

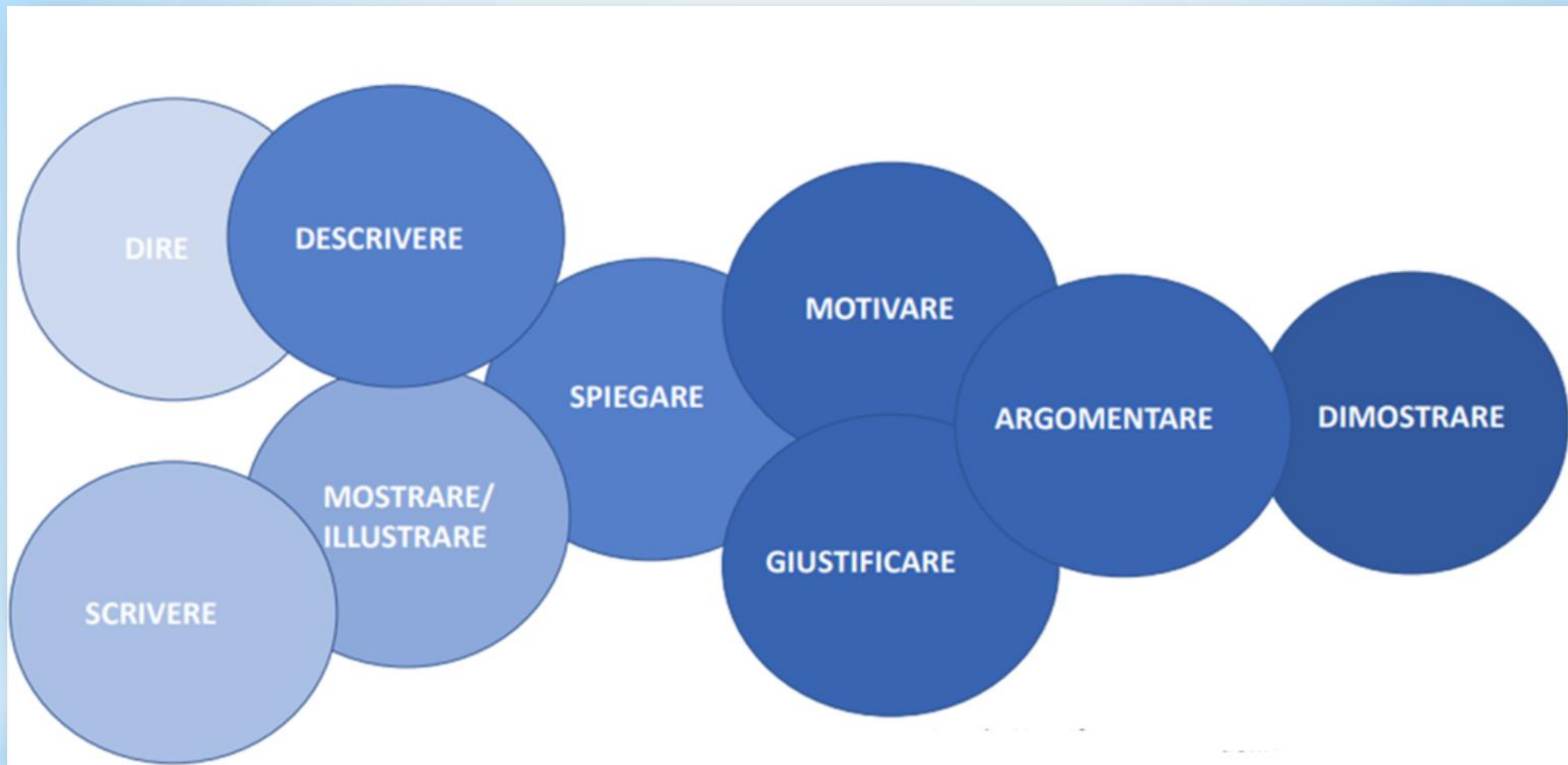


## **RALLY MATEMATICO: SOLO MATEMATICA?**

SITUAZIONI del RALLY e PROBLEMI: DECODIFICA E COMPrensIONE DEL TESTO



- STO INVENTANDO LA SCRITTURA, MA HO PAURA CHE PER ALCUNI POSSA DIVENTARE UNO STRUMENTO TROPPO COMPLESSO: E SE MI FERMASSI QUI?



**...MA LA COMPRESIONE?**



Quando leggiamo, il nostro cervello  
Compie un lavoro complicatissimo, in  
infinitesimi di secondo.

Percepiamo e selezioniamo una catena di stimoli visivi (la forma delle lettere che compongono le parole)...

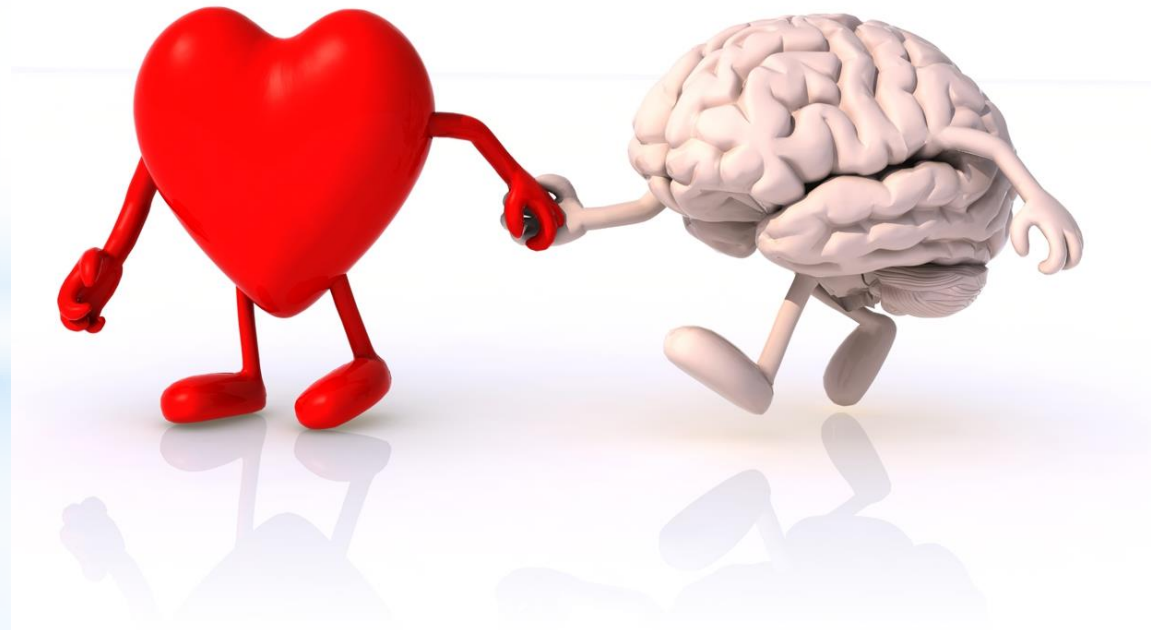
Il nostro cervello

- **riconosce** immediatamente gli stimoli
- li **decodifica** (cioè risale al significato delle parole)
- li **interpreta** (cioè ricostruisce il senso che le parole hanno, messe assieme)
- li **elabora** (cioè connette ogni nuova frase con quelle che l'hanno preceduta)
- **costruisce una rappresentazione** dei contenuti del testo, mettendo in gioco le capacità logiche, la memoria e le conoscenze.

## LA COMPrensIONE DEL TESTO COINVOLGE COMPETENZE

- ✓ di tipo **TECNICO** e **STRUMENTALE**
- ✓ di tipo **SEMANTICO** legate alla decodifica e alla comprensione delle singole parole
- ✓ di tipo **SINTATTICO** connesse all'interpretazione dei rapporti tra gli elementi costitutivi di frasi semplici e complesse
- ✓ di tipo **TESTUALE** riguardanti i rapporti tra le varie parti del testo come elementi di coesione e sequenze temporali

La **comprensione** non è in alcun caso un atto di ordine strettamente cognitivo. Essa è al contrario un miscuglio inestricabile di processi **cognitivi ed emozionali**



La comprensione non consiste soltanto nella capacità di leggere, ma è un processo che richiede molteplici abilità che devono essere usate in modo armonico...

...esige la costruzione della rappresentazione mentale della situazione (visualizzazione)

Richiede

- capacità di padroneggiare registri linguistici e iconici diversi
- capacità di sintesi e di schematizzazione

Necessita di autonomia di lavoro e di giudizio... ovvero non vengono messe in gioco abilità meramente esecutive

Nel primo ciclo di istruzione ... gli allievi devono **ampliare** il patrimonio orale e devono imparare a leggere e a scrivere correttamente e con crescente arricchimento del lessico. Questo significa, da una parte padroneggiare le tecniche di lettura e scrittura, dall'altra **imparare a comprendere** e a produrre significati attraverso la lingua scritta...



E' necessario che i docenti delle diverse discipline **operino insieme**...

E' compito di ciascun insegnante favorire con apposite attività il **superamento degli ostacoli alla comprensione dei testi** che possono annidarsi a livello lessicale o sintattico oppure a livello della strutturazione logico-concettuale...

**L'acquisizione dei linguaggi specifici delle discipline deve essere responsabilità comune di tutti gli insegnanti.**

Gli allievi devono imparare a... comprendere testi di diverso tipo ...ricavare informazioni implicite ed esplicite da testi...



Pietro Di Martino «dal punto di vista epistemologico molti matematici sottolineano come l'essenza del fare matematica sia risolvere problemi e inoltre, sconfinando negli aspetti didattici - il miglior modo per imparare a risolvere problemi sia affrontare problemi»

Sviluppare la competenza  
di PROBLEM SOLVING

Sviluppare la competenza  
ARGOMENTATIVA

**Comprendere e argomentare ...**

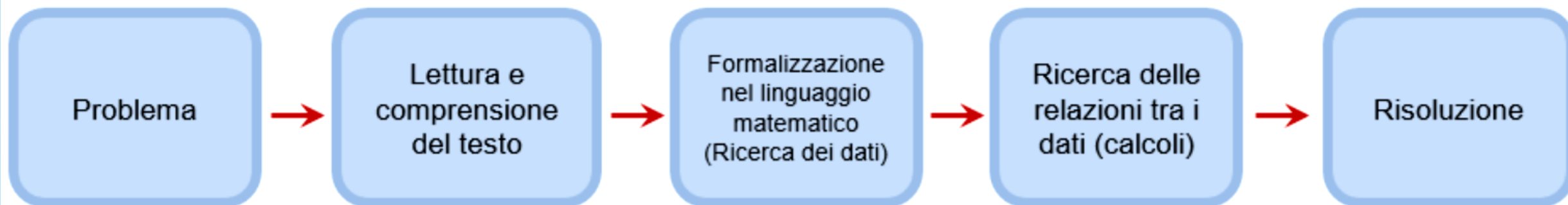
La comprensione avviene prima,  
durante o dopo  
l'argomentazione?

**COMPRENDERE PER ARGOMENTARE?**

**ARGOMENTARE PER COMPRENDERE?**



Un **problema matematico** è un quesito del quale si conoscono alcuni elementi (**i dati**) per mezzo dei quali si devono calcolare altri elementi (**le incognite**).



**LE «RICETTE» PER RISOLVERE UN PROBLEMA – da seguire scrupolosamente step by step**



# LE PAROLE CHIAVE



+

- SOMMA
- IN TOTALE
- IN TUTTO
- COMPLESSIVAMENTE
- AGGIUNGERE
- METTERE INSIEME
- UNIRE

-

- DIFFERENZA
- RESTA
- RESTANO
- PERDERE
- QUANTI NON...
- QUANTI...ANCORA
- TOGLIERE
- IN MENO
- RIMANE
- RIMANGONO
- DI QUANTO SUPERA...

X

- NEL TESTO
- CIASCUN
  - CIASCUNO
  - OGNUNO
  - OGNI

- NELLA DOMANDA
- IN TOTALE
  - IN TUTTO
  - COMPLESSIVAMENTE



:

- NEL TESTO
- DIVIDERE
  - SUDDIVIDERE
  - IN PARTI UGUALI
  - DARE A CIASCUNO
  - SPARTIRE
  - DISTRIBUIRE
  - EQUAMENTE
  - RIPARTIRE
  - DISPORRE
  - LA META'

- NELLA DOMANDA
- CIASCUN
  - CIASCUNO
  - OGNUNO
  - OGNI

# Operazioni e parole-chiave



Non sai quale operazione scegliere? Non andare a caso! Alcune parole-chiave possono aiutarti a riflettere.

Hai già imparato che, per risolvere un problema, la prima cosa da fare è leggere attentamente il testo e la domanda. Impara a riconoscere alcune **parole-chiave** che possono darti un indizio sul procedimento da seguire.

1 Collega ogni gruppo di parole-chiave alla spiegazione corrispondente.

IN TUTTO,  
COMPLESSIVAMENTE,  
IN TOTALE

Queste parole ti fanno capire che ci sono **gruppi di uguale quantità** (per esempio: 3 file da 15 macchinine ciascuna; ogni gruppo ha 20 bambini ecc.): siamo nel mondo della **moltiplicazione** o della **divisione**.

DIFFERENZA, RESTA,  
MANCA, AVANZA

Queste parole indicano una **suddivisione in parti uguali**: non ci sono dubbi, ci vuole una **divisione**!

OGNI, CIASCUNO,  
GRUPPO, FILA

Queste parole nella domanda ti dicono che devi **unire** delle quantità: se le quantità sono diverse ci vuole un'**addizione**, se sono tutte uguali ci vuole una **moltiplicazione**.

DISTRIBUIRE,  
SUDDIVIDERE, RIPARTIRE

Qui si **confrontano** due quantità. Fai attenzione: «in più» non significa sempre **addizione** e «in meno» non significa sempre **sottrazione**. Devi riflettere bene sulla domanda: allenati con il prossimo esercizio!

IN PIÙ, IN MENO

Se queste parole sono nella domanda, significa che hai una quantità e devi **togliere una parte**: ci vuole una **sottrazione**. Ma se trovi queste parole nel testo, fai bene attenzione alla domanda: forse ci vuole un'**addizione**! Allenati con il prossimo esercizio.

Conoscenza  
Consapevolezza  
Coraggio

## IDEE ELABORATE DAI RAGAZZI SUI PROBLEMI

Un problema è un testo che contiene dei numeri.

Il problema ha sempre una domanda, che di solito è alla fine del testo.

Tutti i dati devono essere utilizzati nella risoluzione.

I dati devono essere utilizzati nell'ordine in cui si incontrano nel testo.

La difficoltà di un problema è determinata dalla quantità di numeri presenti e/o dalla loro grandezza.

C'è sempre una soluzione.

La soluzione è unica, esiste un solo modo giusto per risolvere il problema.

La capacità si identifica con la velocità di risoluzione: un problema o lo capisci subito o non lo capisci.

Un problema è difficile se ha il testo lungo.

Un problema con tante domande è più difficile di un problema con una domanda sola.

Ottenuto il risultato, il problema è risolto qualunque sia il risultato.

## Come affrontano i problemi gli alunni?

**Strategia delle parole-chiave:** la scelta dell'operazione è guidata dalla presenza nel testo di una parola a cui di solito il bambino associa quell'operazione:

in più, in tutto ... → addizione

in meno, togliere, perdere... → sottrazione

volte, ogni... → moltiplicazione

Es. Quanti mattoncini lego conteneva la scatola dalla quale sono stati tolti 24 mattoncini e ne sono rimasti 56?

In linguistica è detta "**fissità funzionale del lessico**" una sorta di automatismo che blocca un vocabolo in una determinata funzione.

**I numeri suggeriscono cosa fare....**

«15 amici si dividono 5 kg di biscotti, in parti uguali. Quanti chilogrammi ne spettano a ciascuno?»  $15 : 5 = 3$

**Assenza di una qualsiasi riflessione** critica sulla congruenza tra risultato atteso e soluzione ottenuta

«Quanti viaggi dovrà compiere un taxi con 4 posti per trasportare 22 persone?» 5,5

«Vado al mercato con 35 euro; ne spendo 15:  
con quanti soldi torno a casa?» 50

**Si assegnano «problemi»** con addizione, sottrazione... alla fine di un capitolo ...si tralascia qualsiasi assunzione di responsabilità : non si dà la possibilità di scegliere in modo autonomo!

**Manca una effettiva appropriazione della situazione e un controllo sui risultati**

# Comportamenti che potrebbero ostacolare la risoluzione di un problema...

Nella risoluzione di problemi la richiesta di **comportamenti standard** crea più problemi che non lasciare la soluzione ad atti di **intuizione**.

**Problema**

Abbiamo riempito 2 bacinelle d'acqua, la prima contiene 4 l di acqua, la seconda 18 dl. Quanti decilitri in tutto?

**Dati**

2 = bacinelle d'acqua dato sottile  
4 l = l'acqua nella prima bacinella  
18 dl = l'acqua nella seconda bacinella

? - dl di acqua in tutto

**Risolvo**

Devo trasformare i l di acqua in decilitri  
**equivalenza**  $\rightarrow 4 \text{ l} = 40 \text{ dl}$

Devo trovare quanti decilitri in tutto, perciò eseguo un'addizione  
**operazione**  $40 + 18 = 58 \text{ dl in tutto}$

**Schema**

```
graph TD; A[40] --> B((+)); C[18] --> B; B --> D[58]
```

**Risposta**

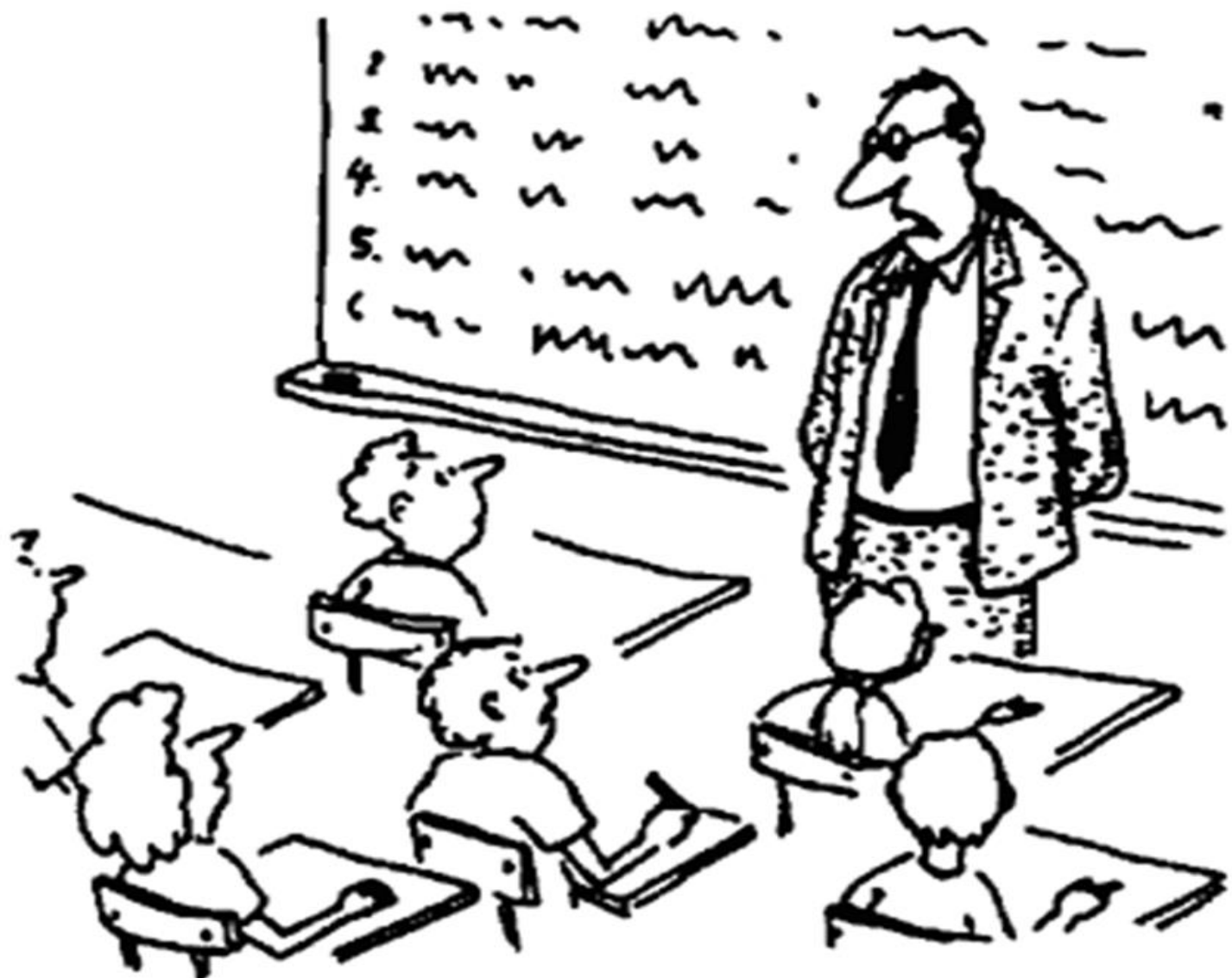
5 decilitri in tutto sono 58



Alcuni alunni raggiungono la soluzione per via **intuitiva**. Se chiedi loro quali operazioni hanno fatto, non lo sanno, oppure ci devono pensare un po'.



I bambini più intuitivi maturano la convinzione che esistono due modi diversi per risolvere un problema: quello **personale** e quello proprio della disciplina (ovvero ciò che richiede l'insegnante).



Da voi mi aspetto che siate creativi, autonomi, critici e che facciate tutto quello che dico io.

## (Indicazioni Nazionali-Matematica)

La costruzione del pensiero matematico è un **processo lungo e progressivo** nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta **anche difficoltà linguistiche** e che richiede un'acquisizione graduale **del linguaggio matematico**.

Caratteristica della pratica matematica è la **risoluzione di problemi**, che devono essere intesi come questioni **autentiche e significative**, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.

Gradualmente, **stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari**, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, **rappresentandole in diversi modi**, conducendo le esplorazioni opportune, **dedicando il tempo necessario** alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, **congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive**.

# QUANTA «CAPACITA' DI COMPrensione DEL TESTO» DA ESPLORARE O DA POTENZIARE C'E' NELLE SITUAZIONI DEL RALLY MATEMATICO?

## Analisi del compito

- Comprendere la regola d'via»: 1 sul primo gradino

## Analisi del compito

- Comprendere la composizione di un quattro possibilità e la frutta per la q

## Analisi del compito

- Comprendere che si tratta di suddividere

## Analisi del compito

- Comprendere che il 2 triangoli uguali (p

## Analisi del compito

- Comprendere che

## Analisi del compito

- Comprendere la ripartizione d numeri, Luigi ha tutti i primi, E

## Analisi del compito

- Comprendere l'organizz vengono lette il doppic

## Analisi del compito

- Comprendere dalla lettura del testo,

## Analisi del compito

- Comprendere il testo ed appropriarsi della situazione

## **5. GHIOTTONI** (Cat. 3, 4, 5)

I quattro bambini Bianchi hanno avuto oggi, a fine pranzo, tutti un dolce diverso.

Sonia e i due gemelli non hanno voluto il gelato alla fragola.

Cecilia ha inzuppato il dito nel budino al caramello di sua sorella. Bernardo, il più piccolo, ha trovato questo molto divertente.

Uno dei maschi ha rovesciato una parte della sua crema al cioccolato mentre litigava con suo fratello.

**Qual è il dolce che Federico ha mangiato?**

**Chi ha mangiato la crostata di mele?**

Spiegate come avete trovato le vostre risposte e perché pensate che siano giuste.

---

Quali sono i dati? Ci sono numeri? Servono per risolvere il problema?

E' un problema di matematica? Perché?

Ci sono parole chiave? Se sì, servono per risolvere il problema?

Ci sono dati inutili? Sovrabbondanti? Nascosti?

Leggiamo le domande: cosa contengono? La domanda fa parte della storia?

«Tutti» è usato con il significati di ognuno: si capisce?

Ci sono parole sovrabbondanti?

Il contesto è vicino al bambino? E' accattivante?

I solutori possono immedesimarsi nei protagonisti?

Il plurale «gemelli» porta a pensare a due maschi: il fatto che siano 1 maschio ed 1 femmina destabilizza?

La risoluzione mette in gioco la capacità argomentativa dei bambini?

Potrebbe essere una situazione da proporre per la valutazione?

Valutare: cosa? Come?

Primo step:

lettura e comprensione del testo,  
appropriazione della situazione!



## 5. GHIOTTONI (Cat. 3, 4, 5)

I quattro bambini Bianchi hanno avuto oggi, a fine pranzo, tutti un dolce diverso. Sonia e i due gemelli non hanno voluto il gelato alla fragola. Cecilia ha inzuppato il dito nel budino al caramello di sua sorella. Bernardo, il più piccolo, ha trovato questo molto divertente. Uno dei maschi ha rovesciato una parte della sua crema al cioccolato mentre litigava con suo fratello. Qual è il dolce che Federico ha mangiato? Chi ha mangiato la crostata di mele? Spiegate come avete trovato le vostre risposte e perché pensate che siano giuste.

**Testo molto denso di informazioni, non di numeri da assemblare!**



RISPOSTA

ALL'INIZIO PENSAVAMO CHE SONIA AVESSSE MANGIATO LA CROSTATA DI MELE E BERNARDO NON AVESSSE MANGIATO NIENTE, CECILIA IL BUDINO E FEDERICO LA CREMA AL CIOCCOLATO.

POI SIAMO ANDATI A RILEGGERE IL PROBLEMA E CI ERA SUBITO CHE TUTTI AVEVANO MANGIATO UN DOLCE QUINDI BERNARDO HA MANGIATO LA CROSTATA DI MELE  
FEDERICO LA CREMA AL CIOCCOLATO  
CICILIA IL GELATO ALLA FRAGOLA  
E SONIA IL BUDINO AL CARAMELLO

ALLA FINE FEDERICO HA MANGIATO LA CREMA AL CIOCCOLATO.

E LA CROSTATA DI MELE L'HA MANGIATA BERNARDO.

POI ABBIAMO CAPITO CON LA CONTROVERIA CHE I GEMELLI SONO CECILIA E FEDERICO.

QUINDI ANDANDO PER ESCLUSIONE BERNARDO HA MANGIATO IL GELATO ALLA FRAGOLA.

CECILIA LA CROSTATA, FEDERICO LA CREMA AL CIOCCOLATO E SONIA HA MANGIATO IL BUDINO AL CARAMELLO.

ALLA FINE FEDERICO HA MANGIATO LA CREMA AL CIOCCOLATO E LA CROSTATA DI MELE L'HA MANGIATA BERNARDO.

SONIA

BUDINO  
AL  
CARAMELLO



CECILIA - 1° GEMELLO

CROSTATA  
DI  
MELE?



BERNARDO

GELATO  
ALLA  
FRAGOLA



FEDERICO - 2° GEMELLO

?

CREMA  
AL  
GIOCCOLATO



Risposta: Non si possono trovare le risposte alle domande perché non ci sono abbastanza dati.

Rappresentazione e <sup>vi</sup> spiegazione

Cecilia: gelato alla fragola, perché visto che i bambini sono 4 e Sonia e i due gemelli non vogliono il gelato alla fragola. Quindi ~~il~~ Cecilia mangia il gelato.

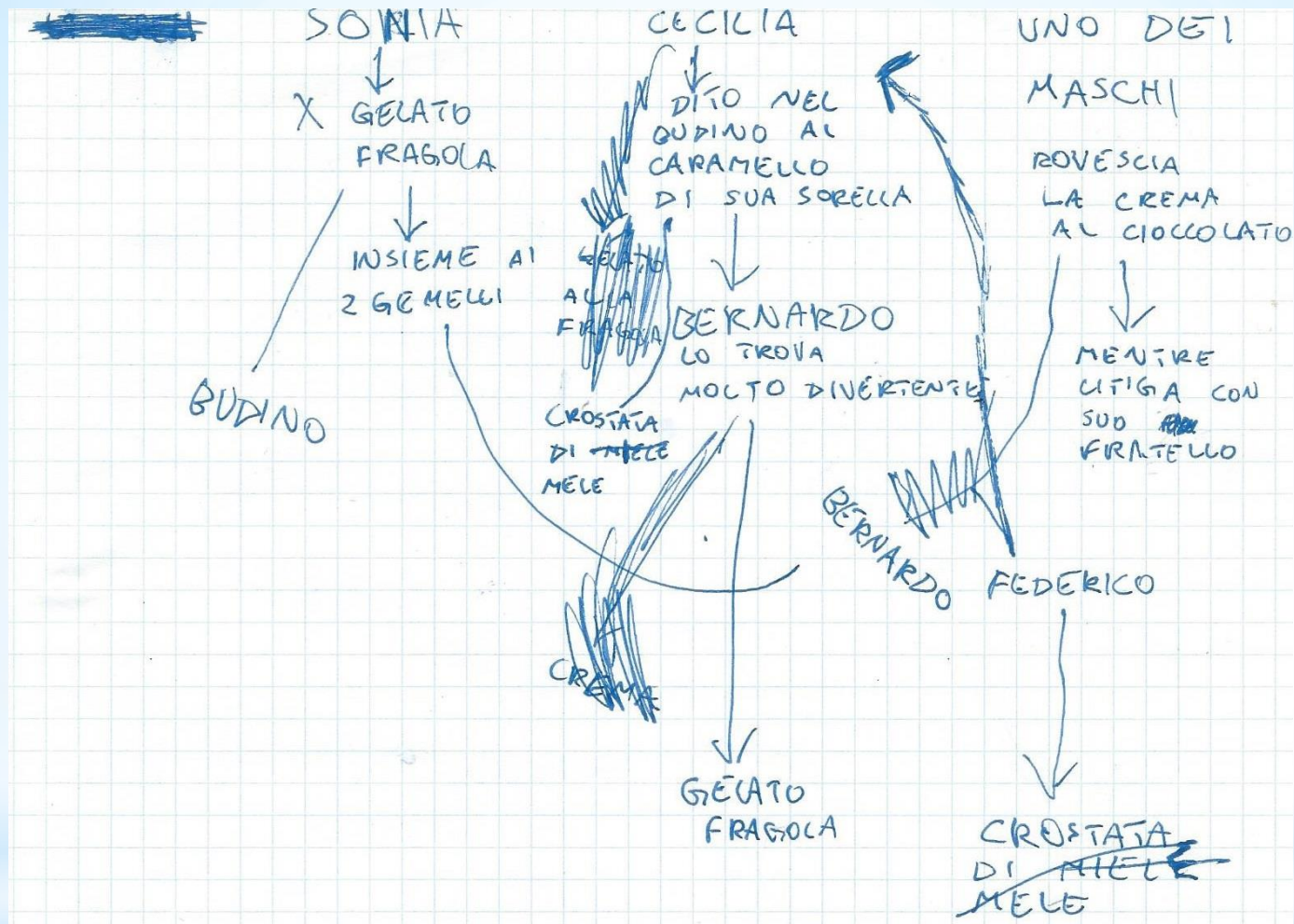
Sonia: budino al caramello, perché <sup>Cecilia</sup> ~~Sonia~~ ha inzuppato il dito nel budino al caramello, ~~perché~~ di sua sorella e visto che ci sono solo due bambine e quindi era ~~sonia~~ Cecilia ha inzuppato il dito nel budino.

~~Non~~ Non abbiamo trovato ~~Ben~~ che dice avevano  
~~Bernard~~ i due gemelli: Bernardo e Federico.

Perché, il problema non ha dato tante informazioni.

Perciò sappiamo che i gemelli hanno sia la crostata alle mele (un bambino)

(e l'altro) e la crema al cioccolato



SPIEGAZIONE      RISPOSTA  
 FEDERICO MANGIA LA CREMA AL CIOCCOLATO E  
 CECILIA MANGIA LA CROSTATA DI MELE

# CONCEZIONE ALTERNATIVA DEGLI ERRORI

Sono parte inevitabile ed integrante dell'apprendimento, sorgente preziosa di informazioni sui processi cognitivi.

Lo studio di un errore ha un valore educativo: lo studente può rendersi conto che **gli errori non sono inutili**, da eliminare o comunque da evitare, non devono essere considerati eventi sfortunati che generano frustrazione.

Lo studente può sentirsi incoraggiato a "rischiare" nelle risposte, perché **non giudicato** ed imparare così ad apprezzare il contenuto informativo dei propri errori.



## MAZZI DI FIORI (CAT. 3-4)

Margherita, la fioraia, ha 55 rose e 70 tulipani. Con questi fiori prepara dei mazzi composti ciascuno da 3 rose e 4 tulipani.

**Quanti mazzi potrà preparare al massimo Margherita?**

**Quanti fiori di ogni tipo le restano?**

Spiegate il vostro ragionamento.

Procedimento ricorrente in più gruppi:

dividono il numero delle rose per 3 ed il numero dei tulipani per 4, ma poi sommano i due numeri trovati.

Dopo una discussione in classe e dopo aver capito l'errore, invito gli alunni a rileggere il testo per capire cosa **NON** era stato compreso: «Non abbiamo capito cosa voleva significare **CIASCUNO** in quella situazione»

### Ognuno, Qualcuno, Ciascuno e Nessuno

Questa è la storia di 4 persone,  
chiamate ognuno, qualcuno, ciascuno e nessuno.  
C'era un lavoro importante da fare e  
ognuno era sicuro che qualcuno lo avrebbe fatto.  
Ciascuno poteva farlo, ma nessuno lo fece,  
qualcuno si arrabbiò perché era il lavoro di ognuno.  
Ognuno pensò che ciascuno potesse farlo,  
ma nessuno capì che ognuno l'avrebbe fatto.  
Finì che ognuno incolpò qualcuno perché  
nessuno fece ciò che ciascuno avrebbe potuto fare.

Esaminare la soluzione trovata e controllare...

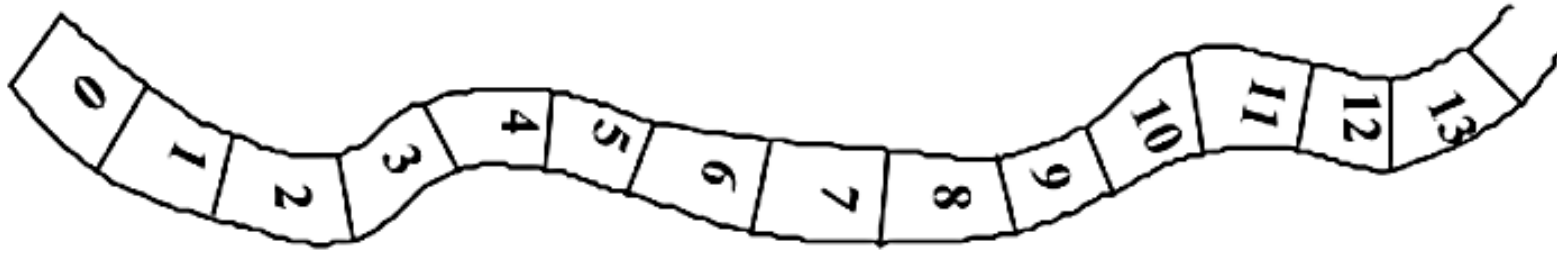
- C'è coerenza fra la soluzione e i dati, fra la soluzione e le relazioni tra i dati?
- E' possibile ottenere il risultato con un procedimento diverso?
- Il metodo seguito può applicarsi ad altri problemi?





## SALTANDO SALTANDO (3, 4, 5)

Una rana, un canguro e una lepre saltellano sulla «pista dei numeri»:



Partono tutti dalla casella 0.

La rana fa sempre salti da tre caselle (quindi con il primo salto arriva sulla casella 3), il canguro fa sempre salti da sei caselle e la lepre fa sempre salti da quattro caselle.

Con l'ultimo salto ogni animale arriva sulla casella finale del percorso.

Ciascun animale lascia le proprie impronte sulla casella su cui poggia le zampe.

Terminato il gioco, ci sono 9 caselle contenenti ciascuna impronte di tutti e tre gli animali.

**Indicate qual è il numero della casella finale della pista.**

**Spiegate come siete arrivati alla vostra risposta.**

## **ANALISI A PRIORI**

### **Ambito concettuale**

- Aritmetica: multipli, sequenze numeriche

### **Analisi del compito**

- Considerare che la rana, la lepre e il canguro dopo ogni salto arrivano in caselle contrassegnate, rispettivamente, con numeri multipli di 3, di 4 e di 6
- Indicare in una tabella o su un nastro le caselle su cui ogni animale lascia le proprie impronte (con colori o lettere) e constatare che le caselle con le impronte dei tre animali sono quelle dei multipli di 12 (minimo comune multiplo tra 3, 4 e 6). Dedurre che, contando la casella di partenza contrassegnata con lo 0, l'ultima casella del percorso deve avere il numero 96 ( $8 \times 12$  o  $12 + 12 + 12 + \dots$ )
- Oppure disegnare un nastro dei numeri e indicare le tracce degli animali e per conteggio delle 9 caselle che hanno i tre tipi di tracce, trovare che l'ultima casella è quella del numero 96

**Livello:** 3 - 4 - 5

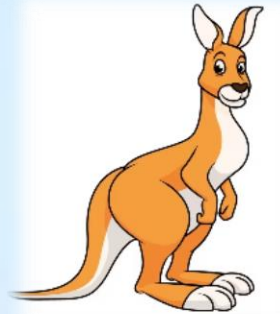
**Origine :** Siena e incontro di Parma

Classe quarta: leggiamo e **ORALMENTE** raccogliamo osservazioni, chiedo di **NON** risolvere il problema:

- La rana si ferma sulle caselle 0, 3, 6, 9,....
- Il canguro sulle caselle 0, 6, 12 ....

**QUINDI**

- Il canguro si incontra con la rana in ogni suo salto, la rana invece si incontra con il canguro **una volta sì e una no**
  - La lepre si ferma sulle caselle 0, 4, 8, ...
- QUINDI**
- I tre animali si incontreranno solo su numeri pari perchè i multipli di tre sono P/D, quelli del 4 e del 6 sono sempre pari.



- Lo zero è il primo numero in cui lasciano le impronte? Rileggiamo il testo per rispondere

**Lasciano le tre impronte sul 12 e poi ogni 12**

- Risolviamo: troviamo 9 multipli di 12.....

Per analogia, chiedo di non risolvere subito ma di capire questo secondo problema all'interno del gruppo.

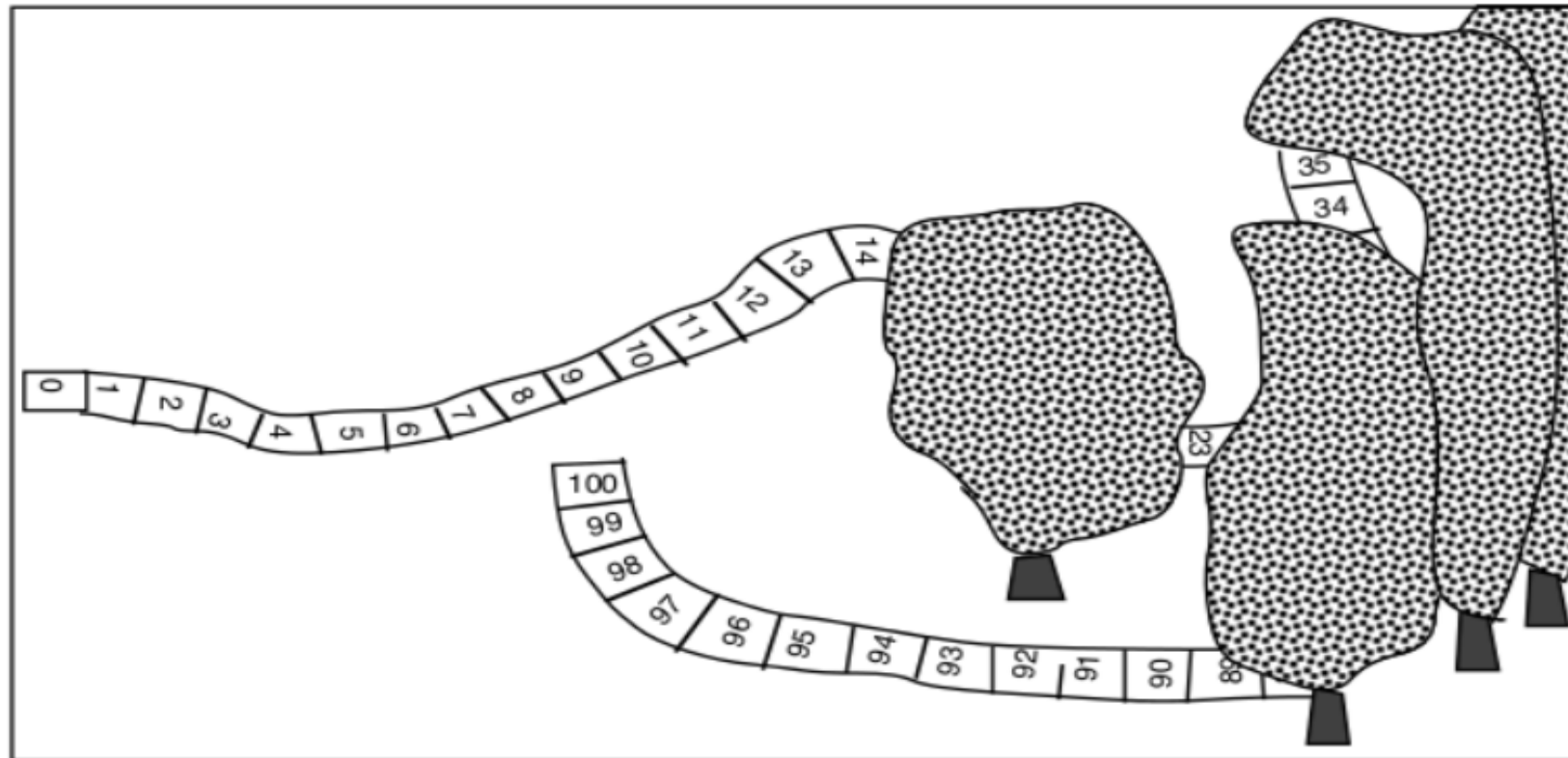


## PASSI DA GIGANTE (3, 4)

Mauro e Fabrizio disegnano in giardino un percorso con caselle numerate da 0 a 100.

Partono tutti e due dalla casella 0.

Mauro salta poi di 5 in 5 e Fabrizio di 3 in 3.



**Su quali caselle possono incontrarsi?  
Spiegate il vostro ragionamento.**

- Partono da 0
- Si incontreranno su caselle pari e dispari
- $3 \times 5 = 15$ , si incontreranno ogni 15 caselle.

E poi si parte con la soluzione.

Durante queste attività ad un certo punto un alunno riferisce questo aneddoto di Einstein, segno che ha colto quello che volevo trasmettere:

**Se avessi un'ora per risolvere un problema da cui dipende la mia stessa vita, userei i primi 55 minuti per definire il problema in modo chiaro e 5 a trovare la soluzione**  
*(Albert Einstein)*

**Prendendo spunto da questo stimolo riflettiamo sul nostro operato**

# RUOLO DEL PENSIERO ANALOGICO

L'essenza del pensiero analogico è il trasferimento di una conoscenza da una situazione ad un'altra.

Una qualunque analogia implica un recupero di informazioni già interiorizzate e dà un suggerimento per iniziare il processo di riattivazione delle stesse.

L'analogia diventa strumento di forte potenzialità generatrice nella risoluzione di problemi.

**DA UN PROBLEMA AD UNA CLASSE DI  
PROBLEMI  
PROBLEMI SIMILI ... MA DIVERSI  
PROBLEMI ANALOGHI... MA NON UGUALI**

Problema proposto come allenamento alla seconda prova:  
resta uno degli ultimi problemi non ancora consegnati, in  
tanti bambini si avvicinano per aiutare, qualcuno dice :“E'  
impossibile”

26° RMT

PROVA II

marzo-aprile 2018

©ARMT 2018

### **5. POKEMON** (Cat. 3, 4, 5)

Andrea e Giacomo hanno da poco iniziato a collezionare le figurine dei Pokemon.

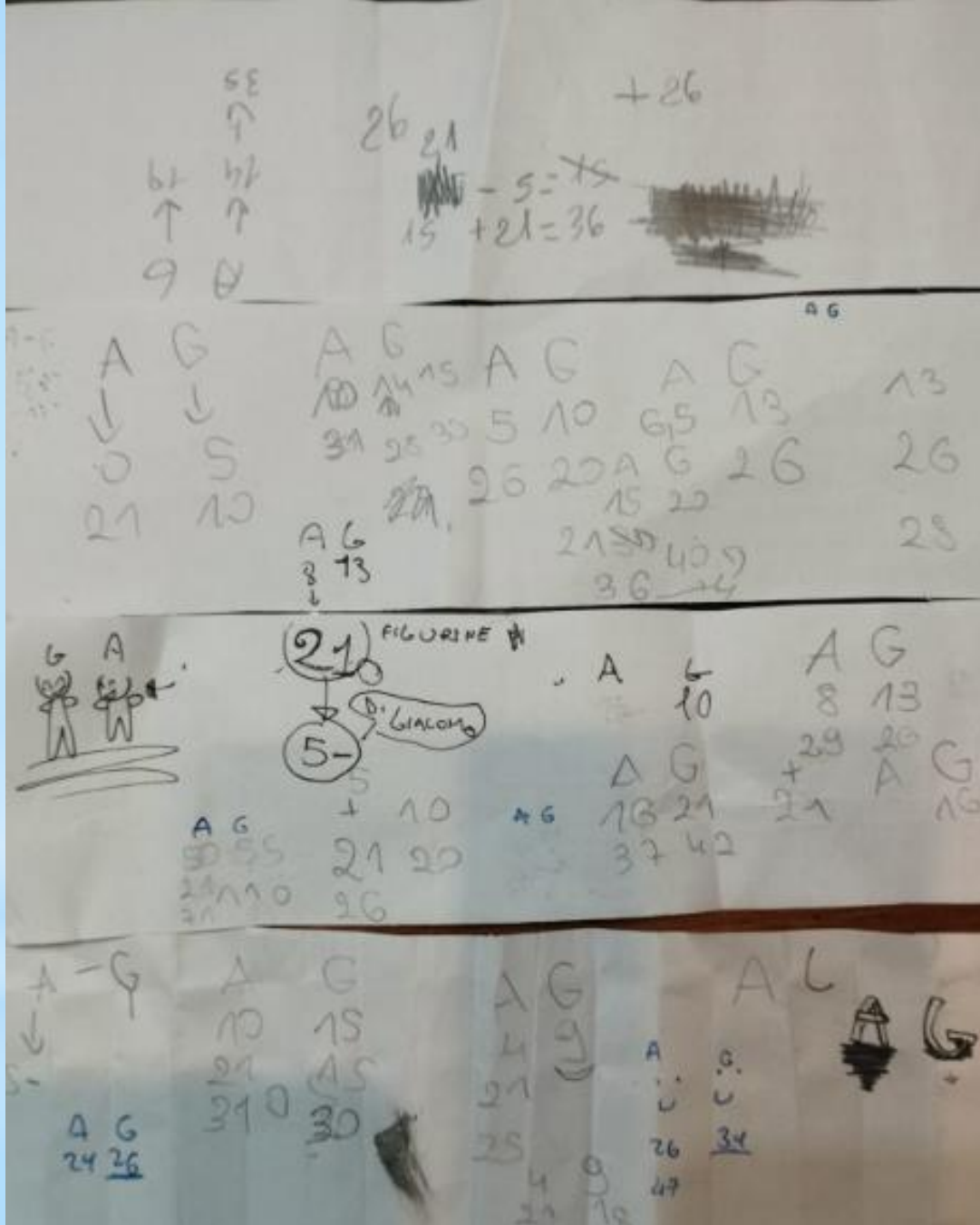
Ieri Andrea aveva 5 figurine in meno di Giacomo.

Oggi Giacomo ha ancora lo stesso numero di figurine che aveva ieri, invece Andrea ne ha ricevute in dono 21 e ora ha il doppio del numero di figurine di Giacomo.

**Quante figurine ha oggi Andrea?**

**Mostrate come avete trovato la vostra risposta.**





Tentativi non fruttuosi: cercano i numeri, provano con addizioni (+21, -5), c'è anche l'opzione 6,5 figurine!!!!

Si evidenzia una difficoltà a raccontare il problema ai compagni, durante la successiva conversazione in classe sui problemi affrontati....

Forse non è stato compreso?



Durante la lettura del testo alla classe, nel momento collettivo di confronto, un alunno che non aveva letto il problema durante la simulazione perchè impegnato in un altro gruppo, osserva

“La risposta non la so però so che il numero delle figurine che aveva ieri Andrea era un numero dispari perchè se deve risultare un numero doppio di un altro, questo deve essere pari, ma se lo ricavo sommandolo ad un dispari (dispari più dispari fa pari) nei tentativi devo considerare **per Andrea solo i numeri dispari**”

Oppure:

Procedere con uno studio sistematico dei numeri a partire da 1.

La procedura può essere migliorata osservando che i numeri pari non vanno bene perché addizionati ad un numero dispari (21), danno luogo ad un numero dispari, quindi non divisibile per 2.

# METACOGNIZIONE

E' stata dimostrata una relazione molto stretta fra metacognizione e comprensione.

## CONTROLLO METACOGNITIVO



- PADRONEGGIARE LE PROPRIE AZIONI
- CONSAPEVOLEZZA
- MONITORAGGIO DELLA COMPrensIONE

**9. I COMPAGNI DI GIUDITTA** (Cat. 5, 6) ©ARMT.2005 - 13° - II prova

Giuditta ha notato che, nella sua classe, ci sono alcuni alunni che hanno i capelli neri e gli occhi azzurri. Poiché Giuditta è curiosa di natura, si mette ad osservare tutti gli alunni delle quattro classi della sua scuola.

Dopo qualche giorno, scopre che:

- la metà degli alunni sono maschi
- un terzo degli alunni hanno i capelli neri
- dividendo il numero degli alunni della scuola per 7, si trova il numero degli alunni che hanno gli occhi azzurri,
- in ciascuna classe, ci sono almeno 20 alunni ma non più di 30.

**Quanti sono gli alunni delle classi osservate da Giuditta che non hanno gli occhi azzurri?**

**Spiegate come avete trovato la vostra soluzione.**

- Noi abbiamo iniziato a calcolare in tutto quanti alunni ci possono essere in tutte le quattro classi, abbiamo capito che il minimo di alunni è di 80 perché sappiamo che in ogni classe ci sono minimo 20 alunni e quindi lo abbiamo moltiplicato per 4. Il massimo di alunni in tutto è 120 perché visto che il massimo di alunni in ogni classe è di 30 per cui  $30 \times 4 = 120$ .
- Dopodiché abbiamo subito capito che sicuramente sarà un numero PARI, perché se la metà degli alunni sono maschi vuol dire che deve essere *divisibile per 2*.
- Poi abbiamo capito che deve essere *pure divisibile per 3 e per 7* perché **nel testo lo dice**.
- Poi siamo andati a tentativi, iniziando da 80 e facendo :7.
- In questo modo abbiamo trovato 84, perché gli altri numeri non erano divisibili per 3 o per 7 è l'unico rimasto era 84.
- Perciò abbiamo diviso 84 per 7 e abbiamo trovato 12 così abbiamo fatto  $84 - 12$  per trovare quanti bambini non hanno gli occhi azzurri. I bambini che non hanno gli occhi azzurri sono 72.

---

## **ANALISI A PRIORI**

### **Ambito concettuale**

- Aritmetica: frazioni, multipli, divisibilità, confronto di numeri

### **Analisi del compito**

- Capire che il numero degli studenti deve essere un multiplo di 2, di 7 e di 3 e quindi di 42 che è il loro m.c.m.: 42, 84, 126, 168,.....
- Esaminare i numeri precedenti (multipli) in rapporto ai valori 80 (20x4) e 120 (30x4), che sono il minimo e il massimo possibili di allievi
- Concludere che gli studenti osservati sono in tutto 84, e che quindi  $84 - (1/7) 84 = 72$  (oppure  $(6/7) 84$ ) è il numero degli allievi che non hanno gli occhi azzurri.

Oppure (per gli allievi che non conoscono il m.c.m.)

- Situare il numero degli alunni tra 80 e 120 (secondo l'ultima indicazione), poi cercare in questo intervallo numeri che sono divisibili per 7 (a partire da 70 o 77: 84, 91, 98, 105, 112 e 119), eliminare quindi i dispari (restano solo 84, 98 e 112) e trovare che 84 è il solo numero ancora in lista che è divisibile per 3.
- Calcolare come in precedenza il numero degli allievi che hanno gli occhi azzurri:  $84 : 7 = 12$  e sottrarre questo risultato da 84 per conoscere il numero degli allievi che non hanno gli occhi azzurri.

### **Soluzione**

Soluzione corretta (72) con giustificazione e dettaglio dei calcoli

**Livello:** 5 - 6

**Origine:** Parma

#### **4. LA VALIGIA NUOVA** (Cat. 3, 4, 5)

Mario deve fare un viaggio, ha comprato una nuova valigia con le ruote e ha inserito un codice nel lucchetto.

Chiude il lucchetto senza prendere nota del codice, ma ricorda che:

- è un numero di sei cifre che possono ripetersi;
- la somma delle cifre è 38;
- la quarta cifra è doppia della seconda, la quinta è il triplo della seconda, la prima è quadrupla della seconda.

**Qual è il codice che permette a Mario di aprire il lucchetto?**

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**

## ANALISI A PRIORI

### Compito matematico

Ricerca di un numero naturale di sei cifre conoscendo la loro somma, le loro posizioni e alcuni rapporti tra esse. L'appropriazione consiste nel leggere le informazioni dell'enunciato sulle cifre, notare che la prima, seconda, quarta e quinta sono diverse poiché rispettivamente multipli di 2 e che sono la terza e la sesta che potrebbero essere uguali.

Comprendere che il doppio, il triplo e il quadruplo della seconda dovrebbero essere numeri di una sola cifra.

### Risoluzione

- Osservare che le relazioni date si riferiscono alla seconda cifra e che si potrà partire da questa per una procedura per tentativi successivi
- Costatare che questa seconda cifra deve essere minore di 3 (perché altrimenti il suo quadruplo sarebbe un numero di due cifre) e che ci sono dunque solo due tentativi da fare: 1 o 2
  - 1 condurrebbe a  $4 \ 1 \_ 2 \ 3 \ \_ \_$  che non permetterebbe di ottenere una somma delle cifre di 38
  - 2 conduce a  $8 \ 2 \_ 4 \ 6 \ \_ \_$  che non può essere completata da due cifre 9 per ottenere una somma delle cifre di 38
- La risposta è dunque  $8 \ 2 \ 9 \ 4 \ 6 \ 9$ .

### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta "829469" con spiegazione chiara e completa (che menzioni i tentativi e dia almeno una soluzione che è stato necessario scartare, con la verifica della somma 38)
- 3 Risposta "829469" con spiegazione incompleta o soltanto una verifica della somma 38
- 2 Risposta "829469" senza alcuna spiegazione oppure un altro numero con un errore (di calcolo o di disposizione delle cifre)
- 1 Inizio di ricerca (tentativi che non tengano conto di tutte le relazioni o soltanto della somma delle cifre 38)
- 0 Incomprensione del problema

**Categorie:** 3, 4, 5

**Origine:** Cagliari



## Elaborato della seconda prova

4 LA VALIGIA NUOVA (Cat. 3, 4, 5) 4011

In ciascuna delle sei caselle del lucchetto della sua nuova valigia, Mario deve inserire un numero ad una sola cifra: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

8	2	9	4	6	9
---	---	---	---	---	---

- la somma dei sei numeri è 38;
- il quarto numero è il doppio del secondo;
- il quinto numero è il triplo del secondo;
- il primo numero è il quadruplo del secondo.

Qual è il codice che permetterà a Mario di aprire il lucchetto?  
Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

IL CODICE CHE PERMETTERA A MARIO DI APRIRE LA VALIGE È 829469.

NOI ABBIAMO TROVATO LA RISPOSTA ~~829469~~

PRIMA VOLEVAMO TROVARE LA RISPOSTA FACENDO A TENTATIVI, MA POI ABBIAMO CAPITO CHE DOVEVAMO TROVARE DELLE "REGOLE". COSÌ ABBIAMO CAPITO CHE PRIMA DI PROVARE CON NUMERI A CASO DOVEVAMO TROVARE 6 NUMERI CHE FACCESSERO 38. DOPO TANTI TENTATIVI ABBIAMO SCOPERTO CHE DOVEVA NO ESSERE ~~UN NUMERO PARI E 2 DISPARI~~

IL NUMERO PIÙ GRANDE DA UNA SOLA CIFRA È DISPARI, QUINDI SE UNISCI 4 PARI + PARI + PARI + PARI + DISP + DISP = PARI.

POI ABBIAMO CAPITO UN'ALTRA COSA: CHE CI DEVONO PER FORZA ESSERE 2 UGUALI PERCHÉ IL TESTO CI FA CAPIRE IL SOLO IL POSTO DI 4 NUMERI QUINDI SE GLI ALTRI DUE SONO DIVERSI, CI SAREBBERO 2 SOLUZIONI.

Prima volevamo trovare la risposta facendo dei tentativi, ma poi abbiamo capito che dovevamo trovare delle "regole".

Così abbiamo capito che prima di provare con numeri a caso dovevamo trovare 6 numeri che facessero 38. Dopo tanti tentativi abbiamo scoperto che dovevano essere 4 pari e 2 dispari. Questo perché il numero più grande è dispari, quindi se unisci  $P+P+P+P+D+D=PARI$

Poi abbiamo capito un'altra cosa: ci devono essere per forza 2 numeri uguali perché il testo ci fa capire solo il posto dei 4 numeri, quindi se gli altri 2 sono diversi ci sarebbero 2 soluzioni.

## Per sviluppare la comprensione è utile

- proporre attività finalizzate al riconoscimento di un problema da un non problema
- far inventare «problemi»
- esercitare il riconoscimento dei dati importanti e di quelli ininfluenti
- invitare a fare uso frequente della verbalizzazione (rilettura, ripetizione, riassunto della situazione problematica)
- modificare l'impostazione sintattica del testo del problema, utilizzando le forme espressive, colloquiali usate comunemente dai bambini
- proporre molte attività che comportino la scelta fra due/tre opzioni (soluzioni)
- favorire l'abitudine a una rappresentazione (mentale e grafica)
- insegnare precocemente forme di rappresentazione schematica

- favorire il confronto fra problemi diversi, soprattutto mediante il ragionamento ad alta voce
- potenziare la capacità di categorizzare (pensiero analogico) mediante l'invenzione di testi e problemi simili o diversi
- incoraggiare, premiare l'abitudine alla riflessione preliminare, individuale, collettiva, in piccolo gruppo
- invitare i bambini a esprimere verbalmente la strategia che intendono seguire
- incoraggiare il confronto fra strategie diverse
- potenziare l'abitudine a interrogarsi sui risultati attesi (capacità di stima)
- favorire la riflessione ad alta voce, il lavoro e il confronto a coppie o a piccoli gruppi di alunni, la valutazione reciproca
- valutare positivamente l'autocorrezione, anche se non dovesse dare inizialmente risultati di effettiva esattezza.

PRATICAMENTE.....

➤ INCORAGGIARE LE **ATTIVITA' MANIPOLATIVE**

➤ **Immaginate la situazione**, rappresentatela come ritenete opportuno.

➤ Di chi si parla? Cosa fa? Perché?

➤ E' chiara la situazione? Raccontami la storia con le tue parole, mima i gesti...

➤ Quali sono gli elementi, le relazioni tra gli elementi, gli scopi da raggiungere?

➤ Cosa occorre individuare? **Cosa chiede la domanda?**

➤ Spiega come hai fatto ... **Convincici...** Siete d'accordo? Perché?

**FARE TANTE DOMANDE, LASCIARE IN SOSPESO I PROBLEMI,**

**NON AVERE FRETTA DI AVERE LE RISPOSTE**





**BUON  
LAVORO!**

...ci auguriamo  
che nessuno ci  
privi del nostro  
**entusiasmo...**