|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Titolo*** | ***Livello*** | ***Origine*** | ***Ambito*** |
| 1 | La gattina Kitty  | 3 | 4 |  |  |  |  |  |  | LU | Conteggio di triangoli |
| 2 | La raccolta delle noci I | 3 | 4 |  |  |  |  |  |  | PR+FC | Multipli di un numero naturale |
| 3 | Cibo per tutti! | 3  | 4 | 5 |  |  |  |  |  | SR | Ricerca di percorsi |
| 4 | Piantine di fragole | 3 | 4 | 5 |  |  |  |  |  | ARMT | Scomposizione di un numero in parti di cui due diverse dalle altre |
| 5 | Il gioco dei barattoli | 3 | 4 | 5 |  |  |  |  |  | ARMT | Aritmetica: addizioni |
| 6 | La torta di Lucia |  | 4 | 5 |  |  |  |  |  | GTCP | Proporzionalità nelle ricette |
| 7 | La fattoria degli animali |  |  | 5 | 6 |  |  |  |  | GTNU | Successione di numeri naturali |
| 8 | La pesca dei cigni |  |  | 5 | 6 |  |  |  |  | GTNU | Scomposizione additiva di numeri naturali |
| 9 | Tessere in soffitta |  |  | 5 | 6 |  |  |  |  | GTGP | Numero di quadrati in un rettangolo |
| 10 | La via dei Tigli |  |  |  | 6 | 7 |  |  |  | GTNU | Numerazione |
| 11 | Percorso a tappe |  |  |  | 6 | 7 | 8 |  |  | PR | Proporzionalità |
| 12 | Piramidi di bicchieri |  |  |  | 6 | 7 | 8 |  |  | PU | Numeri triangolari |
| 13 | Un libro appassionante  |  |  |  | 6 | 7 | 8 |  |  | PR | Aritmetica e algebra: equazione di primo grado |
| 14 | Un bel collage |  |  |  |  | 7 | 8 |  |  | GTGP | Geometria, pavimentazione |
| 15 | Invito alla festa |  |  |  |  | 7 | 8 | 9 |  | BL | Velocità di lavoro |
| 16 | Il grattacielo |  |  |  |  | 7 | 8 | 9 | 10 | GTNU | Ricostruzione di una tabella |
| 17 | La lumachina pigra |  |  |  |  |  | 8 | 9 | 10 | PR | Percorso minimo su un cubo |

**1. LA GATTINA KITTY** (Cat. 3, 4)

Giulia si diverte a disegnare la sua gattina Kitty utilizzando solo tratti di linee dritte, formando dei triangoli.



Quanti triangoli si possono vedere in tutto?

Mostrate i triangoli che avete trovato.

Analisi a priori

Compito matematico

Determinare il numero di triangoli che si possono osservare in una figura composta da segmenti, che rappresenta un gatto.

Analisi del compito

- Osservare la figura e rendersi conto che ci sono triangoli “più piccoli” nascosti all'interno di triangoli “più grandi” (testa, zampe e coda) o che dei triangoli “più grandi” sono formati da triangoli “più piccoli”.

- Contare e indicare chiaramente i triangoli trovati, evitando doppioni e senza dimenticanze.

 Ad esempio, iniziare dalle parti più grandi del corpo: 1 corpo, 1 collo, 1 testa e procedere successivamente per tappe:

 1 triangolo per ogni occhio, 3 triangoli per ogni zampa

 3 triangoli “piccoli” per la coda e 1 triangolo “grande” assemblando due triangoli piccoli

- Sommare i triangoli trovati (15 triangoli).

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (15 triangoli) con un inventario chiaro e completo (testo, disegno o colorazione)

3 Risposta corretta con una presentazione poco chiara (ad esempio diversi triangoli non sono chiaramente distinguibili)

 oppure disegni o spiegazioni corrette e dettagliate senza menzionare il numero dei triangoli

2 Risposta corretta senza disegni né spiegazioni

 oppure risposta 14 o 13 triangoli chiaramente distinguibili (testo, disegno o colorazione)

1 Risposta errata (da 8 a 12 triangoli) chiaramente distinguibili (testo, disegno o colorazione)

0 Incomprensione del problema

 oppure individuati meno di 8 triangoli chiaramente identificati

Livello: 3, 4

Origine: Luxembourg

**2. LA RACCOLTA DELLE NOCI I** (Cat. 3, 4)

È la fine dell'estate e Pietro osserva il suo frutteto. Si accorge che le noci cominciano a cadere. Decide allora di andare, ogni sera, a raccogliere tutte le noci cadute durante la giornata.

Il secondo giorno raccoglie il doppio delle noci che ha raccolto il primo giorno.

Il terzo giorno raccoglie il triplo delle noci che ha raccolto il primo giorno.

In questi tre giorni ha raccolto, in tutto, 108 noci.

Quante noci sono state raccolte il terzo giorno?

Mostrate come avete fatto a trovare la risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare tre numeri naturali la cui somma è 108, tali che il secondo e il terzo siano rispettivamente il doppio e il triplo del primo.

Analisi del compito

- Capire che entrambe le relazioni assegnate fanno riferimento alle noci raccolte il primo giorno; quindi, se si conoscesse il numero delle noci raccolte il primo giorno si potrebbe determinare il numero delle noci raccolte nei due giorni successivi.

- Procedere quindi per tentativi: ad esempio se il primo giorno raccogliesse 10 noci, il secondo ne raccoglierebbe 20 e il terzo 30, ma 10 + 20 + 30  = 60 che è troppo poco, se fossero 20 la somma farebbe 120 che è maggiore delle noci raccolte in totale; dunque occorre provare con valori compresi fra 10 e 20 fino a concludere che il primo giorno ha raccolto 18 noci, il secondo 36 e il terzo giorno 54.

Oppure

- Si può limitare il numero di tentativi fissando l’attenzione sulle noci del terzo giorno. Questo numero deve essere un multiplo di 3 e, poiché è il numero maggiore fra i tre numeri, si può partire dai multipli di 3 maggiori di 30 scrivendo la numerazione per 3: 30, 33, 36, 39, 42, … 54, 57, 60.

Oppure per via pre-algebrica

- Rappresentare graficamente con 1 pallino o altro simbolo il numero delle noci raccolte il primo giorno, quelle del secondo giorno verranno rappresentate con 2 simboli, quelle del terzo giorno con 3, riconoscere quindi che la somma è costituita da 6 simboli uguali. Calcolare 108 : 6 = 18 per trovare le noci raccolte il primo giorno e concludere che le noci raccolte il terzo giorno sono 18 × 3 = 54.

Oppure

- Considerare il fatto che il triplo di un numero è la somma del numero e del suo doppio: il numero di noci raccolte il terzo giorno è uguale alla somma del numero delle noci raccolte nei due giorni precedenti. Il numero di noci raccolte il terzo giorno è, dunque, uguale alla metà del numero totale delle noci raccolte. Quindi, calcolando 108 : 2 si trova il numero di noci raccolte il terzo giorno.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (il terzo giorno raccoglie 54 noci) con descrizione chiara del procedimento seguito (per tentativi mostrando almeno due tentativi oltre a quello corretto, oppure procedura pre-algebrica con relativi calcoli)

3 Risposta corretta con descrizione incompleta o poco chiara del procedimento oppure con un solo tentativo oltre a quello corretto

 oppure assenza di risposta ma esplicitazione del numero di noci raccolte in ciascuno dei tre giorni, con procedimento corretto

2 Risposta corretta senza descrizione, ma con verifica in cui sia chiaro quante noci siano state raccolte negli altri due giorni

 oppure risposta errata a causa di un solo errore di calcolo, ma procedimento corretto

1 Risposta corretta senza esplicitazione del procedimento né verifica

 oppure inizio di ricerca corretto

 oppure risposta errata dovuta a più errori di calcolo, ma con un inizio di spiegazione corretta

0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4

Origine: Parma + Franche-Comté

**3. CIBO PER TUTTI!** (Cat. 3, 4, 5)

Francesco vive in una fattoria e ogni giorno deve distribuire il cibo ai suoi animali.

Gli animali sono sistemati in cinque recinti collegati fra loro da sentieri.

Francesco parte dalla sua casa, passa da ogni recinto e dopo ritorna a casa.

Segue i sentieri e non passa mai due volte dallo stesso recinto.



Quanti diversi percorsi può fare?

Descrivete con precisione i possibili percorsi di Francesco.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Elencare tutti i diversi percorsi che partono da un punto e tornano al punto di partenza, collegando i cinque nodi di una rete senza passare due volte per lo stesso.

Analisi del compito

- Rendersi conto che Francesco deve passare da ogni recinto una sola volta, percorrendo i sentieri e partendo dalla casa per ritornarvi alla fine del percorso.

- Trovare un modo per elencare tutte le soluzioni: disegni, elenchi, abbreviazioni, …

- Procedere per tentativi più o meno organizzati.

- Posto O=oca, G=gallina, A=asino, C=coniglio, M=mucca, trovare le 10 soluzioni, perché ognuno dei 5 percorsi può essere seguito in un verso o nell'altro:

 OGAMC, OGCMA, OAGMC, OAMGC, AOGMC, AMCGO, CMAGO, CMGAO, CGMAO, CMGOA.

Attribuzione dei punteggi

4 I 10 percorsi descritti o disegnati in modo chiaro senza errori né doppioni

3 I 10 percorsi descritti o disegnati in modo chiaro con al massimo due errori o doppioni

 oppure 8 o 9 percorsi descritti o disegnati in modo chiaro senza errori né doppioni.

2 Risposta «10 percorsi» senza alcuna descrizione

 oppure 8 o 9 percorsi descritti o disegnati in modo chiaro che includono al massimo due errori o doppioni

 oppure 6 o 7 percorsi descritti o disegnati in modo chiaro senza errori né doppioni

1 6 o 7 percorsi descritti o disegnati in modo chiaro che includono al massimo due errori o doppioni

 oppure 4 o 5 percorsi descritti o disegnati in modo chiaro senza errori né doppioni

0 Meno di 4 percorsi

 oppure incomprensione del problema

Livello: 3, 4 ,5

Origine: Suisse Romande

**4. PIANTINE DI FRAGOLE** (Cat. 3, 4, 5)

Il signore e la signora Rossi hanno comprato 40 piantine di fragole da piantare nel loro orto. Si mettono al lavoro insieme ai loro tre figli: Anna, Berta e Carlo.

Dopo mezz'ora di lavoro, ciascuno di loro ha piantato lo stesso numero di piantine di fragole.

Poi fanno una pausa.

Dopo la pausa, i ragazzi vanno a giocare e i due genitori terminano il lavoro piantando ciascuno altre 10 piantine di fragole.

Quante piantine di fragole ha piantato ogni membro della famiglia?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

Analisi a priori

Compito matematico

Scomporre 40 nella somma di cinque numeri, dei quali tre uguali tra loro e gli altri due che valgono ciascuno 10 in più dei primi tre.

Analisi del compito

- Comprendere la situazione: ci sono cinque membri di una famiglia che in totale piantano 40 piantine di fragole; ciascun genitore pianta10 piantine in più dei figli.

- Fare alcuni tentativi (con o senza disegni, organizzati o meno) a partire dal numero di piantine piantate nella prima mezz’ora da ciascun componente della famiglia: 1, 2, 3…; aggiungere 10 + 10 alla somma e controllare se si arriva a 40:

 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 10 + 10 = 25 no; 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 10 + 10 = 30 no; …; 4 + 4 + 4 +4 + 4 + 10 + 10 =40 sì.

Oppure

- Partire dal totale di 40 piantine, togliere le 20 piantate dai soli genitori, e distribuire il resto tra le 5 persone (addizione, moltiplicazione o divisione per 5).

- Dedurre che nella prima mezz’ora tutti hanno piantato 4 piantine, per un totale di 20 piantine. Dopo la pausa i genitori piantano ancora 10 piantine ciascuno; così sono state piantate 40 piantine in tutto (4 piantine per ciascuno dei tre figli e 14 piantine per ciascuno dei due genitori).

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (4 piantine i figli e 14 piantine i genitori) con una procedura basata su operazioni o tentativi

3 Risposta corretta con descrizione incompleta o solo verifica «4 + 4 + 4 + 14 + 14 = 40»

2 Risposta corretta senza descrizione né verifica

 oppure risposta errata a causa di un errore di calcolo

1 Inizio di ragionamento corretto

0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4, 5

Origine: variante di *È primavera* (22.II.04; Cat. 3-5)

**5. IL GIOCO DEI BARATTOLI** (Cat. 3, 4, 5)

Alla festa del paese c'è un gioco in cui si lanciano delle palle per colpire dei barattoli, numerati da 1 a 10 e disposti a piramide, come mostra la figura.



Quando un barattolo viene colpito, cade. E, quando un barattolo cade, cadono anche tutti i barattoli che si trovano sopra. Si sommano tutti i numeri dei barattoli caduti e si ottiene il punteggio del giocatore che ha tirato la palla. Si ricostruisce poi la piramide disponendo i barattoli nello stesso modo e il gioco ricomincia.

Giulia, Marco, Ortensia e Biagio lanciano una palla ciascuno.

Giulia ottiene 20 punti colpendo il barattolo numero 8 (che cade insieme ai barattoli numero 6, numero 4 e numero 2).

Marco ottiene 15 punti colpendo il barattolo numero 9 (che cade con i barattoli numero 4 e numero 2).

Ortensia ha ottenuto 10 punti più di Biagio.

Quale potrebbe essere il numero del barattolo che Ortensia ha colpito con la sua palla?

Quale potrebbe essere il numero del barattolo che Biagio ha colpito con la sua palla?

Mostrate come li avete trovati.

Analisi a priori

Compito matematico

Trovare, seguendo le regole di un gioco, due somme di numeri da 1 a 10 tali che una valga 10 più dell’altra.

Analisi del compito

- Osservare gli esempi e comprendere come cadono i barattoli: quello che viene colpito trascina nella caduta non solo quello che è immediatamente sopra, ma anche quello che è appoggiato su questo e così via.

- Procedere per tentativi più o meno organizzati per trovare la soluzione. I barattoli 4 e 6 se colpiti fanno cadere solo il 2 e si ottengono le somme 6 e 8. Per i barattoli 8 e 9 si conosce già la somma. Con i barattoli che restano da colpire si ottengono le seguenti somme:

**7**+ 9 + 4 + 2 = 22

**3**+ 9 + 8 + 4 + 6 + 2 = 32

**10**+ 8 + 5 + 4 + 6 + 2 = 35

**1**+ 5 + 6 + 2 = 14

**5**+ 6 + 2 = 13

- Osservare, dai calcoli fatti, che solo colpendo i barattoli numero 7 e numero 3 si ottengono punteggi la cui differenza è 10 (32 – 22 = 10). Quindi, Biagio colpisce il barattolo numero 7 e Ortensia il barattolo numero 3.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (Biagio colpisce il barattolo 7 e Ortensia il barattolo 3) con spiegazioni chiare e complete, cioè il calcolo delle somme ottenute dalla caduta di tutti i barattoli

3 Risposta corretta, ma manca la somma relativa a uno o due barattoli colpiti

2 Risposta corretta senza spiegazione

 oppure risposta errata dovuta ad un errore di calcolo, ma calcolate tutte le somme

 oppure risposta “Biagio ha ottenuto 22 punti e Ortensia 32 punti”

1 Risposta errata dovuta ad un errore di calcolo, ma senza il calcolo di tutte le somme

 oppure inizio di ricerca coerente che metta in evidenza che il testo è stato compreso

0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4, 5

Origine: rielaborazione di *La noce à Thomas* (03.F.01; cat 3-5)

**6. LA TORTA DI LUCIA** (Cat. 4, 5)

Oggi Lucia vuole preparare una torta con la ricetta della nonna:

6 uova,

450 g di farina,

150 g di zucchero,

120 g di burro,

3 dl di latte.

Si accorge però che ha solamente 2 uova e che per realizzare la sua torta dovrà dunque adattare la quantità degli altri ingredienti.

Quanta farina, quanto zucchero, quanto burro e quanto latte dovrà utilizzare Lucia per adattare la ricetta?

Spiegate come avete trovato la risposta.

Analisi a priori

Compito matematico

Assegnata una ricetta e modificata la quantità di un ingrediente, determinare la quantità corretta degli altri ingredienti.

Analisi del compito

- Comprendere che la situazione mette in relazione diverse grandezze: numero di uova e quantità di farina, zucchero, burro e latte.

- Comprendere che la rispettiva quantità degli ingredienti deve essere diminuita in modo proporzionale al numero delle uova che Lucia ha a disposizione.

- Rendersi conto che 2 uova sono un terzo della quantità della ricetta base e che quindi si deve usare un terzo anche degli altri ingredienti: quindi per la farina 450 : 3 = 150 (in grammi), per lo zucchero 150 : 3 = 50, per il burro 120 : 3 = 40, per il latte 3 : 3 = 1 (in decilitri)

- Le dosi con le quale si può fare la torta come quella della nonna con 2 uova sono: 150 g di farina, 50 g di zucchero, 40 g di burro e un decilitro di latte.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (50 g di zucchero,150 g di farina, 40 g di burro e 1 dl di latte) con calcoli e spiegazioni chiare e complete

3 Risposta corretta, ma spiegazione poco chiara o parziale e calcoli incompleti (ad esempio indicato il procedimento o i calcoli di solo due o tre ingredienti)

2 Risposta corretta, ma senza calcoli né spiegazioni

 oppure risposta corretta solo per due o tre ingredienti

1 Inizio di ragionamento corretto

0 Incomprensione del problema

Livello: 4, 5

Origine: Gruppo Calcolo e proporzionalità

**7. LA FATTORIA DEGLI ANIMALI** (Cat. 5, 6)

Nella sua fattoria un agricoltore ha 200 animali di cinque specie differenti: mucche, cavalli, pecore, galline e anatre.

Il numero dei cavalli supera di 4 quello delle mucche.

Il numero delle pecore supera di 5 quello dei cavalli.

Il numero delle anatre supera di 6 quello delle pecore.

Il numero delle galline supera di 12 quello delle anatre.

Quanti sono gli animali di ciascuna specie nella fattoria?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

Analisi a priori

Compito matematico

Ricerca del primo numero di una successione di cinque termini che aumentano di una quantità non costante e dei quali si conosce la somma.

Analisi del compito

- Comprendere la situazione problematica:

- gli animali sono di cinque specie

- i numeri di ciascuna specie sono in relazione fra loro, sono tutti diversi e le mucche sono in numero minore

- la successione dei numeri degli animali di ciascuna specie è indicata nel testo in ordine crescente.

- Procedere per tentativi fissando, per esempio, il numero delle mucche e calcolando, di conseguenza, i numeri degli altri animali; confrontare la somma dei cinque numeri ottenuti con il totale (200) degli animali della fattoria fino a trovare la successione corretta.

 Nel corso di questa procedura possono essere scoperte delle regolarità, per esempio se si aumenta di una unità il numero delle mucche, la somma della successione aumenta di 5, di conseguenza si può accelerare la ricerca considerando la distanza dal totale.

Oppure

- Comprendere che le pecore sono 9 in più delle mucche (4 + 5), le anatre sono 15 in più delle mucche (9 + 6), le galline sono 27 in più delle mucche (15 + 12); sommare tutti questi numeri 4 + 9 + 15 + 27 = 55 e calcolare (200 – 55) : 5 = 29 che è il numero delle mucche; calcolare poi il numero degli altri tipi di animali, 33 i cavalli (29 + 4), 38 le pecore (29 + 9), 44 le anatre (29 + 15) e 56 le galline (29 + 27).

Oppure

- Procedere stimando il valor medio, 40 (200 : 5) dei numeri della successione, attribuirlo al numero delle pecore, che si trovano in posizione centrale, e aggiustare il “tiro” tenendo conto dei vincoli.

Oppure con una procedura pre-algebrica:

- Rappresentare graficamente con un pallino, un segmento o altro simbolo il numero delle mucche ed esprimere le quattro relazioni attraverso quel simbolo, riconoscendo che la somma di tutti gli animali è uguale alla somma di cinque volte quel simbolo con 55 (di fatto all’equazione 5n + 55 = 200).

- Concludere che il numero delle mucche è 29.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (29 mucche, 33 cavalli, 38 pecore, 44 anatre e 56 galline) con descrizione del procedimento seguito

3 Risposta corretta, ma con descrizione poco chiara o incompleta del procedimento seguito

 oppure indicato correttamente con descrizione chiara il numero delle mucche e calcolati correttamente gli altri numeri, ma confusione nell’attribuzione dei numeri agli altri animali

2 Risposta corretta senza descrizione della procedura

 oppure indicato correttamente solo il numero delle mucche

 oppure risposta errata per un errore di calcolo, ma procedimento corretto

1 Inizio di ragionamento corretto

0 Incomprensione del problema

Livello: 5, 6

Origine: Gruppo numerazione

**8. LA PESCA DEI CIGNI** (Cat. 5, 6)

Al luna park *Transalpino* Luca e Anna giocano alla pesca dei cigni.

Nella vasca ci sono 50 cigni numerati da 1 a 50.

La regola del gioco è la seguente: pescare 8 cigni e sommare i numeri.

Luca gioca per primo e ottiene 36.

Anna gioca per seconda e ottiene 56.

Luca dice: «Hai fatto tanti punti più di me, eppure abbiamo pescato molti cigni con lo stesso numero»

Anna risponde: «Sì abbiamo sei numeri uguali, ma io ho i numeri 11 e 15 e tu ne hai altri due.»

Quali possono essere i numeri dei due cigni pescati da Luca che sono diversi da quelli di Anna?

Scrivete tutte le possibilità e mostrate come le avete trovate.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare otto numeri naturali diversi fra loro aventi per somma 36 e sapendo che sei di loro insieme ai numeri 11 e 15 hanno per somma 56.

Analisi del compito

- Per appropriarsi della situazione, utilizzare tutti i vincoli dettati al testo del problema, anche quelli non espliciti:

- i cigni sono 50 ed utilizzano tutti i numeri da 1 a 50;

- i cigni pescati vanno rimessi in vasca tutti dopo il turno di ogni giocatore;

- ogni giocatore pesca 8 cigni.

- Riconoscere che la somma 36 si ottiene solo con i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

- Comprendere che l’altra somma 56 si ottiene attraverso l’addizione di 8 numeri, di cui due sono 11 e 15 e gli altri sei sono da scegliere fra i numeri compresi tra 1 e 8.

- Constatare che la differenza fra le due somme totali è di 20 (= 56 – 36) e che la somma dei due nuovi cigni è 26 (= 11 + 15), pertanto la somma dei cigni sostituiti è 6 (= 26 – 20) oppure considerare la differenza 30 (= 56 – 26) fra il punteggio totale e la somma dei numeri 11 e 15 dei cigni pescati da Anna. Tale differenza è proprio uguale alla somma dei sei numeri pescati sia da Anna sia da Luca e quindi 6 (= 36 – 30) è la somma dei numeri dei cigni pescati da Luca e non da Anna.

- Considerare le coppie dei numeri naturali differenti e maggiori di zero la cui somma è 6, (0 ; 6) (3 ; 3) non sono accettabili. e dedurre che le uniche coppie possibili sono: (1;5) (2;4).

- Dedurre che i cigni diversi pescati da Luca sono il numero 1 e il numero 5 oppure il numero 2 e il numero 4.

Oppure:

- Procedere per tentativi più o meno organizzati.

Attribuzione dei punteggi

4 Rispostacorretta (le coppie (1;5) (2;4)) con spiegazione dettagliata del procedimento seguito

3 Risposta corretta e completa con spiegazione poco chiara o incompleta

2 Risposta corretta senza spiegazione

 oppure una sola coppia con spiegazioni chiare

 oppure spiegazione corretta, ma risposta errata per errori di calcolo

1 Una sola coppia senza spiegazione

 oppure inizio di procedimento corretto, per esempio, che 36 è la somma dei primi otto numeri naturali

 oppure che 30 è la somma dei numeri pescati sia da Anna che da Luca

0 Incomprensione del problema

Livello: 5, 6

Origine: Gruppo Numerazione (a partire dal problema *La squadra di calcio* 11.F.06)

**9. TESSERE IN SOFFITTA** (Cat. 5, 6)

Sara ha trovato nella sua soffitta delle tessere quadrate di 20 cm di lato.

Incomincia a sistemarle per terra, una accanto all’altra, senza spazi vuoti tra di loro.

A un certo momento, si accorge che, usando tutte le tessere, può formare un rettangolo di 280 cm di lunghezza e 140 cm di larghezza.

Quante sono le tessere che Sara ha trovato in soffitta?

Mostrate come avete fatto a trovare la vostra risposta.

Analisi a priori

Compito matematico

Trovare quanti quadrati interi di 20 cm di lato sono necessari per formare un rettangolo di lati 140 cm e 280 cm.

Analisi del compito

- L’appropriazione della situazione è semplice: Sara mette in fila delle tessere quadrate una accanto all'altra e una sotto o sopra l’altra fino a formare un rettangolo di determinate dimensioni. Si richiede di determinare il numero di tessere utilizzate.

- Ci sono tre numeri: 20, 140 e 280 che sono misure in centimetri di "lati" di quadrati o di rettangoli. Spetta all’allievo decidere cosa fare con queste tre misure (numeri associati a un'unità di lunghezza e non più "figura geometrica"). L'idea più ovvia è trovare quante volte il lato del quadrato in cm (20) sta nella larghezza del rettangolo (140) e nella sua lunghezza (280), mediante divisioni o un’addizione ripetuta o con un disegno, ottenendo 7 e 14.

- Pensare al significato di questi numeri 7 e 14. Nel caso della procedura mediante un disegno la “visione” dell’allineamento dei quadrati in righe e colonne porta alla moltiplicazione. 7 × 14 = 98 oppure all’addizione ripetuta 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 = 98, …

 (In caso di assenza di significato può capitare che si scelgano indifferentemente le due operazioni 7 × 14 oppure 7 + 14. Ecco perché è importante che l’operazione venga “descritta”.)

Oppure

- Dividere l’area del rettangolo (280 cm × 140 cm = 39 200 cm2) per l'area di una tessera (20 cm × 20 cm = 400 cm2): 39 200 : 400 = 98. Tale procedura difficilmente sarà applicata in queste categorie, sia per la difficoltà dei “grandi numeri”, sia perché si lavora nello spazio bidimensionale delle aree 2D quando il concetto d’area spesso non è stato ancora assimilato.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (98 tessere) con una descrizione chiara della procedura (che può essere anche un disegno)

3 Risposta corretta con descrizione poco chiara o incompleta

2 Risposta corretta senza alcuna descrizione

 oppure risposta errata dovuta a una procedura corretta, ma con un errore di calcolo o con mancanza di una riga o colonna nel disegno

1 Inizio corretto di ricerca con il calcolo dell’area del rettangolo o dell’area del quadrato o del numero di lati di una tessera contenuto nella base e/o nell’altezza del rettangolo

0 Incomprensione del problema

Livello: 5, 6

Origine: Gruppo Geometria piana

**10. LA VIA DEI TIGLI** (Cat. 6, 7)

Giovanni percorre la via dei Tigli, una pista ciclabile lunga 12,5 chilometri.

Su un lato della pista, ci sono alberi di tiglio disposti ogni 10 metri e fontanelle ogni 1000 metri. Dove c’è la fontanella, non c’è l’albero di tiglio.

All’inizio della pista c’è un albero di tiglio e la prima fontanella si trova dopo 1000 metri.

Quanti alberi di tiglio e quante fontanelle Giovanni incontra lungo tutta la pista?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

Analisi a priori

Compito matematico

Conteggio delle migliaia e delle decine in un numero (12 500)

Analisi del compito

- Impadronirsi della situazione problematica. Può essere di aiuto capire che si tratta del sistema di numerazione in base 10, infatti si deve contare il numero delle migliaia e quello delle decine nel numero 12 500.

- Capire che c’è una fontanella per ogni chilometro e, siccome la pista è lunga 12,5 km ci saranno 12 fontanelle.

- Rendersi conto che in 12,5 km dovrebbero esserci 1250 (= 12500 : 10) alberi di tiglio e che poiché 1000 è un multiplo di 10, ad ogni chilometro, oltre alla fontanella, ci dovrebbe essere un albero di tiglio, ma, poiché laddove c’è una fontanella non c’è l'albero di tiglio, ci saranno 1238 (= 1250 – 12) alberi di tiglio. A questi si deve aggiungere il tiglio posto all’inizio della pista ciclabile e quindi in tutto 1239 alberi di tiglio.

Oppure

- Servendosi eventualmente di un disegno o di uno schema, capire che in ogni chilometro (1000 metri) ci sono 99 (= 100 – 1) alberi perché ogni 1000 metri deve essere presente solo la fontanella e non l’albero di tiglio.

- Dedurre che, se ogni 1000 m ci sono 99 alberi di tiglio, in 12 km (12000 m) ci saranno 99 × 12 = 1188 alberi e negli altri 0,5 km (500 metri) ce ne saranno ancora 50.

- Calcolare che in totale gli alberi di tiglio sono 1239 (= 1188 + 50 + 1 iniziale).

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (1239 alberi di tiglio in tutto e 12 fontanelle) con spiegazione esauriente del procedimento seguito

3 Risposta corretta con spiegazione incompleta o poco chiara

 oppure risposta 1238 per dimenticanza dell’albero iniziale

2 Risposta corretta senza spiegazione

 oppure risposta corretta solo per una delle due richieste: numero di alberi di tiglio o numero delle fontanelle, ma con spiegazione

1 Inizio di ricerca coerente

 oppure risposta corretta solo per una delle due richieste: numero di alberi di tiglio o numero delle fontanelle senza spiegazione

0 Incomprensione del problema

Livello: 6, 7

Origine: Gruppo Numerazione a partire dal problema *Le pietre miliari della via Aurelia*  (19.F.08, cat.5,6)

**11. PERCORSO A TAPPE** (Cat. 6, 7, 8)

Il Ciclo-Club “Transalpino” sta preparando una gara in bicicletta.

Gli organizzatori decidono che il percorso dovrà essere lungo almeno 40 km, ma non più di 60 km.

Stabiliscono inoltre che il percorso verrà suddiviso in tre tappe e che la lunghezza di ogni tappa dovrà essere un numero intero di chilometri.

La lunghezza della prima tappa dovrà essere un terzo della lunghezza della seconda e la metà di quella della terza.

Trovate quanti chilometri potrebbe misurare ogni tappa.

Indicate tutte le possibilità e mostrate come avete trovato le vostre risposte.

Analisi a priori

Compito matematico

Determinare terne di numeri naturali di cui il primo è un terzo del secondo e la metà del terzo, sapendo che in ogni terna la somma dei numeri deve essere compresa fra due numeri assegnati.

Analisi del compito

- Capire che, per determinare le lunghezze delle tre tappe in chilometri, occorre determinare tre numeri la cui somma sia uguale o maggiore di 40 e minore o uguale a 60 e tali che il primo sia un terzo del secondo e la metà del terzo. Ciò significa anche che il secondo è triplo del primo e il terzo è doppio del primo.

- Procedere per tentativi scegliendo un valore per la lunghezza della prima tappa, ad esempio se la prima tappa è di 5 km, la seconda è di 15 e la terza di 10, la somma delle tappe è 30, quindi occorre aumentare i chilometri della prima tappa. Si prova allora con 6 km e si continua così con tutti i numeri fino a che la somma sarà compresa fra 40 km e 60 km.

- Si trovano così tutte le soluzioni: 7, 21, 14 la cui somma è 42; 8, 24, 16 la cui somma è 48; 9, 27, 18 la cui somma è 54 e infine 10, 30, 20 la cui somma è 60.

Oppure

- Comprendere che se si considera la prima tappa come base, la seconda è tre volte la prima e la terza è due volte la prima. Il percorso totale è composto quindi da sei volte la prima tappa (cioè è formato da sei parti della stessa lunghezza). La situazione può essere visualizzata servendosi eventualmente di una rappresentazione grafica, ad esempio disegnando dei segmenti che rappresentino le lunghezze delle tappe.

- Capire quindi che la lunghezza dell’intero percorso deve essere un numero di chilometri multiplo di 6. Cercare perciò i multipli di 6 compresi tra 40 e 60: 42, 48, 54, 60.

- Dividere ciascun multiplo per 6 per trovare la lunghezza della prima tappa, moltiplicare poi per 3 e per 2 per trovare rispettivamente la seconda e la terza tappa.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (7, 21, 14; 8, 24, 16; 9, 27, 18; 10, 30, 20) con descrizione chiara e completa del procedimento seguito (tentativi, ricerca dei multipli di 6, rappresentazione grafica)

3 Risposta corretta con procedura poco chiara o incompleta

 oppure individuate tre soluzioni con descrizione chiara e completa del procedimento seguito

2 Individuate quattro o tre soluzioni senza descrizione della procedura

 oppure individuate due soluzioni con descrizione chiara e completa del procedimento seguito

 oppure almeno due soluzioni e anche una risposta errata a causa di un errore di calcolo con descrizione della procedura

1 Individuate due soluzioni senza descrizione della procedura

 oppure almeno due risposte corrette e anche due risposte errate per un errore di calcolo senza descrizione della procedura

 oppure individuata una sola soluzione con descrizione chiara e completa del procedimento seguito senza altre errate

 oppure inizio di ricerca corretto (effettuati alcuni tentativi)

0 Una sola soluzione senza descrizione della procedura con o senza altre errate

 oppure incomprensione del problema

Livello: 6, 7, 8

Origine: Parma

**12. PIRAMIDI DI BICCHIERI** (cat. 6, 7, 8)

Luca è molto abile nel suo lavoro di cameriere. È anche capace di riempire contemporaneamente tanti bicchieri dopo averli disposti a piramide su molti piani.

In figura si vede una piramide di tre piani formata da 6 bicchieri: 3 al primo piano, 2 al secondo e 1 al terzo. Una piramide di quattro piani avrà 4 bicchieri al primo piano, 3 al secondo piano e sempre uno in meno su ciascuno dei piani successivi. Le piramidi con un diverso numero di piani saranno costruite con le stesse modalità.



In occasione di una grande festa nel suo ristorante, Luca usa i 423 bicchieri di cui dispone per costruire il maggior numero possibile di piramidi da otto piani.

Con tutti i bicchieri che gli restano vorrebbe costruire altre piramidi di almeno due piani.

Quante piramidi da otto piani ha costruito Luca?

Quanti piani deve avere ciascuna delle altre piramidi da costruire con i bicchieri rimasti, se Luca desidera che le piramidi siano il minor numero possibile?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

Analisi a priori

Compito matematico

Scomporre un numero in una somma di numeri triangolari secondo regole assegnate.

Analisi del compito

- Capire la regola di costruzione delle piramidi di bicchieri.

- Comprendere che il primo piano di una piramide di otto piani è composto esattamente da 8 bicchieri, il secondo da 7 bicchieri e così via, ogni piano ha un bicchiere in meno di quello sottostante.

- Capire che il numero totale di bicchieri di una piramide di otto piani è la somma dei primi otto numeri naturali: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36

Oppure

- Disegnare o costruire una piramide di bicchieri di otto piani e contare tutti i bicchieri (36).

- Per sapere quante piramidi di otto piani si possono costruire con 423 bicchieri si può procedere in vari modi:

a) partire da 423 e sottrarre tante volte il numero 36 segnando ogni volta la piramide costruita (423 – 36 = 387 (una piramide); 387 – 36 = 351 (due piramidi); 351 – 36 = 315 (tre piramidi)) … e proseguire fino ad ottenere un resto di 27 bicchieri.

b) oppure sommare più volte 36 e rendersi conto che dopo aver sommato 12 volte 36 si è ottenuto un numero maggiore di 423 cioè 432 e quindi che ci si deve fermare a 396 (undici piramidi). Il resto è di 423 – 396 = 27 (questa strategia può essere svolta anche con la moltiplicazione)

c) oppure procedere dividendo 423 per 36 e trovando 11 con resto di 27, quindi si possono costruire 11 piramidi di otto piani, ciascuna di 36 bicchieri. Sono stati così utilizzati 396 bicchieri (36 × 11 = 396).

- Notare che con i 27 bicchieri rimasti (423 – 396 = 27) si hanno sei possibilità:

. 1 piramide di sei piani (21 bicchieri) e 1 piramide di tre piani (6 bicchieri);

. 1 da sei piani (21 bicchieri) e 2 da due piani (2 × 3 = 6 bicchieri);

. 1 da cinque piani (15) e 2 da tre piani (2 × 6 = 12 bicchieri);

. 1 da cinque piani (15) e 4 da due piani (4 × 3 = 12 bicchieri);

. 4 da tre piani (4 × 6 = 24 bicchieri) e 1 da due piani (3 bicchieri);

. 9 da due piani (9 × 3 = 27 bicchieri).

- Concludere che le piramidi di otto piani sono 11 e che con i bicchieri che restano Luca costruisce una piramide di sei piani e una di tre piani, che è l’unica possibilità che consente il rispetto del vincolo “il minor numero possibile di piramidi”.

- Si può anche procedere con l’aiuto di una tabella, per esempio, osservando che il numero 27 si ottiene come somma dei due numeri triangolari 6 e 21.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Piani | 1° | 2° | 3° | 4° | 5° | 6° | 7° | 8° |
| Totalebicchieriutilizzati | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 |

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta e completa (11 piramidi di otto piani, una di sei piani e una di tre piani – oppure risposta che considera il numero dei bicchieri: 11 ciascuna di 36 bicchieri, una di 21 bicchieri e una di 6 bicchieri) con spiegazione esauriente e/o calcoli dettagliati

3 Risposta corretta e completa con descrizione parziale o poco chiara della procedura utilizzata

2 Risposta corretta senza calcoli né argomentazioni

 oppure risposta errata dovuta a un errore di calcolo o di conteggio, ma con procedura corretta

1 Risposta 11 piramidi di otto piani con calcoli e/o spiegazione

 oppure soltanto tutte le possibilità (a partire da piramidi di due piani) corrette

0 Incomprensione del problema oppure solo il calcolo dei bicchieri di una piramide di otto piani

Livello: 6, 7, 8

Origine: Puglia

**13. UN LIBRO APPASSIONANTE** (Cat. 6, 7, 8)

Mattia ha ricevuto in regalo dai nonni un libro di avventure.

Osserva che il libro ha 114 pagine.

Lunedì inizia la lettura di alcune pagine e si appassiona al racconto.

Martedì legge il triplo del numero di pagine lette lunedì.

Mercoledì legge il doppio del numero di pagine lette martedì.

Giovedì legge la metà del numero di pagine lette il giorno prima.

Venerdì finisce il suo libro leggendo lo stesso numero di pagine lette mercoledì.

Quante pagine ha letto Mattia lunedì?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

Analisi a priori

Compito matematico

Trovare un numero tale che sommato a due volte il suo triplo e a due volte il doppio del suo triplo dia come risultato 114.

Analisi del compito

- Capire che il libro è composto di 114 pagine e che Mattia lo legge tutto in cinque giorni.

- Procedere per tentativi organizzati (o non organizzati) attribuendo un numero ipotetico alle pagine lette il lunedì, modificandolo progressivamente fino ad ottenere, come somma delle pagine lette nei cinque giorni, il numero 114.

 Ad esempio, se si ipotizza che lunedì Mattia abbia letto 10 pagine, martedì ne avrà lette 30 (3 × 10), mercoledì 60 (2 × 3 × 10), giovedì 30 (60 : 2) e venerdì ancora 60. Sommare le pagine lette: 10 + 30 + 60 + 30 + 60 = 190 e rendersi conto che la somma trovata è maggiore del numero delle pagine del libro (114).

- Procedere quindi con un nuovo tentativo, diminuendo il numero di pagine il lunedì, ad esempio: lunedì 8 pagine, martedì 24 (3 × 8), mercoledì 48 (2 × 3 × 8), giovedì 24 (48 : 2) e venerdì ancora 48. Il totale delle pagine lette sarebbe 8 + 24 + 48 + 24 + 48 = 152, somma che è ancora maggiore del numero delle pagine del libro (114). Procedere quindi con un nuovo tentativo diminuendo ancora il numero delle pagine lette lunedì; provare ad esempio con 6 e rendersi conto che la nuova somma 6 + 18 + 36 + 18 + 36 = 114 è uguale al numero delle pagine del libro.

Oppure con una procedura pre-algebrica

- Rendersi conto che il numero di pagine lette lunedì (*n*) si ripete moltiplicato più volte nelle quantità di pagine lette nei giorni seguenti: lunedì *n* pagine, martedì 3*n* pagine, mercoledì 2 × 3*n* pagine, giovedì (2 × 3*n*) : 2 pagine, venerdì 2 × 3*n* pagine.

- Rendersi conto che il numero di pagine lette lunedì si ripete in tutto diciannove volte.

- Calcolare il numero delle pagine lette lunedì 114 : 19 = 6.

- Concludere che il numero di pagine lette lunedì è 6.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (6 pagine) con spiegazione chiara e completa del procedimento seguito e dettaglio dei calcoli (nel caso di procedura per tentativi esplicitato qualche tentativo oltre la soluzione)

3 Risposta corretta con spiegazione parziale o poco chiara o solo con verifica

2 Risposta corretta senza spiegazione oppure risposta errata per un errore di calcolo, ma procedimento ben spiegato

1 Inizio di ragionamento corretto (ad esempio solo una rappresentazione grafica oppure qualche tentativo coerente)

0 Incomprensione del problema

Livello: 6, 7, 8

Origine: Parma

**14. UN BEL COLLAGE** (Cat. 7, 8)

Silvia ha comperato una scatola contenente degli adesivi a forma di triangolo equilatero, di quadrato e di esagono regolare, che permettono di ottenere dei bei collage.

Usando tutti gli adesivi, Silvia ha realizzato il collage rettangolare rappresentato qui sotto, dove gli esagoni, ognuno circondato da quadrati e triangoli, formano dei motivi che si ripetono regolarmente.

Ovviamente, Silvia ha dovuto tagliare alcuni adesivi per formare il contorno del collage rettangolare.

Una volta che il collage è ultimato, nella scatola non rimangono né adesivi interi né parti di essi.



La sua amica Brunella ha comperato una scatola più grande di adesivi, che contiene 216 esagoni regolari, oltre a quadrati e triangoli equilateri.

Anche Brunella ha utilizzato tutti gli adesivi della sua scatola per formare un collage rettangolare con il medesimo motivo di quello di Silvia, che si ripete regolarmente. Anche lei ha dovuto tagliare gli adesivi del contorno della figura, prima di incollarli.

Quanti quadrati e quanti triangoli equilateri ci sono nella scatola di adesivi di Brunella?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta e date i dettagli dei vostri calcoli.

Analisi a priori

Compito matematico

Ricerca di una possibile forma di “collage composito” a partire da una pavimentazione data (con triangoli equilateri, quadrati ed esagoni regolari) o conteggio e ricorso alla proporzionalità.

Analisi del compito

- Nell’appropriazione del problema,analizzare il collage dato per osservare che:

- gli adesivi (poligoni) sono incollati in maniera regolare, senza sovrapporsi e senza lasciare buchi al fine di formare il motivo che si ripete più volte;

- i bordi del rettangolo sono costituiti da metà di poligoni (quadrati, triangoli ed esagoni) e che su ciascun vertice Silvia ha incollato un quarto di esagono;

- ogni lato di un poligono è a contatto con un solo lato di un altro poligono;

- un certo numero di quadrati e di triangoli equilateri appartengono a più di un motivo avente un esagono al centro.

- Procedere con il conteggio di ciascun tipo di poligono a partire dalla figura data e tale conteggio può essere fatto tenendo conto che ci sono metà adesivi quadrati, come da enunciato e metà adesivi triangolari ed esagonali in virtù della figura dove i bordi sono assi di simmetria, a parte le figure nei quattro angoli che costituiscono insieme 1 esagono. Il conteggio porta a 24 esagoni (18 interi e 12 metà); 72 quadrati (65 interi e 14 metà); 48 triangoli (42 interi + 12 metà) (possiamo anche immaginare che gli allievi cerchino di costruire il rettangolo di Brunella assemblando 9 rettangoli come quello di Silvia).

- Infine capire che il numero di esagoni, quadrati e triangoli dei due collage sono in proporzione ed è dunque necessario trovare il rapporto tra il numero di esagoni che servono a Brunella (216) e il numero di esagoni della figura data, cioè 216 : 24 = 9; moltiplicare questo rapporto per il numero di quadrati e poi per il numero di triangoli: 72 × 9 = 648 e 48 × 9 = 432.

Oppure

|  |  |
| --- | --- |
| - Procedere a partire dal disegno del collage e rendersi conto che è necessario trovare quanti quadrati e quanti triangoli equilateri appartengono a due “motivi” e quanti a tre “motivi”. Ogni motivo ha 1 esagono, 6 quadrati e 6 triangoli.- Rendersi conto che 1 quadrato è comune a 2 motivi; quindi, che il numero 6 dei quadrati per motivo va diviso per 2, e che 1 triangolo è comune a 3 motivi; quindi, che il numero 6 dei triangoli va diviso per 3.  |  |

Oppure

|  |  |
| --- | --- |
| - Procedere con ritagli per trovare quanti quadrati e quanti triangoli equilateri appartengono a due “motivi” e quanti a tre “motivi”, arrivando per esempio a configurazioni del tipo: | Immagine che contiene Arti creative, origami, Carta per belle arti, esagono  Descrizione generata automaticamente |

Oppure

|  |  |
| --- | --- |
| - Suddividere il modello in 12 “moduli” piccoli come in figura per arrivare al numero totale di ogni poligono presente nel modello. In ognuno dei 12 moduli ci sono 2 esagoni (1 intero e 1 ricomposto), 6 quadrati (4 interi e 2 ricomposti), 4 triangoli (2 interi e 2 ricomposti). Per “pavimentare” la superficie del modello occorrono: 2 • 12 = 24 esagoni regolari 6 • 12 = 72 quadrati 4 • 12 = 48 triangoli equilateri | Immagine che contiene modello, Simmetria, quadrato, piastrella  Descrizione generata automaticamente |

- Oppure altre metodologie che utilizzino delle scomposizioni simmetriche.

Attribuzione dei punteggi

4 Le due risposte corrette (648 quadrati e 432 triangoli) con descrizione della procedura seguita e i dettagli dei calcoli

3 Le due risposte corrette con descrizione poco chiara o incompleta della procedura, ma con i dettagli dei calcoli o descrizione della procedura chiara senza i dettagli dei calcoli

2 Le due risposte corrette, senza descrizione della procedura e senza i dettagli dei calcoli

 oppure una risposta errata per conteggio errato o errore di calcolo (con descrizione chiara della procedura)

1 Una risposta corretta senza spiegazioni

 oppure inizio corretto di ragionamento (per esempio conteggio corretto degli adesivi del collage di Silvia o di uno dei motivi)

0 Incomprensione del problema

Livello: 7, 8

Origine: Gruppo Geometria piana

**15. INVITO ALLA FESTA** (Cat. 7, 8, 9)

Alba, Bianca e Chiara si sono incontrate ieri per preparare i 60 biglietti d’invito per la loro festa. Ci hanno messo 3 ore.

Alba dice: “Con i miei ritmi se avessi preparato tutti i 60 biglietti da sola ci avrei messo 10 ore!”

Bianca: “Io ancora di più, da sola ci avrei messo 15 ore!”

Quante ore avrebbe dovuto lavorare Chiara se avesse fatto tutto da sola?

Spiegate il procedimento che avete seguito per trovare la risposta.

Analisi a priori

Compito matematico

Calcolare il tempo necessario ad una persona per svolgere un lavoro, conoscendo il tempo necessario per svolgere lo stesso lavoro da parte di altre due persone e del gruppo delle tre assieme.

Analisi del compito

- Rendersi conto che è necessario calcolare la velocità oraria di preparazione degli inviti.

- Le tre amiche insieme preparano 60 biglietti in 3 ore, cioè ogni ora 60 : 3 = 20 biglietti.

- Alba per preparare i 60 biglietti dovrebbe lavorare 10 ore, perciò in ogni ora è in grado di preparare 60 : 10 = 6 biglietti.

- Bianca per preparare i 60 biglietti dovrebbe lavorare 15 ore, perciò in ogni ora è in grado di preparare 60 : 15 = 4 biglietti.

- Poiché le tre amiche assieme preparano 20 biglietti all’ora, di questi 6 li prepara Alba, 4 li prepara Bianca. Perciò Chiara ne prepara (20 –  4) – 6 = 10 all’ora.

- Chiara è in grado di preparare 10 biglietti all’ora, perciò per completarne 60 avrebbe bisogno di 60 : 10 = 6 ore.

- Chiara se dovesse preparare da sola i biglietti avrebbe bisogno di lavorare 6 ore.

Oppure

- Dopo aver calcolato le velocità orarie di Alba e Bianca, calcolare quanti biglietti Alba e Bianca preparano in tre ore: Alba ne prepara 18 (3 × 6) e Bianca ne prepara 12 (3 × 4), in tutto ne preparano 30 (18 + 12), quindi gli altri 30 (60 – 30) sono quelli che prepara Chiara. Quindi Chiara prepara 10 (30 : 3) biglietti in un’ora. Si conclude che se avesse dovuto preparare da sola i 60 biglietti, avrebbe impiegato 6 (60 : 10) ore.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (6 ore) con spiegazioni chiare e complete

3 Risposta corretta con spiegazioni parziali o poco chiare

 oppure calcolate soltanto le velocità orarie di preparazione dei biglietti del gruppo, di Alba, di Bianca e di Chiara

2 Risposta corretta senza spiegazione

 oppure risposta errata dovuta a errore di calcolo

1 Inizio corretto di ricerca

0 Incomprensione del problema

Livello: 7, 8, 9

Origine: Belluno

**16. IL GRATTACIELO** (Cat. 7, 8, 9, 10)

Carla vuole andare a trovare la sua amica Rita, appassionata di indovinelli matematici, che abita in un grattacielo.

Carla chiede all’amica qual è il piano del suo appartamento e Rita le invia la seguente immagine



e aggiunge:

«Ho fatto una tabella in cui ho scritto tutti i numeri degli appartamenti numerati da sinistra a destra e in cui ogni riga rappresenta un piano.

Ti ho mandato una parte di questa tabella in cui ho cancellato la maggior parte dei numeri.

Devi sapere anche che il grattacielo non ha appartamenti a piano terra e ha lo stesso numero di appartamenti su ciascun piano. Il mio appartamento è il n.158.

Ti aspetto.»

A che piano si trova l’appartamento di Rita?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

Analisi a priori

Compito matematico

Completare una tabella di numeri conoscendo la posizione di quattro di essi.

Analisi del compito

- Cercare di capire le regolarità della scrittura dei numeri sulla tabella al variare del numero di righe e colonne.

- Completare le righe in cui sono scritti i quattro numeri in modo da ottenere due numeri nella stessa colonna.

- Calcolare la differenza fra due numeri di una stessa colonna 44 = 170 – 126 (oppure 173 – 129 oppure …) e rendersi conto che corrisponde al numero degli appartamenti che stanno in quattro piani.

- Dedurre così che si tratta di una tabella con 11 numeri per ogni riga e quindi il grattacielo ha 11 appartamenti per piano.

- Concludere che l’appartamento numero 158 si trova al 15-esimo piano, infatti 158 : 11 = 14 con resto 4

Oppure:

- Procedere per tentavi più o meno organizzati sul numero di appartamenti su ogni piano in modo da rispettare le posizioni dei numeri della tabella assegnata nel testo.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (15-esimo piano) con spiegazione della procedura dove compare esplicitamente la regolarità ottenuta a partire dai numeri presenti sulla tabella, oppure i tentativi fatti che mostrano con chiarezza come si è giunti alla soluzione

3 Risposta corretta, ma procedura non indicata chiaramente

2 Risposta corretta senza spiegazione

 oppure risposta errata dovuta a un solo errore di calcolo, ma scoperta la regolarità

 oppure risposta 14-esimo piano non considerando il resto della divisione

1 Inizio di ragionamento corretto con almeno qualche numero inserito nella tabella

0 Incomprensione del problema Livello:7,8,9,10 Origine: Gruppo Numerazione (a partire dal problema *Scavi archeologici* 15.F.11)

**17. LA LUMACHINA PIGRA** (Cat. 8, 9, 10)

Una lumachina si trova nel vertice A di un cubo di pietra e vuole raggiungere il punto E che è il centro della faccia CDJK. La lunghezza dello spigolo del cubo è uguale a 48 cm.

Per andare da A ad E, la lumachina decide di attraversare lo spigolo CD.

Poiché la lumachina è molto pigra, vuole fare la strada più breve possibile.



Affinché il percorso sia il più breve possibile da quale punto dello spigolo CD deve passare?

Spiegate come avete trovato la risposta.

Analisi a priori

Compito matematico

Stabilire la posizione di un punto su uno spigolo di un cubo in modo tale che un percorso che va da un vertice al centro di una faccia opposta e passa per questo punto abbia una lunghezza minima.

Analisi del compito

- Osservare la figura e rendersi conto che si tratta della riproduzione di un cubo in prospettiva: il punto A è un vertice della faccia di dietro e il punto E è il centro della faccia anteriore.

- Comprendere che è richiesto di determinare la lunghezza minima di un percorso costituito da due segmenti che appartengono rispettivamente alla faccia superiore e a quella anteriore del cubo e passanti per A, per un punto P dello spigolo CD, e per il punto E centro della faccia anteriore.

- Comprendere che può essere vantaggioso considerare lo sviluppo sul piano del cubo delle due facce adiacenti sulle quali il percorso più corto è il percorso APE con A, P, E allineati.



- Occorre dunque trovare la misura del segmento PD.

- Confrontare i triangoli ADP e AFE. Poiché AD è il doppio di DF constatare che sono simili con rapporto di similitudine 2 : 3.

- Concludere che PD è 2/3 di EF e 1/3 di CD.

- Dedurre che $\overbar{PD}=\frac{2}{3}\overbar{EF}=\frac{2}{3}∙24 cm=16 cm$; la lumaca passa dunque a 16 cm da D sul lato CD.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (16 cm dal punto D o, risposta equivalente, per esempio, 32 cm dal punto C) con spiegazione completa del ragionamento seguito con un disegno preciso

3 Risposta corretta con spiegazione incompleta o poco chiara del ragionamento seguito oppure risposta approssimata (valore compreso tra 15,5 cm e 16,5 cm) con descrizione chiara della procedura

2 Risposta corretta (16 cm o valore compreso tra 15,5 cm e 16,5 cm) senza spiegazione

 oppure ragionamento corretto (per esempio misure prese su un modello di cubo), ma con errore nel calcolo nel rapporto di similitudine

1 Inizio di ragionamento corretto, per esempio eseguiti alcuni tentativi di misura oppure compreso di dover ragionare sullo sviluppo piano

0 Incomprensione del problema o risposta dedotta da misure effettuate sul disegno del testo del problema e non su un modello tridimensionale o su uno sviluppo piano

Livello: 8, 9, 10

Origine: Parma