1° RM **SECONDA PROVA** **marzo/aprile 2025**

Titolo		***Livello***								***Ambito matematico***
1	Al parco giochi	3								Numeri/Spazio e figure
2	Saltellando nel bosco	3	4							Numeri
3	Il salvadanaio (I)	3	4							Numeri
4	Spettacolo di fine anno	3	4							Numeri/Spazio e figure
5	Bicchieri per la festa	3	4	5						Numeri
6	Giocando con le lettere		4	5	6					Relazioni/Combinatoria
7	Il salvadanaio (II)			5	6					Numeri
8	Il cartellone			5	6	7				Spazio e figure
9	Il computer			5	6	7				Numeri/Relazioni
10	Tre amici			5	6	7				Logica/Relazioni
11	Lavori in casa				6	7	8			Numeri/Proporzionalità
12	Il salvadanaio (III)					7	8			Numeri
13	Al parco					7	8	9	10	Numeri/Relazioni
14	Il Labirinto						8	9		Numeri/Spazio e figure
15	Il torneo di scacchi						8	9	10	Relazioni/Algebra
16	Vacanza in Bulgaria						8	9	10	Numeri/Relazioni/Algebra
17	Il contenitore nello yacht							9	10	Geometria solida
18	Anna e le aiuole							9	10	Spazio e figure/Relazioni e funzioni
19	Robot in giardino								10	Spazio e figure/Relazioni e funzioni
	Numero problemi	5	5	6	6	6	6	6	6	

1. IL PARCO GIOCHI (Cat. 3)

Il parco giochi di Matelandia ha la forma di un rettangolo.
Lungo tutto il contorno sono stati piantati degli alberi.
Su ciascun vertice è stato piantato un albero.
Su ogni lato corto ci sono sei alberi.
Il numero di alberi sul lato lungo supera di uno il numero degli alberi piantati sul lato corto.

Quanti alberi ci sono sul contorno del parco giochi?

Spiegate come avete ragionato per trovare la risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare il numero di elementi disposti lungo il contorno di un rettangolo secondo le indicazioni fornite.

Appropriazione del compito

Capire che il parco giochi è interamente circondato da alberi e che quattro di questi sono disposti sui vertici del suo contorno. Comprendere che gli alberi sui vertici vanno contati una sola volta.

Possibili strategie

Strategia n. 1
Poiché su ogni lato lungo del parco c'è un albero in più rispetto a quelli che sono stati piantati su ogni lato corto si deduce che su ogni lato lungo ci sono 7 = (6 +1) alberi. Rendersi conto che eseguendo l'addizione 6 + 7 + 6 + 7 = 26 si contano due volte gli alberi posti sui vertici. Sottrarre quindi 4 al numero ottenuto: 26 – 4 = 22.

Strategia n. 2
Procedere disegnando il rettangolo che rappresenta la pianta del parco e disporre gli alberi nei vertici e sui lati in modo tale che sui lati corti ce ne siano 6 e sui lati lunghi uno in più. Procedere al conteggio degli alberi uno ad uno.

Strategia n. 3
Capire, eventualmente aiutandosi con un disegno, che, se si contano 6 alberi sui lati corti si sono già contati anche gli alberi sui vertici e quindi, per avere il numero totale degli alberi piantati, basta aggiungere gli alberi che stanno sui lati lunghi tolti quelli dei vertici, cioè 5 su ogni lato: 6 + 6 + 5 + 5 = 22. Analogamente si può partire dal conteggio degli alberi sui lati lunghi: 7 + 7 + 4 + 4 = 22.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta: “Lungo il contorno del parco giochi ci sono 22 alberi” con spiegazione chiara e completa del procedimento seguito (aritmetico o grafico, con conteggio degli alberi su ciascun lato)

3 Risposta corretta, ma con spiegazione incompleta o poco chiara, oppure con un disegno poco preciso, dal quale però si evince che gli alunni hanno capito la relazione fra il numero degli alberi sui due lati diversi e hanno capito che l’albero posto sul vertice non va contato due volte
oppure procedimento corretto con spiegazione completa, senza però formulare la risposta in modo esplicito

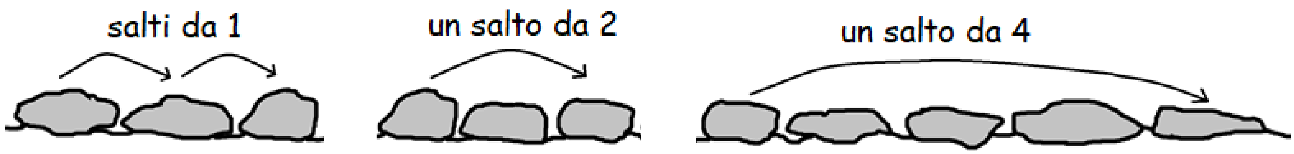
2 Ragionamento documentato anche con un disegno (gli alunni hanno capito che gli alberi sui quattro vertici vanno contati una volta sola) con risposta errata dovuta ad un errore di calcolo o di conteggio

1 Risposta 26, dovuta a non aver compreso che gli alberi posti ai vertici non vanno contati due volte
oppure inizio di ragionamento corretto

0 Incomprensione del problema

2. SALTELLANDO NEL BOSCO (Cat. 3, 4)

In un bosco fantastico, gli gnomi giocano a saltellare su dei sassi posti lungo un sentiero. I sassi sono disposti alla stessa distanza fra loro e gli gnomi li hanno numerati. Ogni gnomo parte da un sasso a caso e fa salti sempre della stessa lunghezza, lasciando le proprie impronte.



Una pioggia improvvisa ha cancellato tutte le impronte, tranne due che sono ancora visibili sui sassi numero 37 e 49 e che appartengono allo gnomo Alex.

Trovate quanto possono essere lunghi i salti dello gnomo Alex e scrivete tutte le possibilità.

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare tutti i divisori del numero 12.

Appropriazione del compito

Comprendere la situazione descritta nell'enunciato: capire che lo gnomo Alex come tutti gli altri gnomi fa salti sempre della stessa lunghezza; capire che la lunghezza dei suoi salti deve essere tale da calpestare il sasso numero 37 e arrivare fino al sasso numero 49.

Possibili strategie

Strategia n. 1

Lo gnomo Alex ha lasciato le sue impronte sui sassi 37 e 49, quindi 12 (49 − 37)) è la distanza fra i due sassi. La lunghezza dei suoi salti deve essere quindi un numero divisore di 12. I salti possono quindi essere lunghi 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Strategia n. 2

Rappresentare i tredici sassi (dal 37 al 49 compresi) e osservare che con 12 piccoli passi da 1 lo gnomo arriva dal sasso numero 37 al 49 trovando così una soluzione. Poi procedere per tentativi: provare se dal sasso 37 si arriva al sasso 49 con passi da 2, poi con passi da 3, poi da 4 e così via fino a verificare che con passi da 5 non si raggiunge il 49 e con passi maggiori di 6 si supera o non si arriva alla meta. E' anche possibile fare un unico passo da 12 arrivare a 49.

Strategia n. 3

Mediante una rappresentazione grafica (tabella o altro schema) o con dei tentativi, partendo da 37 e scegliendo ad esempio la lunghezza 2 trovare che 2 × 6 = 12 e 37 + 12 = 49, quindi 2 è una delle possibilità; nello stesso modo trovare che la lunghezza del salto può essere anche 3, 4, e così via fino all'unico salto di lunghezza 12.

Strategia n. 4

Fare l'elenco dei numeri e rappresentare con grafi o con schemi tutte le possibilità:
partendo da 37 con salti da 1 arrivo a 49? Sì, dodici salti da 1
Con salti da 2? Si, sei salti da 2
Con salti da 3? Sì, quattro salti da 3
Con salti da 4? Sì, tre salti da 4

Con salti da 5? No
Con salti da 6? Sì, due salti da 6
Con salti da 7, 8, 9, 10, 11? No
Con salti da 12? Sì, un salto da 12

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta “I salti dello gnomo Alex possono essere lunghi 1, 2, 3, 4, 6, 12” con spiegazione chiara e completa (operazioni aritmetiche o rappresentazioni grafiche)

3 Le sei possibilità con spiegazione incompleta o poco chiara
oppure 4 o 5 possibilità con spiegazione corretta

2 4 o 5 possibilità con spiegazione incompleta
oppure 2 o 3 possibilità con spiegazione corretta
oppure, per tutte e sei le possibilità, indicazione (schema, disegno…) dei sassi su cui salta lo gnomo senza esplicitare la lunghezza dei salti

1 Le sei possibilità senza alcuna spiegazione, né verifica
oppure inizio di ragionamento corretto (per esempio, una sola possibilità con salti della stessa lunghezza, con partenza da 37 e arrivo a 49)

0 Incomprensione del problema

3. Il SALVADANAIO (I) (Cat. 3, 4)

Oggi finalmente Aurora può aprire il suo salvadanaio! Trova 12 banconote, alcune da 20 euro, altre da 10 euro.

Conta tutti i soldi risparmiati e scopre che nel suo salvadanaio ci sono 160 euro.

Quante sono le banconote di ciascun tipo?

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare due numeri interi positivi n e m tali che $n + m = 12$ e che $10\,n + 20\,m = 160$

Appropriazione del compito

Capire che nel salvadanaio c'è almeno una banconota per ciascun valore. Comprendere che occorre cercare i multipli di 10 e di 20 la cui somma sia 160.

Possibili strategie

Strategia n. 1

Organizzare una ricerca: se ci fosse soltanto una banconota da 10, ce ne sarebbero undici da 20, quindi in totale 230, se fossero due da 10 e dieci da 20 il totale sarebbe 220 … Procedere così fino ad arrivare all'unica soluzione: quattro banconote da 20 e otto da 10.

Strategia n. 2

Organizzare una ricerca e accorgersi che le banconote da 10 devono necessariamente essere in numero pari e quindi considerare solo le possibilità che ne derivano.

Le due strategie possono essere visualizzate con uno schema, una serie di calcoli o con una tabella come ad esempio la seguente:

Banconote da 10 valore	2 20	4 40	6 60	**8** **80**	10 100	…
Banconote da 20 valore	10 200	8 160	6 120	**4** **80**	2 40	…
Valore totale	220	200	180	**160**	140	…

Capire che la soluzione "8 banconote da 10 e 4 da 20 euro" è l'unica possibile, perché aumentando il numero delle banconote da 10 e quindi diminuendo il numero delle banconote da 20, il valore complessivo delle banconote diminuisce.

Strategia n. 3

Ipotizzare che tutte le banconote siano da 10 euro (o, simmetricamente, da 20 euro). In tal caso Aurora avrebbe 120 euro. Poiché ha 160 euro, $160 - 120 = 40$, è necessario allora che quattro banconote da 10 diventino banconote da 20. Pertanto, quattro banconote da 20 euro e le restanti otto da 10 euro.

Strategia n. 4

Ipotizzare che il numero delle banconote da 10 euro sia lo stesso del numero di quelle da 20 euro. In tal caso Aurora avrebbe 180 euro. Poiché ne ha 160, e $180 - 160 = 20$ rendersi conto che per compensare questa differenza è necessario che due banconote da 20 diventino due banconote da 10. Pertanto, ci saranno quattro banconote da 20 euro e le restanti otto da 10 euro.

Per ciascuna strategia può essere presente un'eventuale verifica aritmetica: $10 \times 8 = 80$, $20 \times 4 = 80$, $80 + 80 = 160$.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta "Otto banconote da 10 euro e quattro banconote da 20 euro" con spiegazione chiara e completa, inclusi possibili schemi, tabelle, calcoli…

3 Risposta corretta, con una spiegazione poco chiara o incompleta

2 Ragionamento corretto, che evidenzi il rispetto dei vincoli, ma risposta non corretta per errori di calcolo

oppure ragionamento corretto, ma senza risposta esplicita

1 Risposta corretta senza alcuna giustificazione

oppure risposta che tiene conto soltanto di uno dei due vincoli (12 banconote; 160 euro) con entrambi i tipi di banconote

oppure inizio di ragionamento corretto che metta in evidenza alcuni tentativi, considerando sia le banconote da 10 euro sia quelle da 20 euro

0 Tentativo che tiene in considerazione solo un tipo di banconote o incomprensione del problema

4. SPETTACOLO DI FINE ANNO (Cat. 3, 4)

La scuola di Giosuè ha organizzato uno spettacolo per la fine dell'anno scolastico.
In palestra sono state sistemate delle sedie, in file ben allineate.
Ogni fila è composta dallo stesso numero di sedie.
Giosuè si siede al suo posto e osserva:
- davanti a lui ci sono 7 file di sedie, dietro 5 file;
- alla sua destra ci sono 5 sedie e alla sua sinistra ce ne sono 6.

Quante sedie sono state sistemate in palestra?

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Calcolare il numero totale di oggetti disposti in righe e colonne conoscendo la posizione di uno degli oggetti.

Appropriazione del compito

Capire che le file allineate costituiscono uno schieramento e che occorre individuare il numero delle file e il numero delle colonne. Capire che la riga e la colonna corrispondenti all'oggetto di cui si conosce la posizione deve essere considerata nel conteggio.

Possibile strategia

Con un disegno, una tabella o con altre rappresentazioni, stabilire la posizione in cui è seduto Giosuè, nella sua fila:
5 + 1 + 6 = 12 sedie; disegnare quindi le 7 file che si trovano davanti e le 5 file che si trovano dietro: 7 + 1 + 5 = 13 file. Procedere al conteggio delle sedie contando singolarmente ogni sedia o capire che le sedie disposte costituiscono uno schieramento 13 × 12 ed eseguire la moltiplicazione 13 × 12 = 156.

						7					
						6					
						5					
						4					
						3					
						2					
						1					
6	5	4	3	2	1	GIOSUE'	1	2	3	4	5
						1					
						2					
						3					
						4					
						5					

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta "In palestra sono state sistemate 156 sedie" con spiegazione chiara e completa e/o con disegno corretto della disposizione delle sedie

3 Risposta corretta, ma con una spiegazione poco chiara o incompleta

2 Ragionamento corretto, che evidenzi il rispetto di tutti i vincoli, ma risposta non corretta per non più di due errori nel calcolo o nel conteggio delle sedie

1 Risposta corretta senza giustificazione, né disegno

oppure risposta errata per non aver tenuto conto del posto occupato da Giosuè

0 Incomprensione del problema

5. BICCHIERI PER LA FESTA (Cat. 3, 4)

Alice ha avuto l'incarico dalla mamma di comprare ai Grandi Magazzini esattamente 23 bicchieri per la sua festa. Il venditore le dice che il tipo di bicchiere che ha scelto è venduto in confezioni da tre o da quattro; se acquista esattamente 7 confezioni può avere uno sconto.

Quante confezioni da tre bicchieri e quante da quattro dovrà acquistare Alice, se vuole avere lo sconto?

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Scomporre il numero 23 nella somma di due prodotti $3n$ e $4m$ tali per cui $n + m = 7$ con n ed m interi positivi

Appropriazione del compito

Capire che il numero di bicchieri contenuti in una confezione è multiplo di 3 e nell'altra è multiplo di 4.
Capire che 23 non è multiplo né di 3 né di 4, quindi le 7 confezioni devono essere di tipo diverso.
Capire che si deve ottenere 23 come somma di un multiplo di 3 e di un multiplo di 4.

Possibili strategie

Strategia n. 1

Tenere conto simultaneamente dei due vincoli: le confezioni devono essere 7 e i bicchieri 23; costruire per esempio una tabella per organizzare la ricerca

Numero confezioni da 3	Numero confezioni da 4	Numero totale dei bicchieri	
1	6	3 + 24 = 27	NO
2	5	6 + 20 = 26	NO
3	4	9 + 16 = 25	NO
4	3	12 + 12 = 24	NO
5	2	15 + 8 = 23	SÌ
6	1	18 + 4 = 22	NO

Comprendere che la soluzione è unica: per avere 23 bicchieri con 7 confezioni, Alice deve acquistare 2 confezioni da quattro e 5 da tre.

Strategia n. 2

Elencare le coppie additive come nello schema seguente o in altra rappresentazione, del 23, verificare all'interno di ogni coppia se i due numeri sono multipli l'uno di 3 e l'altro di 4, verificare che le confezioni trovate siano 7

12	11
11	12
10	13
9	14
8	15

(2 confezioni da 4 e 5 confezioni da 3, totale 7 confezioni, accettabile)

7	16
6	17
5	18
4	19
3	20

(1 confezione da 3 e 5 confezioni da 4, totale 5 confezioni, non accettabile)

Strategia n. 3

Considerare le 7 confezioni e disporre i 23 bicchieri, con 3 bicchieri per confezione si sistemano 21 bicchieri (7 × 3). Con i 2 bicchieri rimasti, completare 2 confezioni da tre aggiungendo a ciascuno un bicchiere. Si hanno così 5 confezioni da tre e 2 confezioni da quattro.

Strategia n. 4

Procedere per tentativi cercando ogni volta di ottenere 23 con 7 confezioni.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta: "Alice dovrà acquistare 5 confezioni da tre e 2 confezioni da quattro", con spiegazione chiara e completa (tabelle o calcoli o tentativi esplicitati/disegni)

3 Risposta corretta, ma con spiegazione incompleta del ragionamento
oppure spiegazione dettagliata, ma non viene esplicitata la risposta

2 Risposta errata per uno o più errori di calcolo, ma con procedimento che rispetta le condizioni
risposta corretta senza spiegazione, ma con il disegno o la procedura di calcolo

1 Risposta corretta senza spiegazione
oppure risposta errata perché non si è considerato uno dei due vincoli: 23 bicchieri, oppure 7 confezioni
oppure inizio di ricerca corretta

0 Incomprensione del problema

6. GIOCANDO CON LE LETTERE (Cat. 4, 5, 6)

I bambini di Matelandia stanno giocando con quattro carte, su ogni carta è scritta una lettera. Le lettere sono: L, M, A, E. Utilizzando ogni volta tutte le quattro carte scrivono tutte le parole possibili, anche quelle senza senso.
I bambini sistemano le parole trovate in ordine alfabetico.

Quante parole hanno trovato? Scrivetele in ordine alfabetico.
Qual è la quinta parola?
Qual è la ventesima?

Spiegate come avete ragionato per trovare le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare le permutazioni di quattro oggetti ed individuarne alcune, dopo averle ordinate in base ad un criterio dato.

Appropriazione del compito

Capire che bisogna trovare tutte le permutazioni delle quattro lettere che vanno poi riordinate in ordine alfabetico.

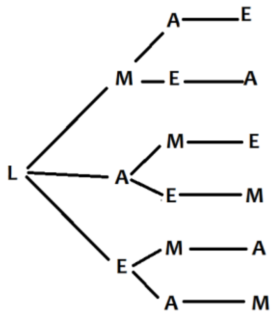
Possibili strategie

Strategia n. 1

Scrivere tutte le parole possibili (24) con una ricerca non organizzata. Disporle poi in ordine alfabetico e determinare quale parola occupa il quinto posto dell'elenco (AMEL) e quale il ventesimo (MALE).

Strategia n. 2

Organizzare una ricerca che permetta di non dimenticare alcuna parola. A partire dalla scelta della prima lettera, per esempio L, affiancare una seconda lettera delle tre rimanenti, ad esempio M e variare in seguito la posizione delle ultime due lettere: si ottengono così due parole, LMAE - LMEA; procedere quindi affiancando alla lettera L la lettera A, si ottengono altre due parole; LAME - LAEM. Continuare affiancando alla L la E: si ottengono LEMA - LEAM. In tutto con la lettera L iniziale possono essere composte sei parole diverse. Procedere allo stesso modo scrivendo tutte le parole con la prima lettera M, A, E. Questa organizzazione può essere illustrata anche con un diagramma ad albero, per esempio:



Disporre quindi le 24 parole trovate in ordine alfabetico ed individuare la quinta e la ventesima

AELM	EALM	LAEM	MAEL
AEML	EAML	LAME	**MALE**
ALEM	ELAM	LEAM	MEAL
ALME	ELMA	LEMA	MELA
AMEL	EMAL	LMAE	MLAE
AMLE	EMLA	LMEA	MLEA

Se si inizia la ricerca scegliendo la prima lettera in ordine alfabetico (A - E - L - M) si semplifica il posizionamento di tutte le parole in ordine alfabetico, perché ai primi sei posti ci saranno tutte le parole ottenute che iniziano con la lettera A, poi il gruppo di sei parole che iniziano con E e così via. Ci si rende conto così che la quinta parola fa parte della serie che inizia con A: ad iniziare con AE ce ne sono 2, con AL altre 2, con AM altre due; la quinta è la prima delle due parole che iniziano con AM ed è dunque la parola AMEL.
La ventesima parola è la seconda dell'ultima serie, quella che inizia con M ed è dunque MALE.

Strategia n. 3

Osservare che la prima lettera della parola si può scegliere fra quattro possibili, e che, per ognuna di queste, la seconda si può scegliere fra le tre rimanenti, la terza fra le due rimanenti ed infine l'ultima lettera è determinata. In definitiva quindi si possono scrivere $4 \times 3 \times 2 \times 1$ parole, quindi 24 parole in tutto. Questa strategia consente soltanto di individuare il numero delle permutazioni.
Si deve poi procedere come nelle strategie precedenti per rispondere alle domande successive.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposte corrette: "Hanno trovato 24 parole, la quinta parola è AMEL, la ventesima è MALE" con spiegazione esauriente e con elenco delle parole disposte correttamente in ordine alfabetico

3 Risposta parzialmente corretta, perché trovate almeno 20 parole diverse senza ripetizioni, disposte correttamente in ordine alfabetico, con individuazione della quinta e della ventesima parola coerente con l'elenco scritto

2 Le tre risposte corrette con spiegazione e senza l'elenco delle parole

oppure risposta con almeno 12 parole trovate senza ripetizioni, disposte correttamente in ordine alfabetico, con individuazione della quinta parola coerente con l'elenco scritto

oppure più di 24 parole trovate, perché sono presenti delle ripetizioni, con l'elenco non necessariamente in ordine alfabetico, con individuazione della quinta parola e della ventesima, coerente con l'elenco scritto

1 Almeno una delle tre risposte corrette, anche senza l'elenco e senza spiegazione

oppure inizio di ricerca corretta (trovate ed elencate in ordine alfabetico almeno 5 parole)

0 Trovate meno di 5 parole

oppure incomprensione del problema

7. IL SALVADANAIO DI AURORA (II) (Cat. 5, 6)

Nel salvadanaio Aurora ha alcune banconote da 20 euro e altre da 10 euro.

Nel salvadanaio ci sono in tutto 160 euro.

Il numero delle banconote da 20 euro è maggiore del numero delle banconote da 10 euro.

Quante potrebbero essere le banconote di ciascun tipo?

Spiegate come avete ragionato per trovare le vostre soluzioni.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Scomporre il numero 160 nella somma dei due prodotti $10n$ e $20m$ con $m > n$, con n ed m interi positivi.

Appropriazione del compito

Capire che nel salvadanaio c'è almeno una banconota per ciascun valore. Comprendere che occorre scomporre 160 nella somma di multipli di 10 e di 20 rispettivamente secondo i fattori n ed m, con m maggiore di n.

Possibili strategie

Strategia n. 1

Rendersi conto che per avere un totale di 160 euro, le banconote da 10 devono necessariamente essere in numero pari.

Organizzare allora la ricerca con uno schema, una serie di calcoli, una tabella come ad esempio la seguente:

Banconote da 10 valore	2 20	4 40	**6** **60**	**8** **80**
Banconote da 20 valore	7 140	6 120	**5** **100**	**4** **80**
Valore totale	160	160	**160**	**160**

Eliminare dalla tabella le opzioni che non rispettano la condizione "il numero delle banconote da 20 è maggiore del numero delle banconote da 10". È possibile che la ricerca comprenda tutte le possibilità, anche quelle con numero dispari delle banconote da 10 euro, ma con l'esclusione poi delle stesse.

Concludere che le risposte possibili che rispettano le richieste sono due: 2 banconote da 10 euro e 7 da 20 euro; 4 banconote da 10 euro e 6 da 20 euro.

Strategia n. 2

Considerare i multipli di 20 escludendo 20×8, perché non ci sarebbero banconote da 10 euro; a ritroso considerare la possibilità 20×7 e aggiungere 2 banconote da 10 euro per arrivare a 160, poi 20×6 con 4 banconote da 10 euro. Escludere altre possibilità, perché con 5 banconote da 20 euro sarebbero necessarie 6 banconote da 10 euro, in contraddizione con il dato: numero delle banconote da 20 euro maggiore di quello da 10 euro.

Per entrambe le strategie può essere eventualmente presente anche la verifica aritmetica:

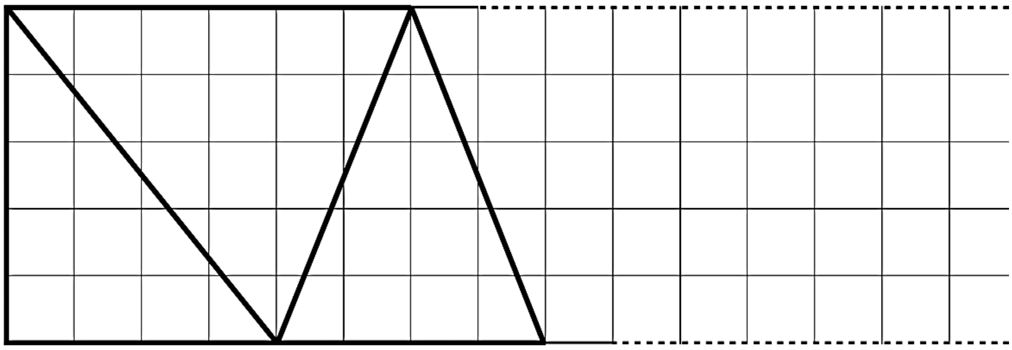
$2 \times 10 = 20$; $7 \times 20 = 140$; $20 + 140 = 160$ // $4 \times 10 = 40$; $6 \times 20 = 120$; $40 + 120 = 160$.

Attribuzione dei punteggi

4	Risposta corretta “Le banconote potrebbero essere 2 da 10 euro e 7 da 20 euro, oppure 4 banconote da 10 euro e 6 da 20 euro” con spiegazione chiara e completa, inclusi possibili schemi e calcoli
3	Risposta corretta con una spiegazione poco chiara, ma con verifica
2	Ragionamento corretto, che evidenzi il rispetto dei vincoli, ma con un errore di calcolo oppure le due possibilità corrette senza spiegazione, ma con almeno tre tentativi oppure una sola possibilità con spiegazione chiara
1	Risposta corretta senza alcuna giustificazione oppure indicate tutte le possibilità per ottenere 160 euro senza tener conto della condizione che il numero delle banconote da 20 euro è maggiore del numero delle banconote da 10 euro
0	Tentativo che tiene in considerazione solo un tipo di banconote oppure incomprensione del problema

8. IL CARTELLONE (Cat. 5, 6, 7)

Sul foglio quadrettato qui sotto Alba e Bruno stanno completando il disegno per la realizzazione di un cartellone che rappresenta le cinque classi della scuola. Il cartellone deve essere rettangolare, senza spazi vuoti. Ogni classe viene rappresentata con un triangolo, come si vede in figura:



La misura della superficie dei triangoli in quadretti deve corrispondere al numero degli alunni di ciascuna classe: tre classi hanno 10 allievi ciascuna e le altre due, più numerose, hanno lo stesso numero di alunni.

Bruno disegna subito i due triangoli mancanti, ma Alba, pensandoci un po', riesce a trovare un'altra soluzione.

Disegnate le due diverse soluzioni.

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare e rappresentare due modi diversi di suddividere un rettangolo in cinque triangoli, tre dei quali hanno area uguale a 10 quadretti e gli altri due hanno area uguale tra loro e maggiore di 10. Tre triangoli sono già disegnati.

Appropriazione del compito

Capire che il disegno completo deve essere necessariamente un rettangolo formato da cinque triangoli aventi la stessa altezza (l'altezza della striscia) e senza spazi vuoti.
Capire che è necessario tenere presente l'area dei triangoli e non la loro forma e che per completare lo striscione mancano due triangoli.

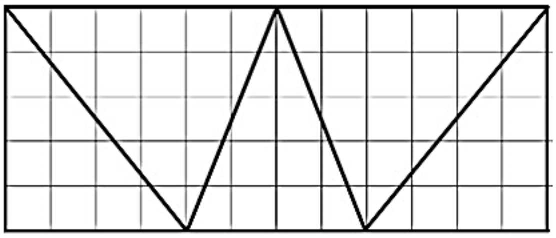
Possibili strategie

Strategia n. 1
Rendersi conto che i triangoli hanno tutti la stessa altezza (5 lati-quadretto) e che quindi l'area dipende dalla base. Calcolare la misura dell'area in quadretti dei triangoli già disegnati: per il primo, rettangolo, l'area è 10 quadretti ($4 \times 5 : 2$) oppure dividendo per due la misura dell'area del rettangolo di dimensioni 4 e 5), per il secondo l'area è 15 quadretti ($6 \times 5 : 2$), per il terzo è 10 quadretti ($4 \times 5 : 2$). Quindi occorre disegnare un rettangolo di area 10 quadretti e un altro di area 15 quadretti; pertanto, i due triangoli da disegnare devono avere come base uno 4 lati-quadretto e l'altro 6.

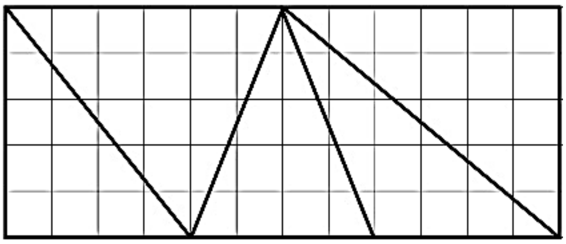
Stabilire che lo striscione per essere rettangolare deve essere lungo 12 lati-quadretto, perché sui due lati maggiori del rettangolo si avranno su uno le basi dei tre triangoli di area minore (4×3) e sull'altro le basi dei due triangoli di area maggiore (6×2).

- Trovare le due soluzioni possibili

SOLUZIONE 1



SOLUZIONE 2



Strategia 2

Disegnare la prima soluzione operando una simmetria che ha per asse l'altezza del triangolo centrale. Per la seconda soluzione partire dal rettangolo 12 × 5, disegnare i tre triangoli dati e cercare di suddividere il trapezio rimanente in due triangoli. Per trovare la seconda soluzione riconoscere che l'area del trapezio è di 25 quadretti e cercare, anche per tentativi, di determinare i due triangoli, uno di area 15 quadretti e l'altro di area 10 quadretti. Oppure tenendo conto dei due angoli retti si osserva che, se si costruisce il triangolo rettangolo con un lato sulla base minore, si ottiene la soluzione già trovata, mentre se si considera l'altro angolo retto si ottiene un triangolo di area 15 quadretti. Il secondo triangolo che si ottiene, ottusangolo, ha dunque area 10.

Strategia 3

Disegnare la prima soluzione operando una simmetria che ha per asse l'altezza del triangolo centrale. Per la seconda partire dal rettangolo 12 × 5, disegnare i tre rettangoli dati e cercare di suddividere il trapezio rimanente in due triangoli (anche per tentativi di disegni diversi o di calcolo di aree) e trovare la seconda soluzione. Verificare poi che le aree dei due triangoli misurino effettivamente 15 e 10.

Attribuzione dei punteggi

4 Le due soluzioni disegnate con precisione con spiegazione chiara e completa del ragionamento e relativi calcoli

3 Le due soluzioni disegnate con precisione con spiegazione poco chiara o incompleta
oppure le due soluzioni disegnate in modo non preciso, ma con spiegazione chiara e completa
oppure solo la soluzione 2 disegnata con precisione, con spiegazione chiara e completa e relativi calcoli

2 Le due soluzioni disegnate con precisione senza spiegazione
oppure solo la soluzione 1 disegnata con precisione, con spiegazione chiara e completa e relativi calcoli

1 Una soluzione disegnata con precisione senza spiegazione
oppure i due triangoli con area corretta, ma il cartellone non rettangolare
oppure inizio di ragionamento corretto (per esempio solo il calcolo dell'area, con rappresentazione non adeguata)

0 Incomprensione del problema

9. IL COMPUTER (Cat. 5, 6, 7)

Luca compra un computer da 835 euro e vuole pagarlo in dieci rate mensili. La prima rata sarà di 70 euro mentre ogni rata successiva aumenta rispetto alla precedente di una quantità sempre uguale.

Quanto dovrà pagare Luca per l'ultima rata?
Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico
Determinare il decimo termine di una progressione aritmetica di 10 termini di cui si conosce la somma e il primo termine.

Appropriazione del compito

Capire che tutto il debito deve essere estinto in dieci rate e che le rate non sono tutte uguali. Capire che, ad ogni rata successiva alla prima, viene aggiunta una quantità costante che occorre determinare, per trovare l'importo dell'ultima rata.

Possibili strategie

Strategia n. 1

Procedere per tentativi; scegliere una quantità di euro da aggiungere alla prima rata e a tutte le successive. Calcolare l'ammontare delle dieci rate e confrontare la somma dei dieci numeri ottenuti con il totale (835) fino a trovare la successione corretta. Ad esempio:

- Primo caso: 70 + 71 + 72 + 73 + 74 + 75 +76 + 77 + 78 + 79 = 745
- Secondo caso: 70 + 72 + 74 + 76 + 78 + 80 + 82 + 84 + 86 + 88 = 790
- Terzo caso: 70 + 73 + 76 + 79 + 82 + 85 + 88 + 91 + 94 + 97 = 835

Si può procedere per tentativi anche per trovare 135 (835 − 700) che rappresenta l'eccedenza rispetto ai 70 euro della rata iniziale per le dieci rate

- Primo caso: 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45
- Secondo caso: 0 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 90
- Terzo caso: 0 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 + 24 + 27 =135

L'ultima rata ammonterà a 97 euro (70 + 27).

Strategia n. 2

Se si considera l'importo della prima rata, 70 euro, che rimarrà come base per tutti i dieci mesi, si possono cominciare a detrarre 700 euro da 835, [835 − (70 × 10)] = 135. I 135 euro rimasti sono da diluire nelle restanti nove rate. Ciascuna delle nove rate ha un aumento costante ad ogni rata, che permette di finire di pagare tutto il debito alla decima rata. Indicando con x l'aumento costante si ha:

n° di rata	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
		x	$2x$	$3x$	$4x$	$5x$	$6x$	$7x$	$8x$	$9x$

Oppure:

n° rata	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
	70	70 + x	70 + $2x$	70 + $3x$	70 + $4x$	70 + $5x$	70 + $6x$	70 + $7x$	70 + $8x$	70 + $9x$

Risolvendo nel primo caso l'equazione: $135 = x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x + 7x + 8x + 9x$ e nel secondo l'equazione: $700 + 45x = 835$ si ottiene il valore dell'aumento: 3 euro.

Tale ragionamento può essere evidenziato anche con una procedura pre-algebrica, indicando con un simbolo (quadratino o altro) il valore incognito.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta "Luca pagherà per l'ultima rata 97 euro" con spiegazione chiara e completa del ragionamento

3 Risposta corretta con spiegazione poco chiara o incompleta
oppure sequenza completa di tutte le rate con spiegazione chiara senza la risposta esplicita

2 Risposta errata per errore di calcolo con spiegazione chiara
oppure elenco degli importi delle 10 rate con solo verifica della somma

1 Inizio di ragionamento corretto solo nel rispetto di un vincolo "la stessa quantità" o "10 rate
oppure risposta corretta senza alcuna spiegazione o calcolo

0 Incomprensione del problema

10. TRE AMICI (Cat. 5, 6, 7)

Nico, Max e Luca sono tre amici con età, peso ed altezza diversi fra loro.
Se costruiamo tre classifiche, dal valore maggiore al minore, una delle età, una dei pesi e una delle altezze, ogni amico è al primo posto in una, al secondo nell'altra, al terzo posto nella rimanente.
Luca è il più anziano, Nico è il meno pesante.

Quale dei tre amici sarà al secondo posto nella classifica delle altezze?
Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Ordinare tre elementi rispettando tre condizioni.

Appropriazione del compito

Capire che le tre altezze sono tutte diverse, analogamente i tre pesi e così pure le tre età e che quindi è possibile stilare una classifica.

Rendersi conto che, se uno degli amici è primo in una graduatoria, in un'altra sarà al secondo posto e nell'altra ancora sarà al terzo posto.

Possibili strategie

Strategia n.1

Poiché Luca è il più anziano, primo nella graduatoria dell'età e Nico il meno pesante, quest'ultimo può essere primo soltanto nella graduatoria dell'altezza e di conseguenza secondo in quella dell'età.

Nella graduatoria delle età si sa che al primo posto c'è Luca, il secondo è Nico e perciò Max è al terzo posto. Max è anche al primo posto per il peso e quindi al secondo posto per altezza.

Strategia n.2
Aiutandosi con una tabella come quella rappresentata, costruire le tre graduatorie partendo dalle condizioni del problema, qui rappresentate in grassetto sottolineato:

	I	II	III
ETA'	**<u>LUCA</u>**	NICO	MAX
PESO	MAX	LUCA	**<u>NICO</u>**
ALTEZZA	NICO	MAX	LUCA

Completare via via la tabella, ad esempio, accorgersi subito che Nico deve stare al secondo posto per età in quanto non può essere al terzo perché è già al terzo per peso. Luca deve essere al secondo posto per il peso in quanto non può essere al primo né al terzo. Quindi è Max che si trova al secondo posto per altezza.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta “Max è al secondo posto nella classifica delle altezze” con spiegazione chiara e completa del Ragionamento

3 Risposta corretta con spiegazione incompleta
oppure stesura anche parziale delle tre classifiche, con spiegazione chiara e completa, individuando Max come secondo nella graduatoria delle altezze, anche senza esplicitare la risposta

2 Risposta corretta con stesura delle tre classifiche senza spiegazione

1 Deduzioni logiche corrette e attribuzione di altri due posti nelle classifiche senza arrivare alla soluzione
oppure risposta corretta senza spiegazione e senza stesura delle tre classifiche

0 Max al secondo posto per altezza, ma con ragionamento non coerente
oppure incomprensione del problema

11. LAVORI IN CASA (Cat. 6, 7, 8)

Azzurra vuole dipingere le pareti della sua stanza di giallo.
Ha comprato 4 litri di pittura bianca in cui ha sciolto 100 ml di colorante, ottenendo la gradazione di giallo da lei voluta. Con la pittura preparata è riuscita a dipingere i 4/5 della superficie della stanza. Deve quindi comprare altra pittura bianca e altro colorante giallo.

Azzurra vuole poi continuare a dipingere con la stessa tonalità di giallo anche le pareti del bagno per le quali basta metà della pittura necessaria per la superficie della stanza.

Quanta pittura bianca e quanti tubetti di colorante da 20 ml le serviranno ancora?
Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico
Trovare due quantità espresse con diversi multipli di una stessa unità di misura, secondo un rapporto dato.

Appropriazione del compito
Capire che per ottenere la stessa gradazione di giallo, Azzurra dovrà usare lo stesso rapporto fra vernice bianca (misurata in litri) e colorante (misurato in ml).
Capire che la superficie da dipingere è (⅕ + ½) della superficie della stanza.

Possibili strategie

Strategia n. 1

Per colorare i ⅘ della stanza sono serviti 4 litri di pittura bianca e 100 ml di colorante. Perciò l' ⅕ rimanente necessita di 1 litro di pittura bianca e 25 ml di colorante. Per la stanza intera si usano quindi 5 litri di pittura bianca e 125 ml di colorante. Per il bagno, che è metà della stanza, servono 2,5 litri di pittura bianca e 62,5 ml di colorante. Quindi per terminare tutto il lavoro occorrono 3,5 litri (2,5 + 1) di pittura bianca e 87,5 ml di pittura (62,5 + 25), pertanto occorre comprare 5 tubetti di pittura da 20 ml (87,5 : 20 = 4,375 > 4).

Strategia n. 2

Per colorare i ⅘ della stanza sono serviti 4 litri di pittura bianca e 100 ml di colorante. Mancano ⅕ della stanza (1 – ⅘) e il bagno, che corrisponde a metà stanza. Pertanto, sono stati colorati ⅘ = 8/10 della stanza, ne mancano ⅕ + ½ = 7/10. Perciò, se con 4 litri ho colorato gli 8/10 della stanza, per i 7/10 serviranno 3,5 litri (si può risolvere con una proporzione oppure un litro di pittura per 2/10, quindi 3 litri e mezzo per 7/10 oppure calcolando ad esempio 4 : 8 × 7.

Analogamente, se per 8/10 della stanza si sono utilizzati 100 ml di colorante, per 7/10 ne serviranno ancora 87,5 ml, per cui occorrerà comprare 5 tubetti da 20 ml.

Attribuzione dei punteggi

4	Risposta corretta "Ad Azzurra serviranno ancora 3,5 l (o 3500 ml) di pittura bianca e 5 tubetti da 20 ml di colorante" con spiegazione chiara del ragionamento
3	Risposta corretta con spiegazione poco chiara del ragionamento oppure risposta riferita alla quantità di colorante (87,5 ml), anziché al numero di tubetti, con spiegazione chiara e corretta
2	Risposta errata per un errore di calcolo, con ragionamento corretto oppure risposta riferita alla quantità di colorante anziché al numero di tubetti, con spiegazione poco chiara oppure calcolata correttamente la quantità di pittura, ma risposta "4 tubetti di colorante" risultato della divisione troncata, con spiegazione anche parzialmente corretta
1	Risposta corretta senza spiegazione oppure risposta errata ad esempio per aver considerato la superficie del bagno pari a metà dei ⅘ della stanza (2 litri e 50 ml) oppure inizio di ragionamento corretto
0	Incomprensione del problema

12. IL SALVADANAIO DI AURORA (III) (Cat. 7, 8)

Nel salvadanaio di Aurora ci sono delle monete di quattro diversi valori: 20 centesimi di euro, 50 centesimi di euro, 1 euro e 2 euro.

Aurora le conta: ci sono in tutto 8,70 euro. Osserva inoltre che le monete da 2 euro sono in numero maggiore di quelle da 1 euro.

Quante monete di ciascun tipo potrebbero esserci nel salvadanaio?

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare il numero di monete di quattro tipi diversi, conoscendo il loro valore totale.

Appropriazione del compito

Capire che nel salvadanaio c'è almeno una moneta per ciascun valore assegnato. Capire che occorre determinare tutti i multipli dei numeri 0,20; 0,50; 1; 2 la cui somma sia 8,70, rispettando la condizione che le monete da 2 euro siano in numero maggiore di quelle da 1 euro.

Possibili strategie

Strategia n. 1

Nel salvadanaio devono essere presenti monete di tutti e quattro i valori e le monete da 2 euro devono essere in numero maggiore rispetto a quelle da 1 euro, quindi almeno due. Quindi, tolte due monete da 2 euro, una da 1 euro, una da 50 centesimi di euro ed una da 20 centesimi di euro, per un totale di 5,70 euro (5,70 = 2 + 2 + 1 + 0.50 + 0.20), con le restanti si devono ottenere 3 euro (8,70 − 5,70 = 3). A questo punto trovare le possibilità che consentano di totalizzare tre euro con le monete a disposizione, ad esempio impostando una tabella di questo tipo:

n. di monete da 0,20 euro (valore)	n. di monete da 0,50 euro (valore)	n. di monete da 1 euro (valore)	n. di monete da 2 euro (valore)	n. di monete nel salvadanaio comprensive della quaterna (1, 1, 1, 2) da 20 centesimi, da 50 centesimi, da 1 euro, da 2 euro
5 (1 euro)	0	0	1 (2 euro)	(6, 1, 1, 3)
0	0	1 (1 euro)	1 (2 euro)	(1, 1, 2, 3)
0	2 (1 euro)	0	1 (2 euro)	(1, 3, 1, 3)
0	6 (3 euro)	0	0	(1, 7, 1, 2)
5 (1 euro)	4 (2 euro)	0	0	(6, 5, 1 , 2)
10 (2 euro)	2 (1 euro)	0	0	(11, 3, 1, 2)
15 (3 euro)	0	0	0	(16, 1, 1, 2)

Strategia n. 2

Capire che al massimo ci possono essere 3 monete da 2 euro.

Tenendo presente i vincoli cercare tutte le possibilità per formare 8,70 euro con le monete a disposizione partendo dal numero massimo possibile di monete da 2 euro. Ad esempio, con 3 monete da 2 euro, rimangono 2,70 euro che possono essere così composti 2 monete da 1 euro, 1 da 50 centesimi di euro e 1 da 20 centesimi di euro oppure 1 da 1 moneta da 1 euro, 3 da 50 centesimi di euro e 1 da 20 centesimi di euro oppure 1 moneta da 1 euro, 1 da 50 centesimi di euro e 6 da 20 centesimi di euro e si ottengono così tre soluzioni.
Analogamente si procede supponendo che nel salvadanaio ci siano 2 monete da 2 euro.

Possono essere utilizzate altre strategie, stabilendo un altro numero diverso di monete da togliere inizialmente e trovando opportune combinazioni con le monete restanti.

Attribuzione dei punteggi

4 Trovate 6 oppure 7 possibilità distinte, senza ripetizioni, con descrizione chiara e completa del ragionamento

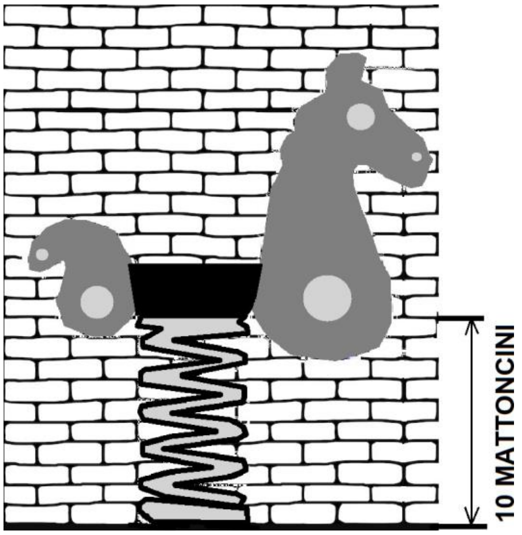
3 Trovate 4 o 5 possibilità distinte, senza ripetizioni, con descrizione chiara e completa del ragionamento
oppure 6 o 7 possibilità, senza ripetizioni, con spiegazione poco chiara o solo con la verifica

2 Trovate 3 possibilità distinte, senza ripetizioni, con descrizione chiara e completa del ragionamento
oppure 4 o 5 possibilità distinte senza ripetizioni con spiegazione poco chiara o solo con verifica
oppure 6 o 7 possibilità corrette e distinte, fra cui al massimo due ripetizioni o con due possibilità non corrette che considerino però almeno un vincolo

1 Fino a 3 possibilità corrette e distinte senza spiegazione ma con verifica (senza ripetizioni)
4 o 5 possibilità corrette e distinte senza spiegazione né verifica (senza ripetizioni)
da 2 a 5 possibilità corrette e distinte fra cui al massimo due ripetizioni o con due possibilità non corrette che considerino però almeno un vincolo

0 Una sola possibilità corretta
oppure incomprensione del problema

13. AL PARCO II (Cat. 7, 8, 9, 10)



Al parco giochi c'è un cavallo a molla posto poco distante da un muro in mattoncini in cui ogni fila di mattoncini è alta 5,5 cm.

Quando sul cavallo non c'è nessuno, la molla della sella termina all'altezza della 10° fila di mattoncini, contando le file a partire da terra.

Andrea sale sul cavallo con il suo zaino facendo abbassare la molla di 6 mattoncini.

Poi Andrea lascia lo zaino sul cavallo, scende e fa salire suo fratello Carlo. La molla dista ora da terra 7 mattoncini.

Infine Andrea sale sul cavallo insieme a Carlo, lasciando a terra lo zaino.

Ora la molla dista dal suolo 16,5 cm.

Considerando che l'abbassamento della molla è sempre proporzionale al peso di ciò che sta sopra il cavallo, qual è il rapporto tra i pesi di Andrea e Carlo?

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare il rapporto tra due pesi che sono in relazione con gli allungamenti di una molla.

Appropriazione del compito

Capire che la distanza della sella dal suolo dipende dalla compressione della molla.

Possibili strategie

Strategia n.1

Prendendo come unità di misura per l'accorciamento della molla, il numero di mattoncini (M) e considerando 0M la posizione a riposo della molla, formalizzare le relazioni che descrivono le tre situazioni: se con A, Z e C indichiamo rispettivamente quanto si comprime la molla quando è sottoposta ai pesi di Andrea, dello zaino e di Carlo, otteniamo:

$A + Z = 6M$; $C + Z = 10M - 7M = 3M$; $A + C = 10M - (16{,}5\text{ cm} : 5{,}5\text{ cm})M = 7M$.

$A + Z = 6M$; $C + Z = 3M$ $A + C = 7M$

Dalla risoluzione del sistema, per determinare i valori di A, C e Z in funzione di M si può osservare ad esempio che dalla differenza fra la prima e la seconda uguaglianza si ottiene
$A - C = 3M$ che confrontata con $A + C = 7M$ porta ad $A = 5M$ e $C = 2M$.
Oppure si può risolvere il sistema delle tre equazioni nelle incognite A, C e Z algebricamente (per esempio addizionando le prime due situazioni e sottraendo la terza, si ottiene che il doppio di Z è uguale a 2M) o per tentativi, ottenendo:
$Z = 1M$; $A = 5M$; $C = 2M$.
Il rapporto tra i pesi di Andrea e Carlo è dunque 5/2 = 2,5.

Strategia n.2

Prendendo come unità di misura per l'accorciamento della molla il centimetro, ricavare le equazioni delle tre situazioni con lo stesso procedimento della strategia n.1.

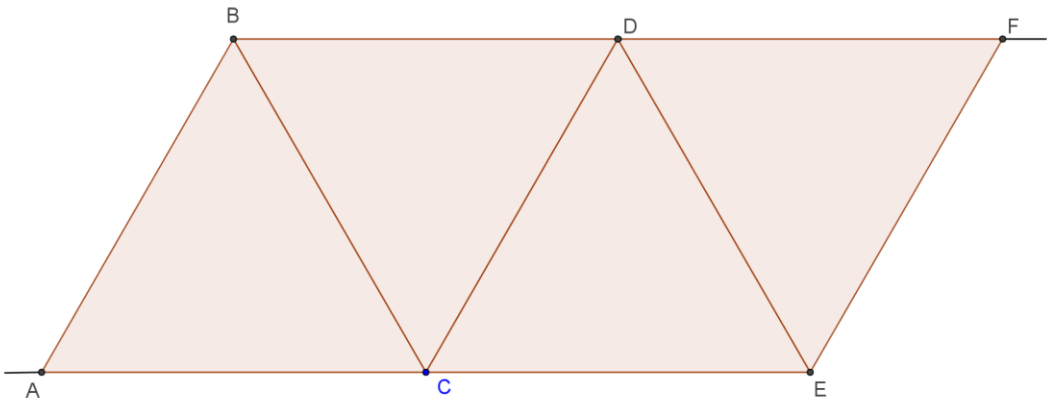
Risolvendo il sistema si ottiene: A = 27,5 cm; Z = 5,5 cm; C = 11 cm. Perciò il rapporto tra i pesi di Andrea e Carlo è 27,5/11 = 2,5.

Attribuzione dei punteggi

4	Risposta corretta: “Il rapporto tra il peso di Andrea e quello di Carlo è 5/2 = 2,5” con spiegazione chiara e completa della procedura effettuata
3	Risposta corretta, ma con spiegazione non completa o poco chiara oppure risposta sbagliata per errori di calcolo, ma con la formalizzazione e la risoluzione del sistema
2	Risposta sbagliata per errori sulla formalizzazione di una delle relazioni, ma con spiegazione completa oppure corretta la formalizzazione e la risoluzione del sistema, ma il rapporto richiesto mancante o errato
1	Risposta corretta senza spiegazione oppure risposta errata per errori sulla formalizzazione di più relazioni, ma impostazione corretta del problema oppure correttamente formalizzate le relazioni fra le distanze della sella da terra anziché la compressione della molla (in tal caso si ottiene A = 0, impossibile) oppure inizio di ragionamento corretto
0	Incomprensione del problema

14. IL LABIRINTO (Cat. 8, 9)

In un Luna Park si sta costruendo un labirinto con alte siepi che lo delimitano nel contorno e lo suddividono in quattro triangoli equilateri uguali, ciascuno di lato 20 metri. Ecco la pianta del labirinto:



Si entra dal vertice A e si esce dal vertice F, senza passare due volte sullo stesso vertice. Si può camminare solo costeggiando le siepi. Quindi per andare da A ad F ci sono diversi percorsi.

Per prevedere un percorso più breve, il progettista decide anche di creare un viale alternativo da A a F che attraversi il labirinto in diagonale.

Individuare di quanti metri il percorso più lungo supera il percorso più breve.

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare la lunghezza della diagonale maggiore di un parallelogramma diviso in quattro triangoli equilateri la cui altezza coincide con quella del parallelogramma, conoscendo la lunghezza del lato di un triangolo.

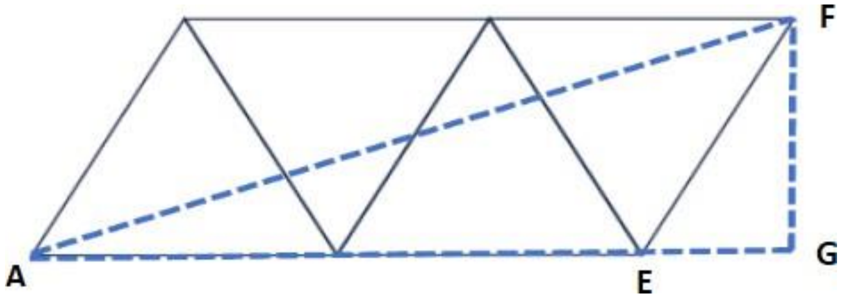
Appropriazione del compito

Comprendere che la diagonale maggiore del parallelogramma rappresenta il percorso più breve e che il percorso più lungo è quello ABCDEF, formato da 5 lati dei triangoli equilateri.

Possibile strategia

Costruire il triangolo rettangolo AGF avente per ipotenusa la diagonale maggiore del parallelogramma, per cateto minore l'altezza del triangolo equilatero e per cateto maggiore la base del parallelogramma sommata a metà lato del triangolo equilatero.

Calcolare la misura della lunghezza della base AG e dell'altezza FG, poi applicare il teorema di Pitagora al triangolo AGF per trovare l'ipotenusa AF.



AG = AE + EG = (20 + 20 + 10) m = 50 m

$\mathrm{FG} = \sqrt{20^2 - 10^2}\, m = \sqrt{300}\, m = 10\sqrt{3}\, m \approx 17{,}32\, m$

Applicare il teorema di Pitagora per calcolare l'ipotenusa del triangolo AGF, nonché diagonale maggiore del parallelogramma:

AF = $\sqrt{AG^2 + \mathrm{FG}^2}$ m = $\sqrt{2800}$ m ~ 52,91 m

Calcolare poi la lunghezza del percorso più lungo (100 m) e determinarne la differenza con il percorso AF.

La differenza è circa 47,09 m.

Attribuzione dei punteggi

4	Risposta corretta: "Il percorso più lungo supera di circa 47,09 m la lunghezza del percorso più breve", con spiegazioni chiare e complete, anche se con approssimazione all'unità o ai decimi
3	Risposta corretta, anche se con approssimazione all'unità o ai decimi, con spiegazioni parziali o poco chiare oppure calcolo corretto dei due percorsi, ma assenza della sottrazione finale
2	Risposta errata per la presenza di errori di calcolo, ma procedimento corretto
1	Risposta corretta senza spiegazione, oppure inizio di ricerca corretta (es. individuazione e calcolo dell'altezza del parallelogramma)
0	Incomprensione del problema

15. TORNEO DI SCACCHI (Cat. 8, 9, 10)

Mattia e Sofia stanno organizzando un torneo di scacchi e hanno stabilito 5 euro a partecipante per la quota di iscrizione. Prevedono di spendere 40 euro per l'organizzazione e di utilizzare il denaro rimanente per i premi dei primi tre classificati. Hanno deciso che il premio del secondo classificato deve essere doppio rispetto a quello del terzo e metà del premio del primo.

Se gli iscritti fossero 50 quanto spetterebbe al primo classificato?
Quale dovrebbe essere il numero minimo di partecipanti affinché il primo classificato vinca almeno 250 euro?

Spiegate come avete ragionato per trovare le risposte.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Formalizzare algebricamente una situazione reale che coinvolge quantità variabili incognite e quantità costanti (equazioni e disequazioni lineari). Trovare il valore di una delle variabili conoscendo quello dell'altra della relazione lineare identificata. Conoscendo il valore minimo di una delle variabili, determinare il valore minimo dell'altra variabile della relazione lineare identificata.

Appropriazione del compito

Identificare correttamente le variabili e le costanti del problema e le relazioni tra esse. Comprendere che i premi dei primi tre classificati dipendono dalle entrate (quantità variabile che dipende dal numero di iscritti), mentre le uscite sono quantità fisse.

Possibili strategie

Strategia n. 1
Per rispondere alla prima domanda, calcolare il montepremi per poi ripartirlo tra i tre vincitori: ogni partecipante paga 5 euro e ci sono 50 partecipanti; quindi, il totale raccolto è pari a 50 × 5 = 250 euro. Dopo le spese ci saranno 250 − 40 = 210 euro disponibili per i premi.
A questo punto dividere il montepremi tra i vincitori: poiché il primo deve vincere il doppio del secondo e il secondo deve vincere il doppio del terzo, il primo deve vincere 4 volte il terzo. Perciò il montepremi totale va diviso in sette quantità uguali (4 + 2 + 1). La vincita del terzo si può ottenere quindi dalla divisione 210 : 7 = 30 euro; il secondo vincerà allora 30 × 2 = 60 euro; il primo 60 × 2 = 120 euro.
Per rispondere alla seconda domanda si calcola il valore dei premi: se il primo classificato vince 250 euro il secondo ne vince 125 e il terzo 62.5.
Calcolare il totale delle uscite considerando la quota di 40 euro per l'organizzazione e il totale dei tre premi, cioè 250 + 125 + 62,50 + 40 = 477,5 euro. Dividere quindi 477,5 euro per la quota di iscrizione: 477,5 : 5 = 95,5, oppure dividere per 5 il multiplo intero di 5 immediatamente successivo a 477,50, ovvero 480 (480 : 5 = 96.). Dedurre quindi che affinché il primo premio sia di 250 euro occorre che i partecipanti siano almeno 96.

Strategia n. 2
Scegliere come incognita x l'importo in euro destinato al terzo classificato, così che, rispettando le proporzioni tra i tre premi, il secondo avrà $2x$ di premio e il primo $4x$. Considerare che il montepremi totale è pari alla somma dei premi dei primi tre classificati e quindi è pari a: $x + 2x + 4x = 7x$.

Se gli iscritti fossero 50, poiché ogni partecipante dovrà versare 5 euro di iscrizione, si avrebbero a disposizione $5 \cdot 50 = 250$ euro a cui vanno sottratti i 40 euro per l'organizzazione.
Il montepremi deve quindi essere pari a 250 – 40 = 210 euro.

Risolvere l'equazione $7x$ = 210 euro, da cui x = 210 : 7 = 30 euro.
Quindi il terzo classificato avrà x = 30 euro di premio; il secondo 60 euro di premio e il primo classificato 120 euro di premio.
Per rispondere alla seconda domanda si può procedere come in strategia 1, oppure si può impostare una disequazione con incognita ad esempio n intera positiva che rappresenti il numero di partecipanti.
Poiché il montepremi complessivo è dato da $5n - 40$ e poiché il primo premio ammonta ai 4/7 del montepremi totale, la condizione che la vittoria del primo sia almeno di 250 euro può essere modellizzata dalla disequazione:

$$\frac{4}{7}(5n - 40) \geq 250$$

che risolta porta alla soluzione $n \geq 95{,}5$. Poiché n deve essere intero, bisogna prendere l'intero successivo e dunque 96 che è la risposta corretta.

Strategia n. 3
Per rispondere alla prima domanda~~,~~ calcolare il montepremi per poi ripartirlo tra i tre vincitori, come nella strategia 1.
Per rispondere alla seconda domanda, considerare che è necessario aumentare il numero di partecipanti (per aumentare il montepremi disponibile) finché il primo premio diventi almeno 250 euro.
Procedere per tentativi organizzati eventualmente in una tabella, fino ad arrivare al valore minimo che superi 250:

partecipanti	montepremi	terzo premio	secondo premio	primo premio
n	5n – 40	montepremi: 7	terzo premio × 2	secondo premio × 2
90	90 × 5 – 40 = 410	410/7 = 58,57	58,57 × 2 = 117,14	117,14 × 2 = 234,28 (troppo poco)
100	100×5 – 40 = 460	460/7 = 65,71	65,71 × 2 = 131,42	131,42 × 2 = 262,84 (valore superato ma potrebbe non essere il minimo)
95	95 × 5 – 40 = 435	435/7 = 62,14	62,14 × 2 = 124,28	124,28 × 2 = 248,56 (troppo poco ma vicino)
96	96 × 5 – 40 = 440	440/7 = 62,86	62,86 × 2 = 125,72	125,72 × 2 = 251,44 (valore minimo che supera 250)

Concludere, dopo diversi tentativi, che la risposta corretta è 96.

Attribuzione dei punteggi

4 Le due risposte corrette (120 euro al primo classificato; 96 partecipanti) con spiegazioni chiare e complete per entrambe

3 Entrambe le risposte corrette con spiegazioni parziali o poco chiare
oppure una sola risposta corretta ben spiegata e l'altra corretta, ma non spiegata
oppure una sola risposta corretta e ben spiegata e l'altra errata per errori di calcolo

2 Due risposte errate solo per errori di calcolo o di interpretazione di uno dei vincoli (ad esempio: risposta al secondo quesito 100 perché con tale valore si supera il valore soglia per il primo premio, senza considerare che non è il valore minimo)

oppure risposta al secondo quesito 95,5 senza considerare che la soluzione deve essere un intero
oppure risposta parziale al primo quesito (ad esempio presenza del solo calcolo del montepremi) e risposta corretta e ben spiegata al secondo quesito

1 Risposte corrette senza spiegazione né giustificazione
oppure risposte errate per errata interpretazione di due o più vincoli imposti dal problema
oppure gestione non corretta della spesa fissa
oppure inizio di ricerca coerente

0 Incomprensione del problema

16. VACANZA IN BULGARIA (Cat. 8, 9, 10)

Anna e Marco sono in vacanza in Bulgaria e vogliono cambiare i loro euro in lev, la moneta locale.

Confrontano le proposte di due banche:

- Banca “Sofiabank”: 1 euro viene cambiato con 1,950 lev con un costo fisso aggiuntivo di 1 lev
- Banca "Bulgarianbank": 1 euro viene cambiato con 1,975 lev con un costo fisso aggiuntivo di 4 lev.

Anna sostiene che solo oltre un certo importo di euro da cambiare è più conveniente una delle banche, mentre per importi inferiori è più vantaggiosa l’altra.

Calcolate per quali importi è più conveniente Sofiabank.

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Risolvere un problema di scelta in una variabile.

Appropriazione del compito

Riconoscere che le due alternative hanno una componente variabile (dipendente dall’importo da cambiare) e una fissa.

Capire che la convenienza dell’una o dell’altra banca dipende dall’importo perché nella prima il cambio è meno vantaggioso, ma ha un costo fisso minore mentre nella seconda il cambio è più vantaggioso, ma ha un costo fisso maggiore.

Possibili strategie

Strategia n. 1

Procedere per tentativi organizzati fino a trovare il valore di equilibrio, ad esempio con i valori indicati in questa tabella od altri:

importo da cambiare	cambio ottenuto con SofiaBank	cambio ottenuto con BulgarianBank
80	1,950 × 80 – 1 = 155	1,975 × 80 – 4 = 154
100	194	193,5
120	233	233
200	389	391

Concludere che se l’importo è minore di 120 euro SofiaBank è più conveniente della BulgarianBank, viceversa per importi superiori a 120 euro; a 120 euro sono equivalenti.

Strategia n. 2

La differenza tra i costi fissi è pari a 3 lev, e la differenza di cambio per ogni euro è di 0,025 lev.

È quindi possibile dedurre che, affinché le due banche siano equivalenti, cioè restituiscano al turista lo stesso importo, devono esserci 3 euro di differenza nella parte variabile del cambio, che compensino i 3 euro di parte fissa.

È quindi possibile calcolare l'importo di equilibrio dividendo 3/0,025 = 120 euro.

120 euro risulta quindi il valore di equilibrio tra le due alternative. A questo punto è sufficiente provare che per un importo maggiore la seconda banca è più vantaggiosa della prima.

Strategia n. 3

Modellizzare il problema scegliendo come variabile *x* l'importo da cambiare. Per rispondere alla domanda del problema occorre confrontare gli importi in lev che si ottengono dall'una e dall'altra banca quando si effettua un cambio. Per ciascuna banca, la quantità di denaro che si ottiene è data dalla differenza tra l'importo convertito e la spesa di commissione, quindi il problema si può risolvere impostando una disequazione, ad esempio la seguente:

$$1,950x - 1 > 1,975x - 4$$

che, risolta, porta alla soluzione $x < 120$

Comprendere quindi che questa soluzione indica il fatto che, per cambiare importi minori di 120 euro è più vantaggiosa Sofiabank.

Strategia n.4

Rappresentare graficamente le due opportunità di cambio nel piano cartesiano come funzioni lineari:
$y = 1,970x - 1$ e $y = 1,975x - 4$

Interpretare correttamente il grafico: al variare dei valori di *x*, la parte di una delle rette che si trova al di sopra dell'altra rappresenta la banca più conveniente, in quanto l'importo cambiato (*y*) risulta maggiore; il punto di intersezione rappresenta il valore di equilibrio dove è indifferente scegliere l'una o l'altra banca. Dall'interpretazione del grafico si deduce dunque che il valore d'equilibrio è 120 e che la Sofiabank è più vantaggiosa per valori di *x* minori di 120.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta "la Banca Sofiabank è più vantaggiosa se si cambiano meno di 120 euro"
con spiegazioni chiare e complete

3 Risposta corretta con spiegazioni parziali o poco chiare

2 Risposta errata per un errore di calcolo che differisca di 1 o 2 euro da quella corretta

1 Risposta corretta senza spiegazione
oppure risposta errata per un errore nella impostazione del calcolo (ad esempio le commissioni vengono sommate anziché sottratte)
oppure inizio di ricerca coerente calcolato il cambio corretto per due o tre importi

0 Incomprensione del problema

17. IL CONTENITORE NELLO YACHT (Cat. 9, 10)

Il signor De Marinis sta arredando la cabina del suo piccolo yacht. Deve costruire un contenitore di legno, a forma di parallelepipedo, da fissare su un ripiano. Per lasciar posto ad altri oggetti, vuole che il contenitore sia poggiato sulla faccia del parallelepipedo che occupa la minor superficie d'appoggio possibile. Una delle dimensioni del contenitore deve essere 8,5 cm, le altre due possono variare, ma devono essere sempre una i due terzi dell'altra.

Individuare la faccia di superficie minore su cui fissare il parallelepipedo al variare delle altre due dimensioni.

Spiegate come avete ragionato per trovare la risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare rispettando alcuni vincoli la faccia di un parallelepipedo con superficie minore rispetto alle altre.

Appropriazione del compito

Comprendere che occorre costruire un parallelepipedo con una dimensione costante e le altre due variabili di cui una è i 2/3 dell'altra. Capire che occorre esaminare la variabilità delle superfici delle tre facce, in modo da riconoscere quella di area minima.

Possibili strategie

Strategia n. 1

Procedere per tentativi assegnando un valore ad una delle dimensioni non note e ricavando l'altra, calcolare poi la misura delle aree delle facce, e procedere al confronto. Potrà essere utile una tabella come la seguente (con *a*, *b* e c sono state indicate le tre dimensioni espresse in cm ed i valori sono approssimati ai centesimi):

$a = 8{,}5$	b	c	$A_1 = a \times b$	$A_2 = a \times c$	$A_3 = b \times c$
8,5	4,2	2,8	35,7	23,8	11,76
8,5	6	4	51	34	24
8,5	3	2	25,5	17	6
8,5	…	…	…	…	…
8,5	8,5	5,67	72,25	48,17	48,17
8,5	9	6	76,5	51	54

Dalla tabella si osserva che:

- se b è minore di 8,5 l'area minore è $A_3 = b \times c$
- se $b = 8{,}5$ la tabella mostra che i valori di $A_2 = 8{,}5\ (2/3)b = (17/3)\ b$ e $A_3 = (17/3)\ b$ sono uguali
- se b è maggiore di 8,5 l'area minore è $A_2 = 8{,}5\ c$

Strategia n. 2

Indicata con x la misura di una dimensione, l'altra sarà ⅔ x, calcolare l'area delle tre facce:

$A_1 = 8{,}5\, x$ $A_2 = 8{,}5\,(2/3)\,x = 17/3\, x$ $A_3 = x\,(2/3x) = 2/3\, x^2$

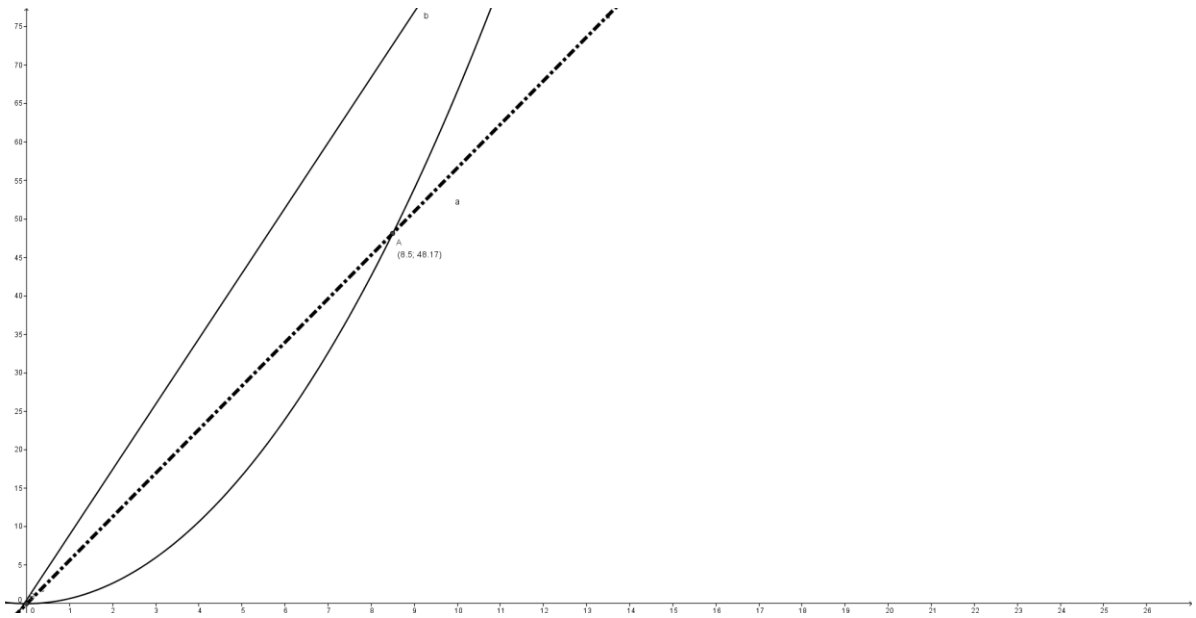
Per confrontare l'area delle facce impostare un sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} 8.5x > \dfrac{2}{3}x^2 \\ \dfrac{17}{3}x > \dfrac{2}{3}x^2 \\ 8.5x > \dfrac{17}{3}x \end{cases}$$

che fornisce la soluzione descritta nella strategia 1.

Strategia n. 3

E' possibile pervenire all'analisi della situazione per via grafica, rappresentando e confrontando i grafici cartesiani delle tre funzioni: $y = (2/3)\,x^2$; $y = (17/3)\,x$ (retta a); $y = 8{,}5\,x$ (retta b).



I tre grafici mostrano come la funzione quadratica minimizza l'area solo per $x < 8{,}5$ ($x > 0$).

Attribuzione dei punteggi

4 Esempio di risposta corretta: "Se la dimensione b del maggiore dei due spigoli variabili è minore di 8,5, la faccia con area di misura minore è quella le cui dimensioni sono b e $2/3b$; se b è maggiore o uguale di 8,5 è quella di dimensioni 8,5 e $2/3b$ ", con spiegazione chiara e completa della procedura seguita

3 Risposta corretta, ma con spiegazione poco chiara o incompleta della procedura seguita

2 Risposta corretta che mostri però come la soluzione venga intuita solo dall'analisi di pochi casi oppure risposta errata per errori di calcolo nella risoluzione, ma procedimento corretto

1 Inizio di ragionamento corretto, nella scrittura delle tre aree, ma senza riuscire ad effettuarne il confronto al variare dei valori assegnati alle dimensioni

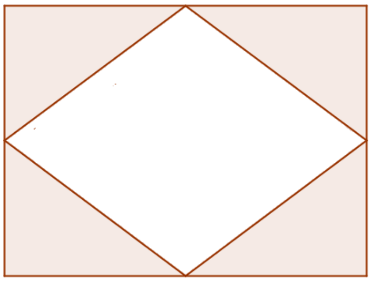
0 Incomprensione del problema

18. ANNA E LE AIUOLE (Cat. 9, 10)

Anna, appassionata di giardinaggio e di geometria, vuole decorare il suo giardino con delle aiuole e, per stupire i suoi amici, vuole realizzarle una interna all'altra piantando dei fiori di colori differenti.

Per delimitare le aiuole compra 92 m di corda. La prima aiuola dovrà essere rettangolare e di lati 6 m e 8 m, la seconda si dovrà ottenere congiungendo fra loro, con un segmento, i punti medi dei lati del rettangolo. La terza si dovrà ottenere congiungendo i punti medi dei lati del quadrilatero che si ottiene come seconda aiuola; la quarta congiungendo i punti medi dei lati del quadrilatero della terza aiuola, e così via fino a quando la corda sarà sufficiente.

Anna ha cominciato a delimitare le prime due aiuole come in figura:



Con 92 m di corda quante e quali aiuole riuscirà a recintare?

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

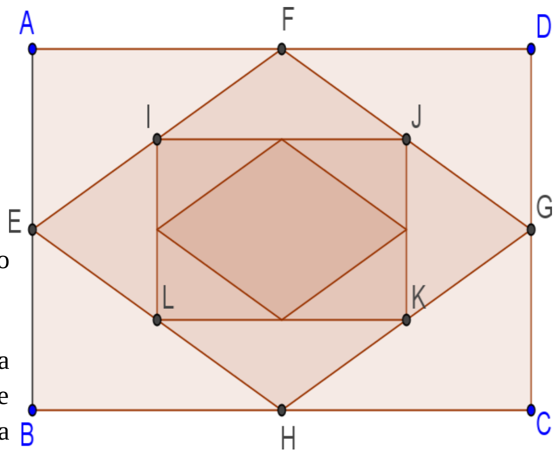
Compito matematico

Costruire ed analizzare una successione di figure, ottenute congiungendo i punti medi dei lati, alternativamente di un rettangolo e di un rombo inscritte l'uno nell'altra. Trovare l'elemento richiesto della successione.

Appropriazione del compito

Comprendere la modalità di costruzione della successione di figure, l'una inscritta nell'altra e la loro caratterizzazione.

Possibili strategie



Osservare (verificandolo con i calcoli con i valori numerici assegnati, oppure dimostrandolo con i teoremi noti) che il quadrilatero ottenuto nella seconda aiuola è un rombo.

Con i calcoli si può verificare che i quattro lati EF, FG, GH, HE hanno uguale misura applicando il teorema di Pitagora.

Per la dimostrazione geometrica, per esempio, si può applicare una conseguenza del teorema di Talete: La congiungente i punti medi di due lati di un triangolo è parallela al terzo lato ed uguale alla sua metà. Da ciò si deduce che EF e HG sono paralleli alla diagonale

del rettangolo BD e sono uguali alla metà di essa, dunque EF = HG. Analogamente EH = FG perché metà della diagonale AC. Poiché le diagonali di un rettangolo sono congruenti si deduce che EF, FG, GH, HE sono congruenti fra loro.
Una volta disegnata il quadrilatero della terza aiuola si può applicare lo stesso teorema alle coppie di triangoli ottenuti tracciando nel rombo prima una e poi l'altra diagonale deducendo così che il quadrilatero è un rettangolo i cui lati opposti sono congruenti perché congruenti alla metà rispettivamente di ciascuna delle due mediane del rettangolo iniziale. Si può continuare così ottenendo rettangoli e rombi che hanno i lati sempre uguali alla metà di quelli corrispondenti nelle figure precedenti; quindi si può concludere anche che una figura e quella dello stesso tipo ottenuta successivamente, sono simili fra loro e stanno tra loro nel rapporto 1: 2.

AD = 8 m AB = 6 m AE = EB = DG = GC = 3 m AF = FD = BH = HC = 4 m AC = BD = 10 m

EF = FG = GH = HE = 5 m

Si ottengono le misure in metri dei seguenti perimetri:

perimetro del rettangolo 1 $2 \times (8 + 6) = 28$

perimetro del rombo 1 $5 \times 4 = 20$

perimetro del rettangolo 2 $2 \times (4 + 3) = 14$ oppure $28 : 2 = 14$ e così via.

Sommando i perimetri di cinque rettangoli e cinque rombi si ha:

$28 + 20 + 14 + 10 + 7 + 5 + 3{,}5 + 2{,}5 + 1{,}75 + 1{,}25 = 93 > 92$

mentre sommando i perimetri di cinque rettangoli e quattro rombi si ha:

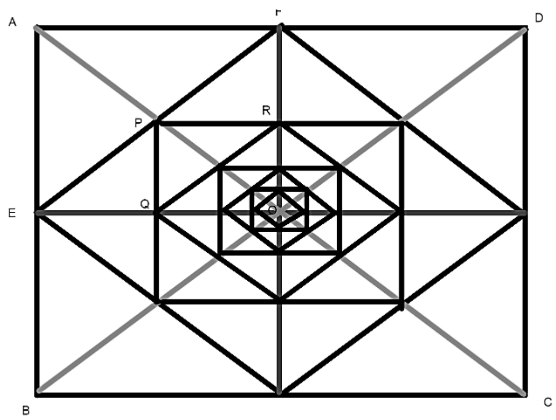
$28 + 20 + 14 + 10 + 7 + 5 + 3{,}5 + 2{,}5 + 1{,}75 = 91{,}75 < 92$

Si può quindi concludere che Anna potrà realizzare 9 aiuole, 5 rettangolari e 4 a forma di rombo.

Per dimostrare geometricamente la caratterizzazione delle aiuole si può fare ricorso anche ad altri teoremi.

Strategia 2.

Tracciando i due assi mediani del rettangolo si vengono a creare 4 rettangoli congruenti, le cui diagonali sono quindi necessariamente congruenti, oppure si potrebbero indicare le diagonali entrambe come ipotenuse di triangoli rettangoli che hanno gli stessi cateti. Le diagonali di questi rettangoli sono i lati del rombo della nuova aiuola che deve dunque essere un rombo.
È possibile anche fornire un ragionamento basato sulle simmetrie della figura.



Le stesse considerazioni, con l'aggiunta del ragionamento sulle diagonali dei quattro rettangoli che si vengono a formare congiungendo i punti medi del rettangolo iniziale, portano a concludere che la seconda aiuola è un rombo e a calcolare i vari perimetri in metri, aggiungendo una figura ad ogni passo:

1. Aiuola 1
Rettangolo di dimensioni $6 \times 8 \rightarrow$ perimetro: $2 \times (6 + 8) = 28$

2. Aiuola 2
Rombo di dimensioni che si possono calcolare col teorema di Pitagora sul triangolo EOF:
infatti, poiché O è il punto di intersezione delle congiugenti i punti medi del rettangolo, OE è la metà di AD e OF è la metà di AB e dunque EF = 5 → perimetro: 4 × 5 = 20
corda utilizzata finora: 20 + 28 = 48

3. Aiuola 3
Rettangolo di dimensioni da ricavare:
osserviamo il rettangolo AEOF: il punto P è il punto di intersezione tra le diagonali del rettangolo e dunque, proiettato sui lati del rettangolo (che è ciò che succede unendolo con i punti ottenuti in modo analogo negli altri 3 rettangoli congruenti ad esso), divide i lati del nuovo rettangolo in parti uguali: PR è dunque la metà di AF e PQ è la metà di AE.
Si può quindi concludere che il secondo rettangolo ha dimensioni pari alla metà del primo ovvero
3 × 4 → perimetro 2 × (3 + 4) = 14
nastro utilizzato finora: 48 + 14 = 62

4. Aiuola 4
Rombo di dimensioni da calcolare con il teorema di Pitagora come al passo 2:
lato = 2,5 → perimetro = 4 × 2,5=10
nastro utilizzato finora: 62 + 10 = 72
A questo punto è possibile osservare che il ragionamento di ogni passo si può ripetere per il passo successivo, e dunque proseguendo la costruzione si ottiene una sequenza di rettangoli e rombi che hanno dimensioni ogni volta dimezzate rispetto alla stessa figura del passo precedente:

5. Aiuola 5: Rettangolo di perimetro 7 ⇒ nastro utilizzato 72 + 7 = 79
6. Aiuola 6: Rombo di perimetro 5 ⇒ nastro utilizzato 79 + 5 = 84
7. Aiuola 7: Rettangolo di perimetro 3,5 ⇒ nastro utilizzato 84 + 3,5 = 87,5
8. Aiuola 8: Rombo di perimetro 2,5 ⇒ nastro utilizzato 90
9. Aiuola 9: Rettangolo di perimetro 1,75 ⇒ nastro utilizzato 91,75
10. Aiuola 10: Rombo di perimetro 1,25 ⇒ nastro utilizzato 93 quindi oltre la quantità limite.

Occorre fermarsi a 9 aiuole: 5 rettangoli e 4 rombi.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta “Anna riuscirà a recintare 9 aiuole, 5 aiuole rettangolari e 4 a forma di rombo", con una spiegazione chiara ed esauriente che faccia riferimento esplicitamente ai teoremi usati e con il dettaglio dei calcoli.

3 Risposta corretta con la dimostrazione geometrica poco chiara o incompleta.

2 Risposta corretta con il dettaglio dei calcoli, ma senza la dimostrazione che si tratta di rettangoli e rombi
oppure risposta errata per errori di calcolo con dimostrazione geometrica

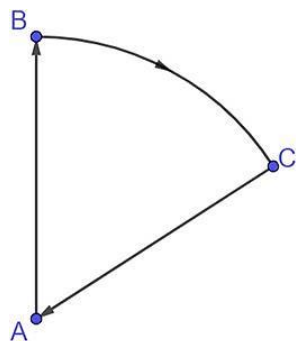
1 Risposta corretta senza spiegazione, ma con un disegno che dimostri la comprensione della configurazione delle aiuole
oppure inizio di procedura corretta per il calcolo delle dimensioni per almeno le prime due aiuole
oppure risposta errata per errori di calcolo senza dimostrazione geometrica

0 Incomprensione del problema

19. ROBOT IN GIARDINO (Cat. 10)

Aurora osserva un piccolo robot che tosa l'erba nel suo giardino. Il robot si muove con velocità costante, anche quando cambia direzione. Ogni volta che deve cambiare direzione si ferma per un istante, ma subito prosegue riprendendo e mantenendo la stessa velocità.

Aurora osserva per un po' il robot e si diverte a disegnare il percorso, indicando con A il punto di partenza e di arrivo. Ecco il suo disegno:



Il percorso è formato da due tratti rettilinei (AB e CA) lunghi 5 metri e da un arco di circonferenza (BC). Aurora osserva che il robot percorre ogni tratto nello stesso tempo di 3 minuti.
Nel robot si trova un sensore di movimento che manda sul tablet di Aurora, attraverso una app, un grafico cartesiano che descrive il moto del robot.
In questo grafico, in ascissa sono riportati i tempi in minuti e in ordinata le distanze in metri del robot dal punto di partenza A.

Disegnate il grafico cartesiano che appare sul tablet di Aurora.

Spiegate come avete ragionato per trovare la risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

A partire dal disegno del percorso di un punto in movimento con velocità costante, ri-costruire l'andamento in un grafico cartesiano, inusuale, in cui le ascisse indicano i tempi, e le ordinate le distanze dal punto di partenza.

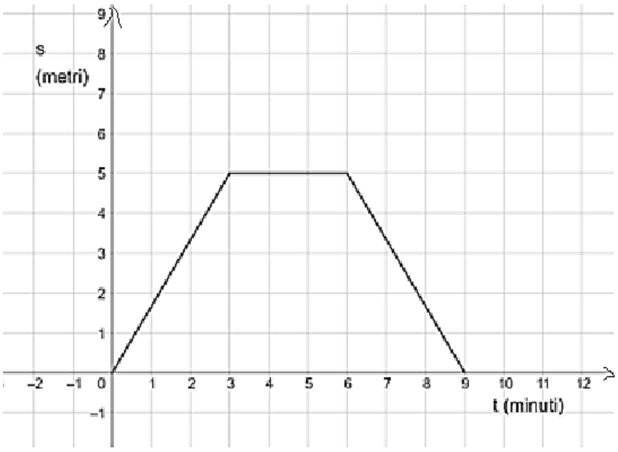
Appropriazione del compito

Interpretare il disegno collegandolo alla variazione delle distanze fra A e il punto (robot) che si muove. Comprendere che il grafico non deve rappresentare la traiettoria del moto del robot, ma descrivere nel piano cartesiano come varia la sua distanza dalla posizione iniziale nell'origine degli assi al variare del tempo. Capire che nel disegno il segmento rettilineo viene percorso con velocità costante in modulo e direzione, mentre l'arco di circonferenza può essere percorso con velocità costante solo in modulo.

Possibile strategia

Le variazioni della distanza percorsa in un tratto rettilineo a velocità costante sono, sul grafico cartesiano in questione, tratti di segmenti ascendenti con una certa pendenza. In questa fase il moto, che si suppone rettilineo e uniforme, porta il robot ad allontanarsi verticalmente dal punto iniziale e ad arrivare nella posizione di distanza massima (in figura 5 m) dall'origine. Quindi nel grafico cartesiano questa fase del moto si traduce con il segmento che congiunge l'origine con il punto di coordinate (3, 5). A questo punto, il robot cambia direzione, e lo fa lungo un arco di circonferenza, quindi mantenendo distanza costantemente uguale a 5 dal punto iniziale. Nel grafico cartesiano questo si traduce con il segmento parallelo all'asse x di lunghezza 3 unità. Il tratto finale CA rappresenta ancora uno spostamento rettilineo in cui la distanza diminuisce fino a diventare 0.

Il grafico quindi è:



Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta: il disegno del grafico, con esplicitazione chiara dei significati di ogni tratto in relazione all'interpretazione del moto del robot. Utilizzo di una terminologia specifica e appropriata

3 Grafico cartesiano corretto, con qualche difficoltà a spiegare con chiarezza il perché delle interpretazioni del percorso nei vari tratti

2 Grafico cartesiano corretto senza spiegazioni
oppure esplicitata l'interpretazione corretta dei tratti del percorso mediante una spiegazione coerente, senza però pervenire ad una rappresentazione del tutto corretta del grafico

1 Inizio di ragionamento corretto nell'interpretazione solo di alcuni tratti del percorso, con spiegazione o con disegni

0 Incomprensione del problema