

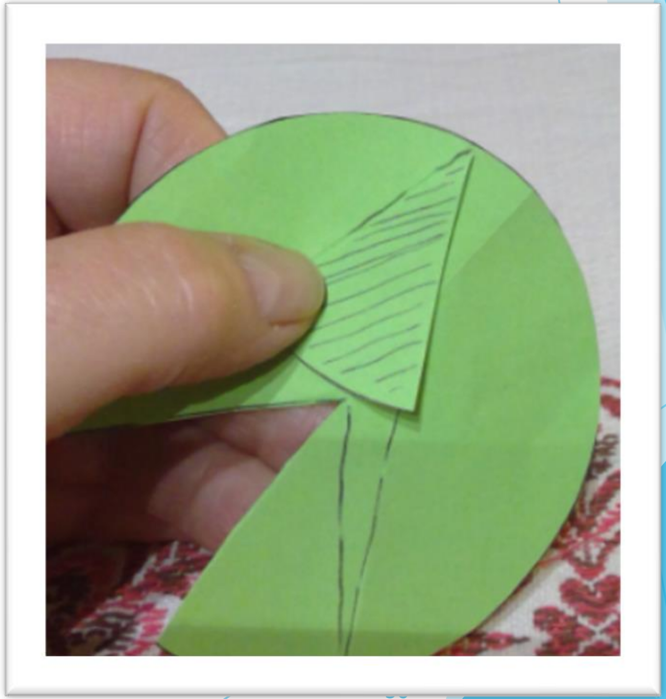


Si dimostra che è giusto la metà



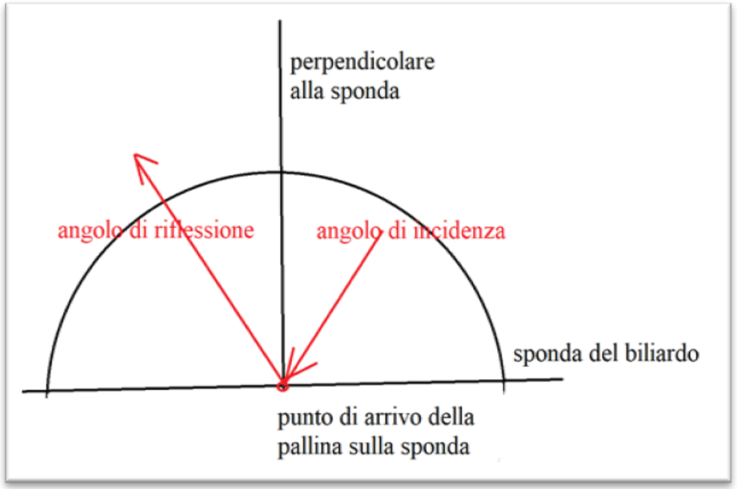




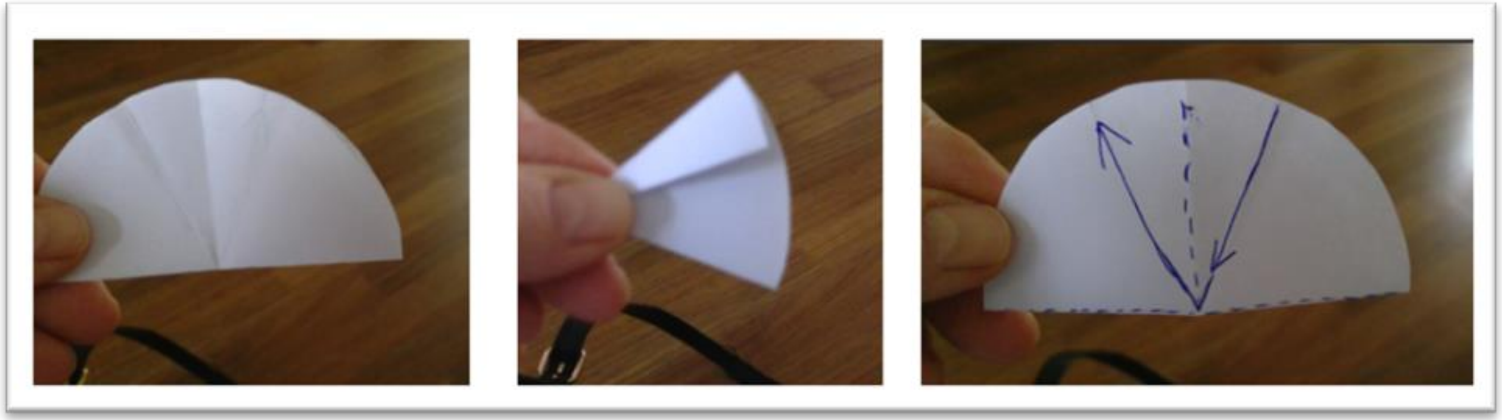


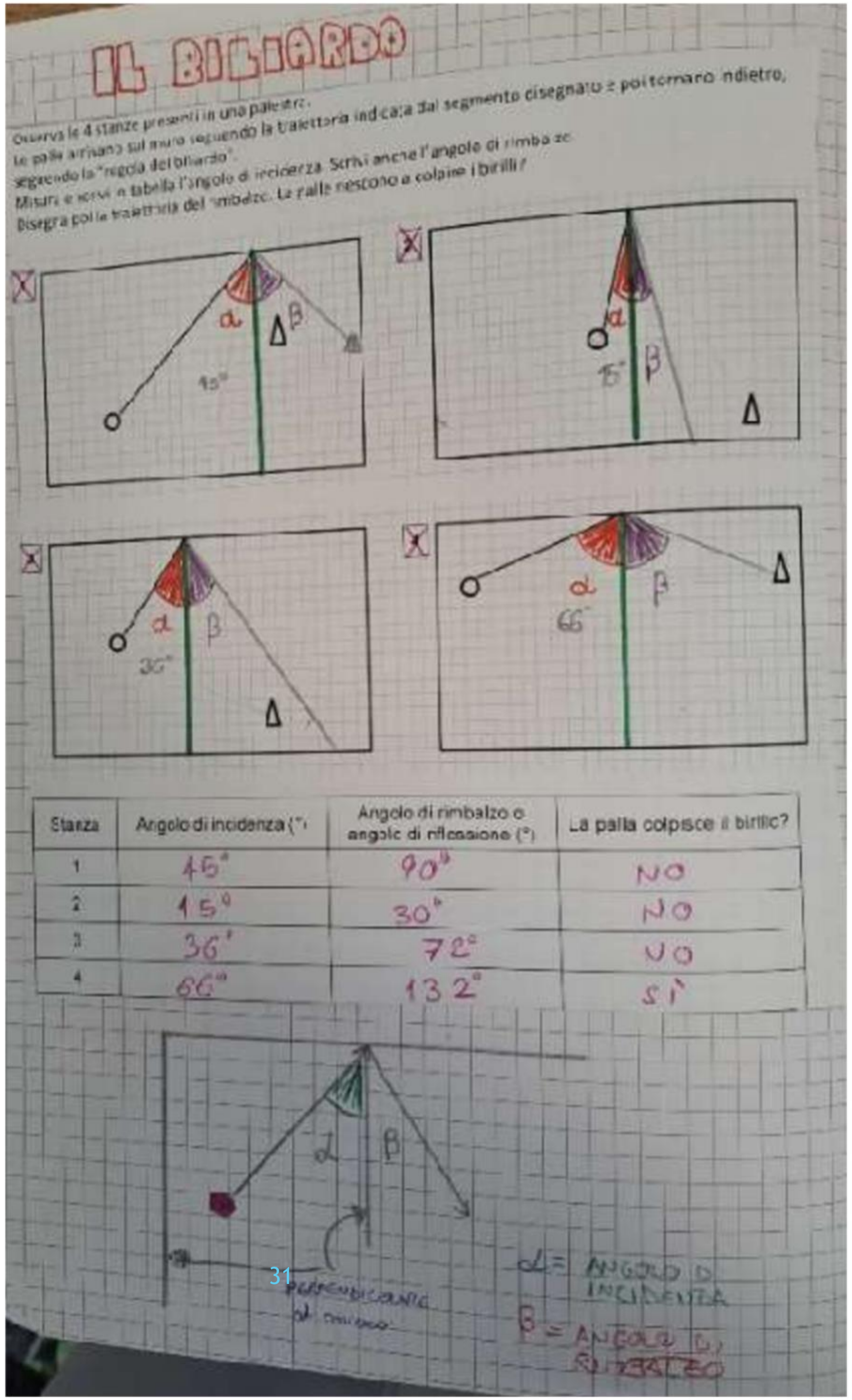
*Approfondimento con i ragazzi dell'IC Borgoricco cls 1^*

<u>il gioco del biliardo </u> con la perpendicolare alla sponda e l'angolo di riflessione rappresenta bene l'importanza degli angoli e piegando il cerchio si comprende bene il significato di bisettrice dell'angolo.



https://www.geogebra.org/classic/zpna9e3q

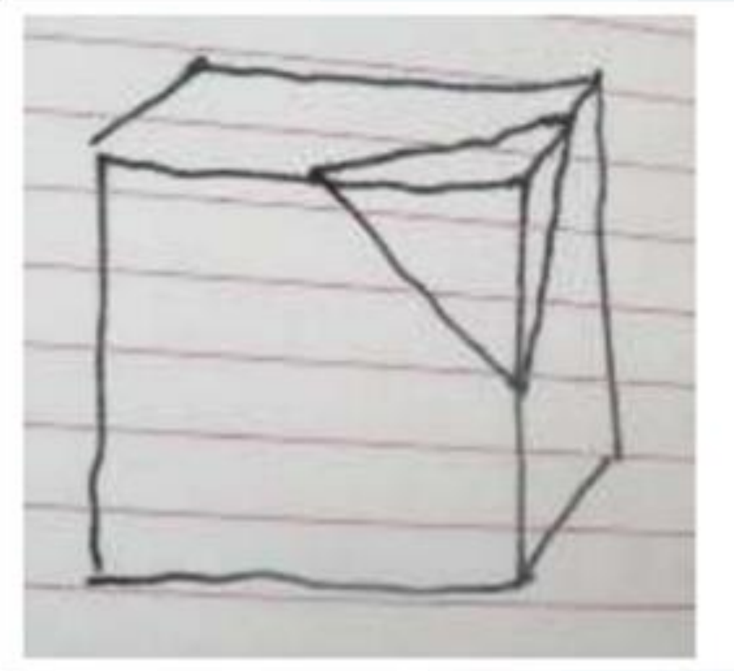


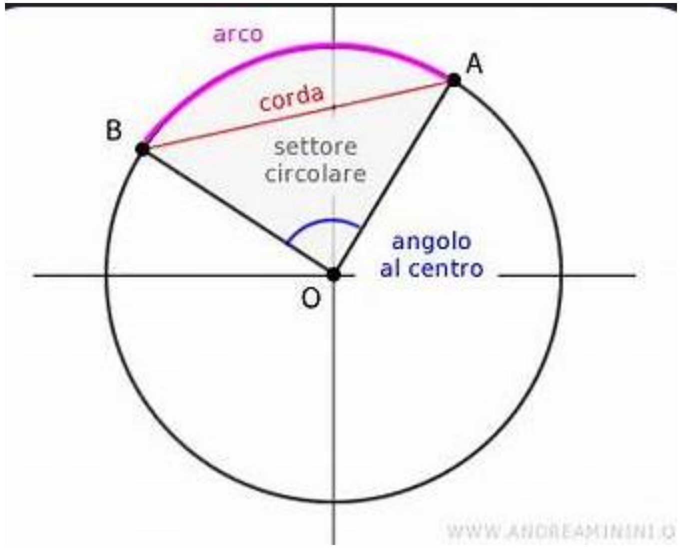


III^ attività
“Il cerchio e la geometria solida”

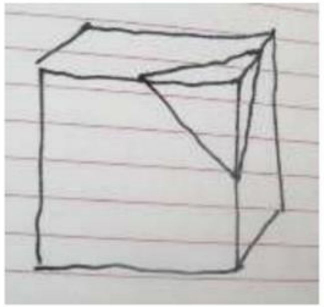
Obiettivi delle attività:

- dal cerchio all’angoloide (triedro), alle piramidi a base triangolare, a base ettagonale o esagonale o pentagonale, …



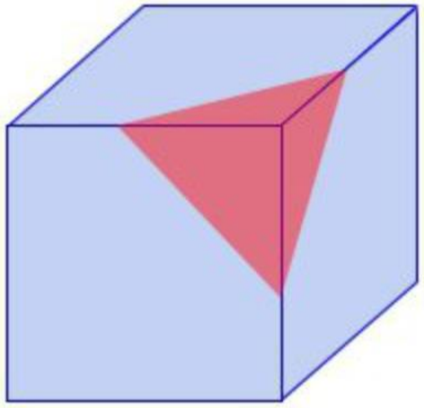


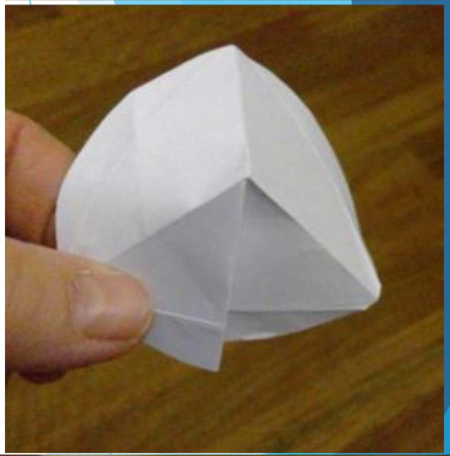
dal cerchio alle piramidi



piramidi a base triangolare, angoloide (triedro),

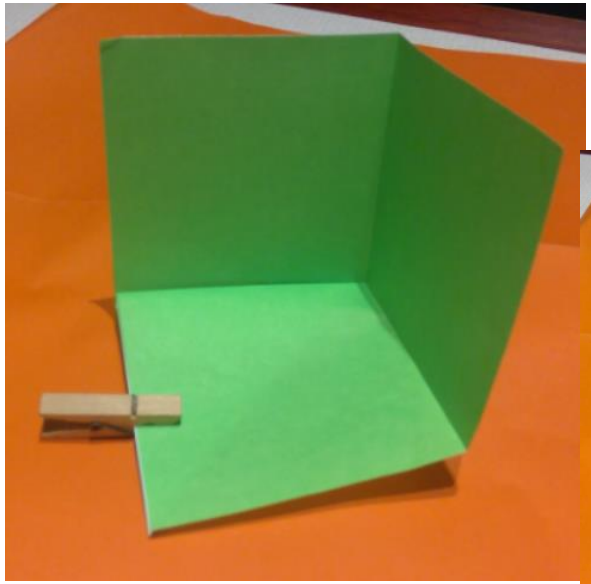
- **triedro**: si segue il diagramma che divide il cerchio in 4 segmenti circolari e poi piegando i segmenti circolari si evidenzia un quadrato
- si piega l'altezza di un solo triangolo in modo da eliminare un settore attraverso la sovrapposizione
- si ottiene un triedro che corrisponde all'angolo di un cubo; la base è un triangolo equilatero





Triedro senza l’uso del cerchio

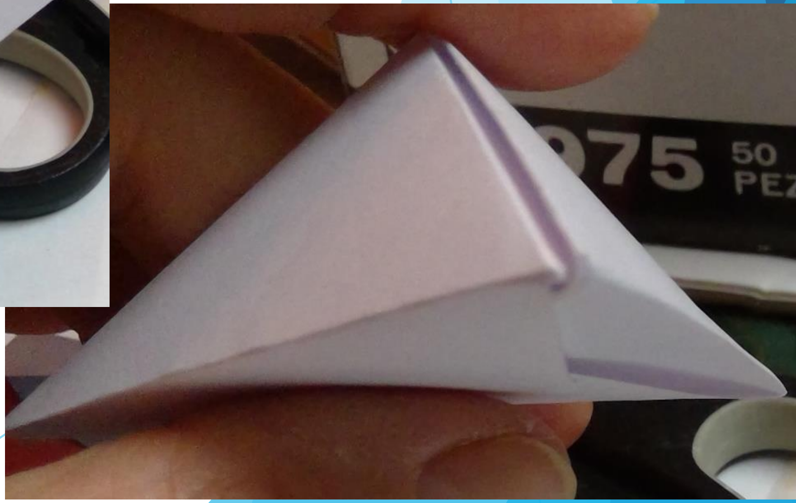
Si parte da un quadrato diviso in 4 parti con l’uso delle pieghe mediane

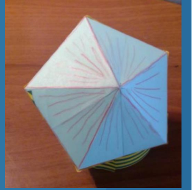


Solo di un quarto di quadrato si piega la diagonale e si sovrappone al quadrato adiacente

Si evidenziano 3 delle 6 facce di un esaedro regolare (cubo)

Piegando il vertice libero di ogni faccia verso il vertice del triedro si riesce ad evidenziare la base triangolare del triedro chiudendo la piramide





Piramidi a partire dal cerchio diviso in 6 parti

Costruire un esagono da un cerchio

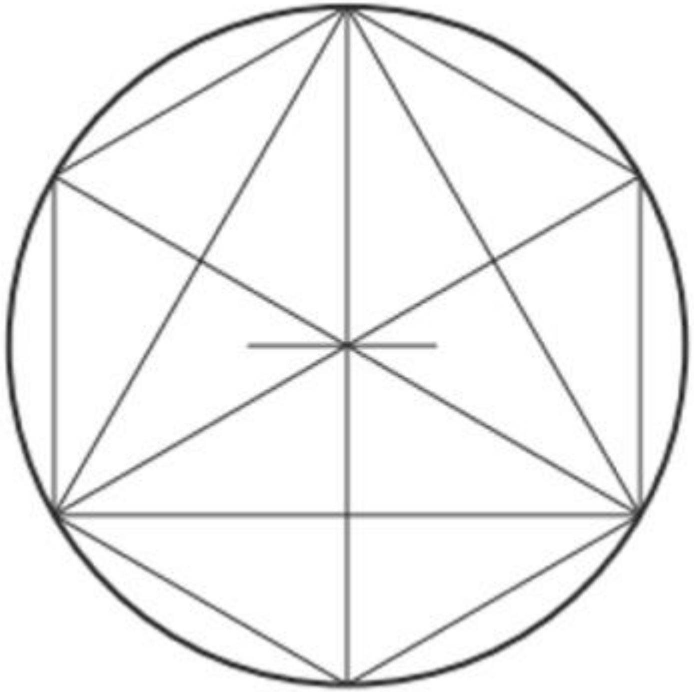
Il <u>cerchio e suddiviso in 6 settori circolari.</u>

Si possono ottenere le seguenti piramidi:

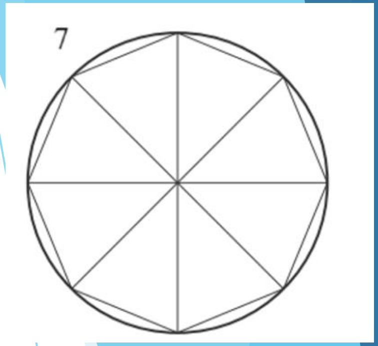
- a base pentagonale, sovrapponendo un solo settore circolare
- a base quadrata, sovrapponendo 2 settori circolari
- a base triangolare sovrapponendo 3 settori circolari

NB tutte le piramidi sono prive di base

7



Piramidi a partire dal cerchio diviso in 8 parti



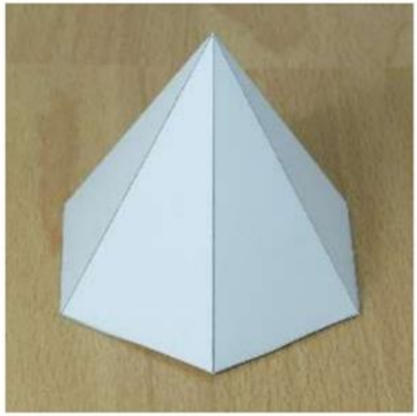
Costruire un ottagono da un cerchio

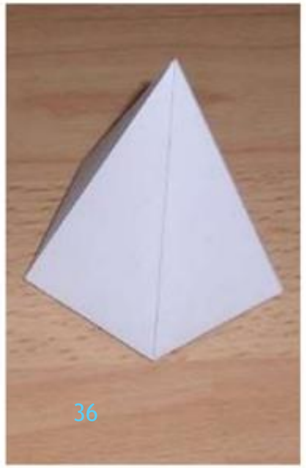
Il <u>cerchio e suddiviso in 8 settori.</u>

Si possono ottenere le seguenti piramidi:

- a base ettagonale, sovrapponendo 1 settore circolare
- a base esagonale, sovrapponendo 2 settori circolari
- a base pentagonale sovrapponendo 3 settori circolari
- a base quadrata sovrapponendo 4 settori circolari
- a base triangolare sovrapponendo 5 settori circolari

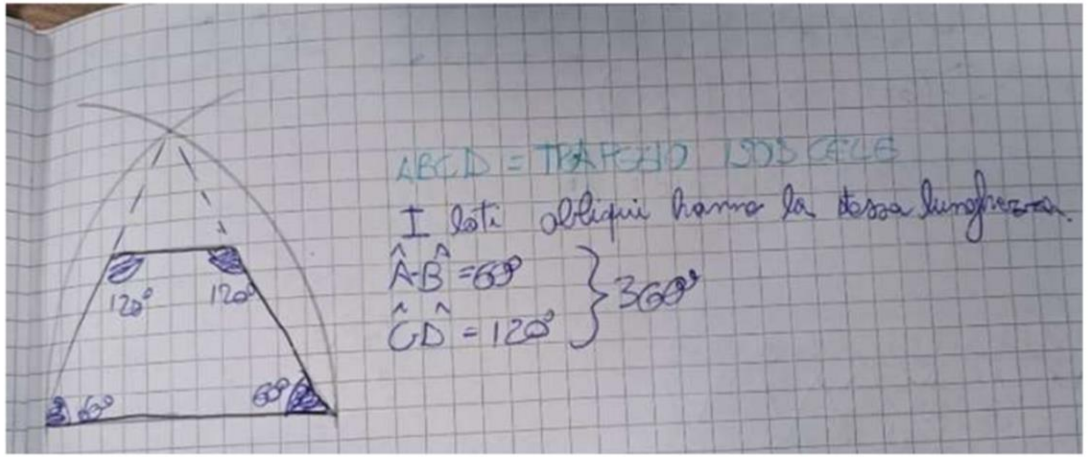
NB tutte le piramidi sono prive di base

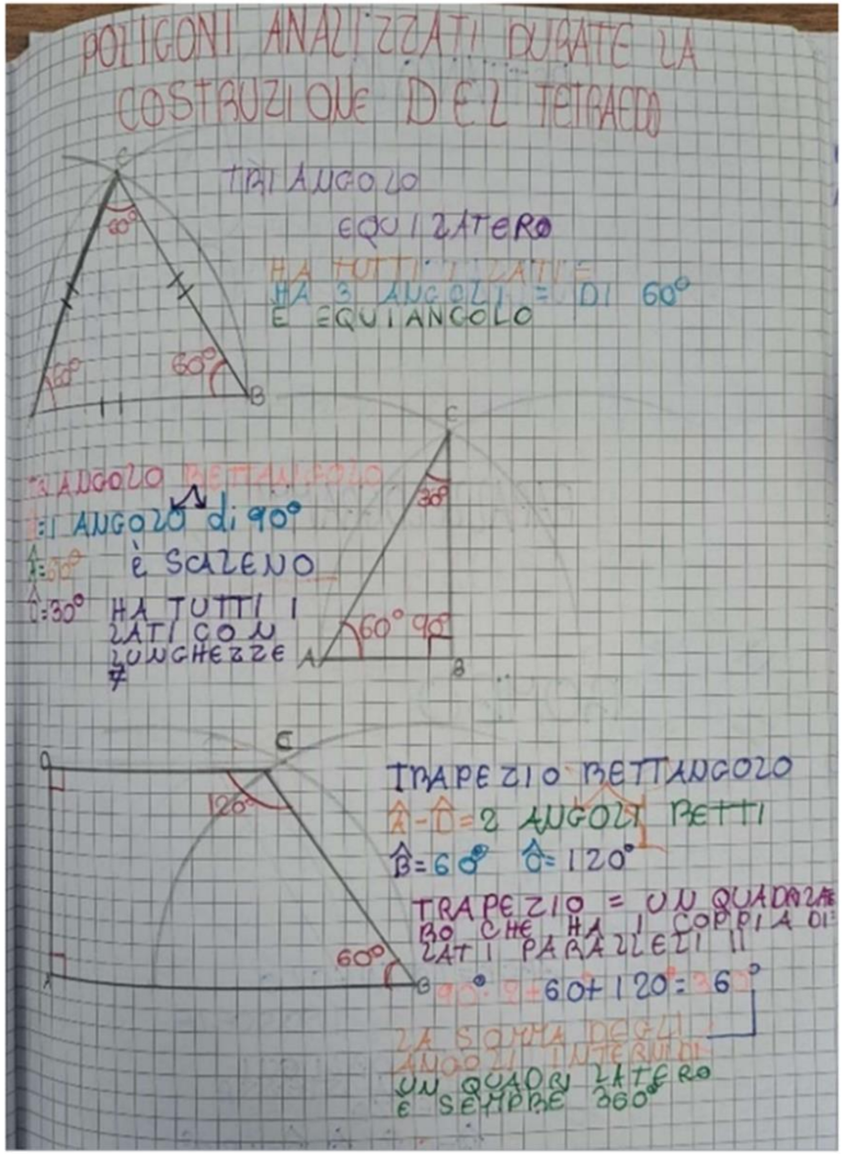




*Appunti dei ragazzi IC Borgoricco cls 1^*

L'importanza dell'uso del compasso e quindi del cerchio





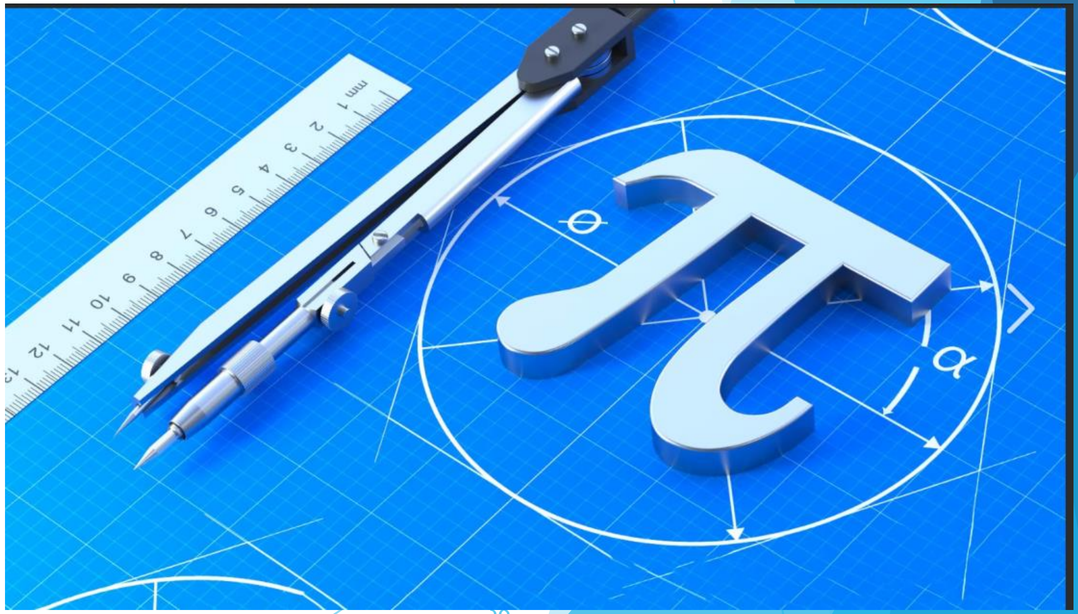
<u>IV^ attività</u>
“circonferenza e geometria analitica”

Obiettivi dell’ attività:

- <u>Dimostrare analiticamente </u>che il rapporto circonferenza – diametro è costante

Destinatari

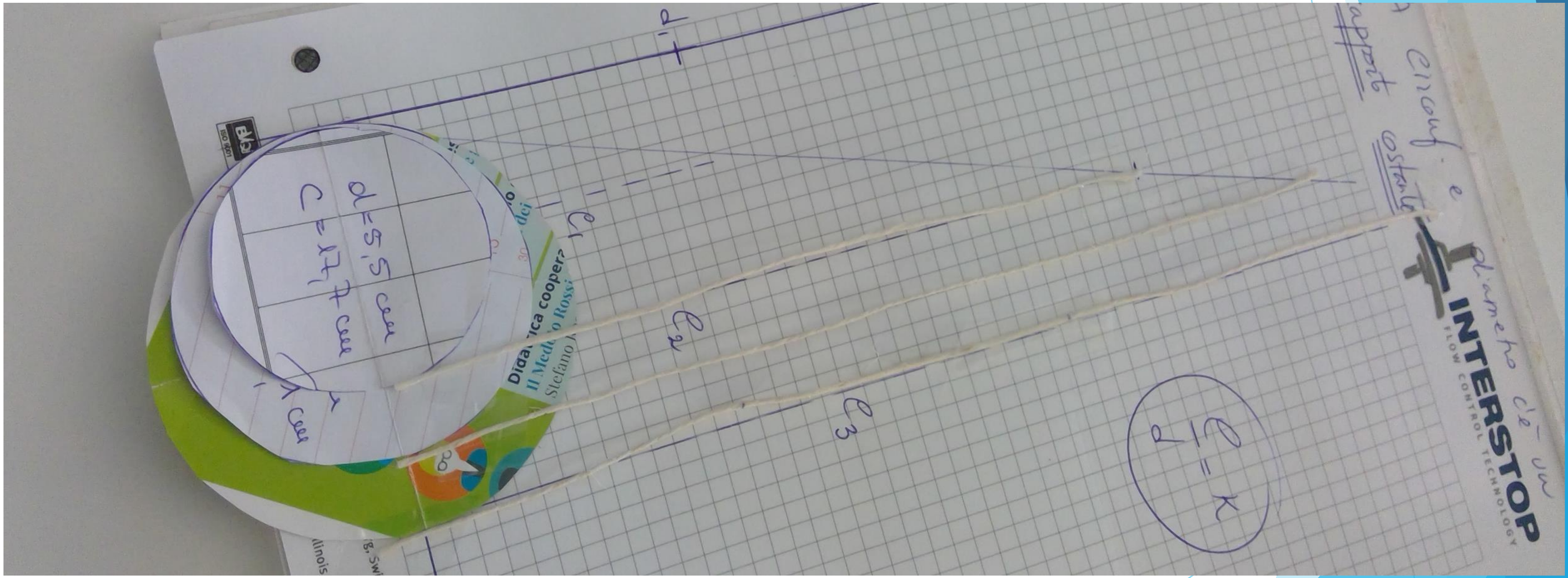
Alunni di seconda e/o terza media



la misura della circonferenza

Come dimostrare che il rapporto circonferenza/diametro è una costante?

La foto lo suggerisce.



La costante π

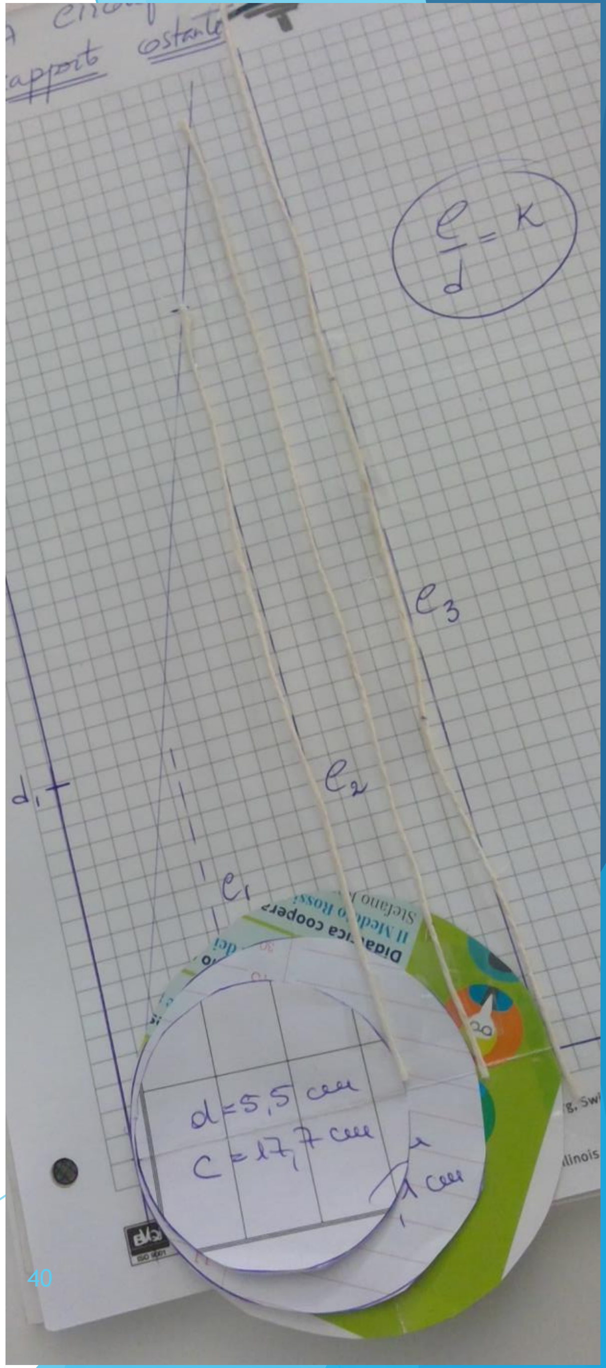
Si preparano cerchi di diverso diametro (2 – 3 – 4 – 5 – 6 - … cm)

- Con spago sottile si <u>misura la circonferenza </u>di ciascun cerchio
- Si costruisce un sistema ortogonale monometrico dove in x si pone la misura del diametro e in y la misura della circonferenza
- Gli spaghi che rappresentano le circonferenze vengono incollati sul grafico partendo dall'asse x
- Si nota che gli spaghi terminano tutti allineati su una retta

y = kx   dove y= circonferenza   x = diametro

k= y : x   ovvero   k = circonferenza : diametro

$$k = \pi = 3,14\ldots$$

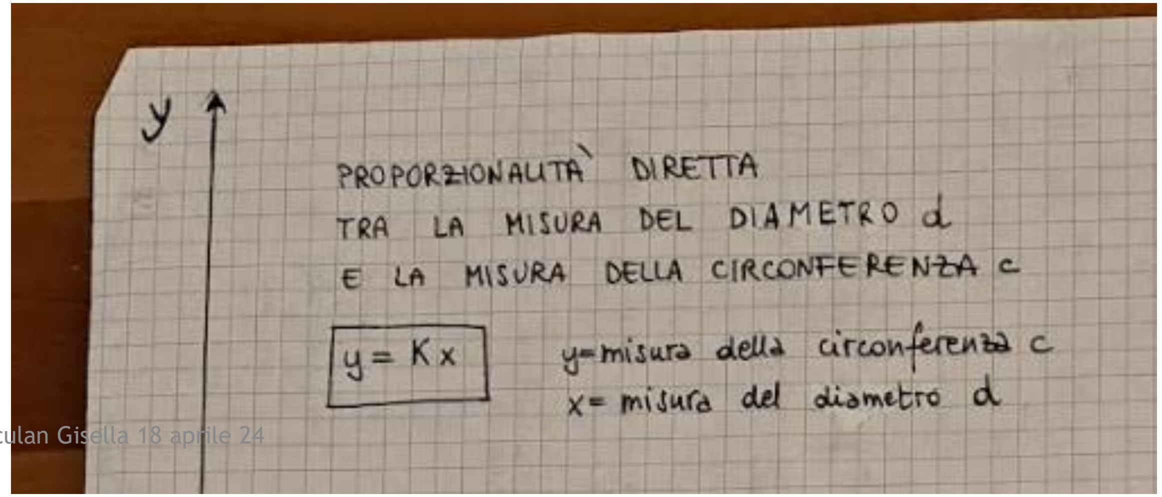


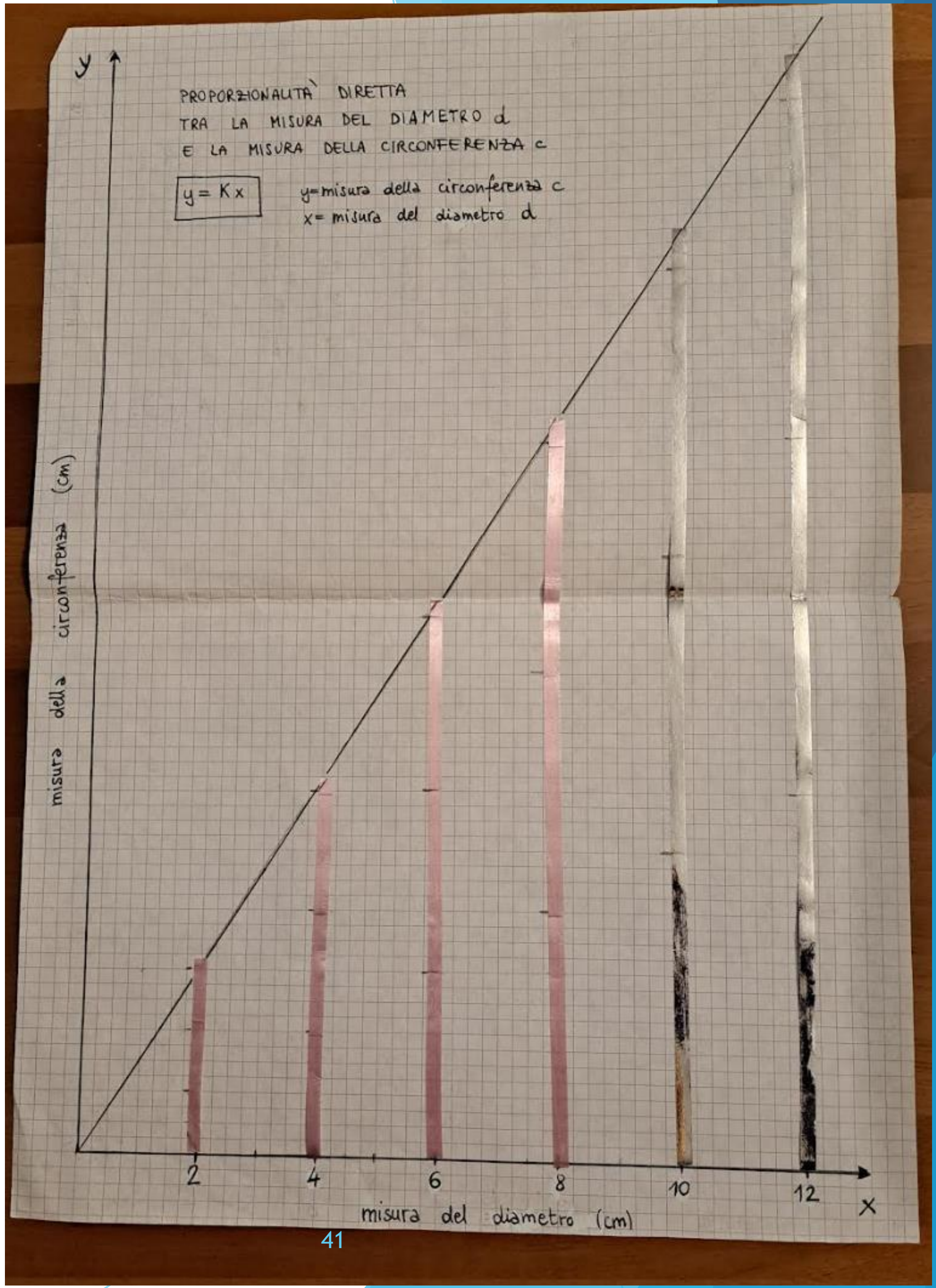
Appunti di una alunna dell’IC di Borgoricco, classe 3^ media.

Le striscioline di carta sono la <u>lunghezza di circonferenza</u> di cerchi di diverso diametro 2 cm, 4 cm, …

Con questo laboratorio gli alunni hanno capito che il <u>coefficiente angolare k corrisponde a pi greco</u>

(negli appunti di una alunna la scala del grafico non è monometrica e non evidenzia π ma comunque rende l’idea della proporzionalità diretta)





Gisella e Chiara ringraziano

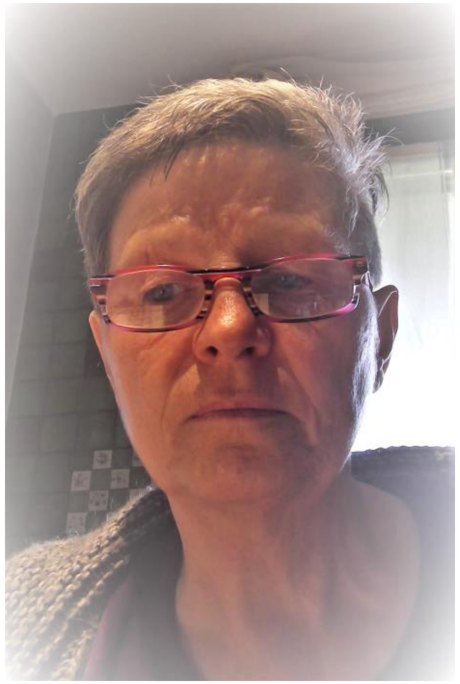
tutti i presenti

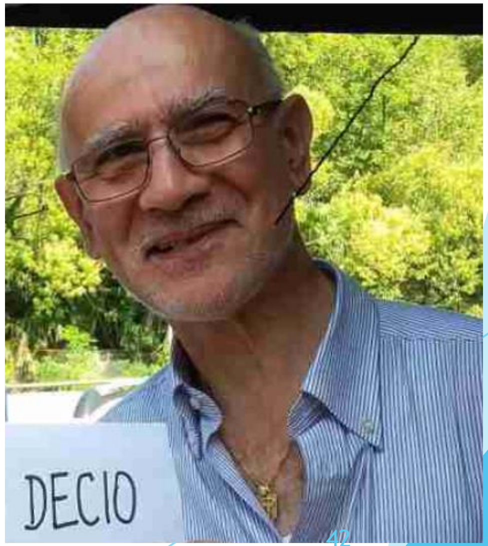
e

in modo particolare ringraziano **Francesco Decio** grande origamista

del CENTRO DIFFUSIONE ORIGAMI che con i suoi diagrammi

rende la piegatura della carta fruibile a molti.





gisella.maculan@gmail.com